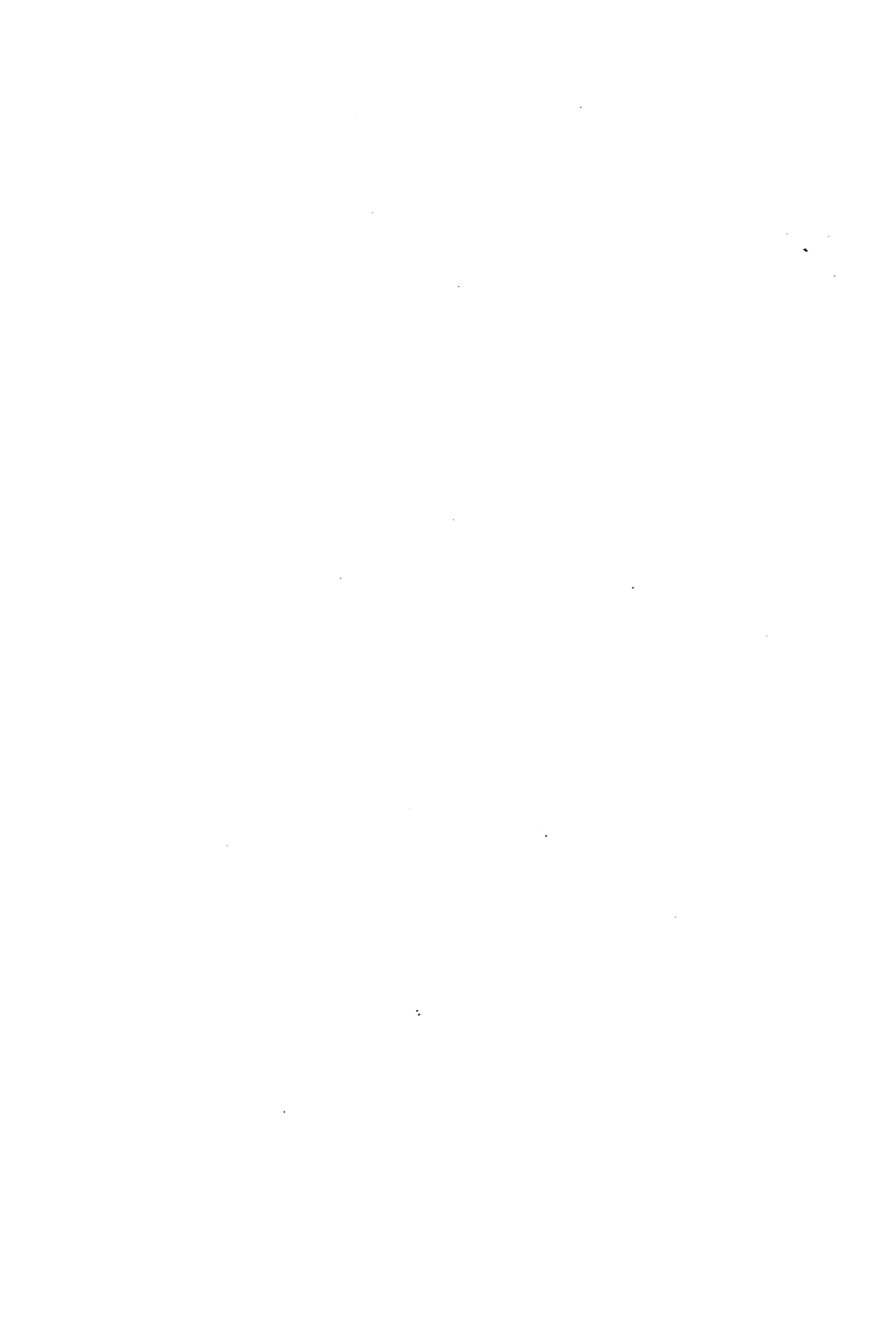






ABHANDLUNGEN

DER KÖNIGLICH SÄCHSISCHEN

GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN.



EINUNDDREISSIGSTER BAND.

MIT 26 TAFELN UND 11 FIGUREN.

LEIPZIG

BEI S. HIRZEL.

1893.

ABHANDLUNGEN

DER MATHEMATISCH-PHYSISCHEN CLASSE

DER KÖNIGLICH SÄCHSISCHEN

GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN.



ACHTZEHNTER BAND.

MIT 26 TAFELN UND 11 FIGUREN.

LEIPZIG

BEI S. HIRZEL.

1893.

INHALT.

DIE

ENTWICKELUNG DES HERZNERVENSYSTEMS

BEI WIRBELTHIEREN

VON

WILHELM HIS JUN.,
PRIVATDOCENT UND ASSISTENT AN DER MEDICINISCHEN KLINIK ZU LEIPZIG.

Des XVIII. Bandes der Abhandlungen der mathematisch-physischen Classe
der Königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften

Nº I.

MIT VIER TAFELN.

LEIPZIG
BEI S. HIRZEL.
1891.

Das Manuscript eingeliefert am 4. August 1891.
Der Druck beendet am 20. November 1891.

DIE

ENTWICKELUNG DES HERZNERVENSYSTEMS

BEI WIRBELTHIEREN

VON

WILHELM HIS JUN.,
PRIVATDOCENT UND ASSISTENT AN DER MEDICINISCHEN KLINIK ZU LEIPZIG.

MIT VIER TAFELN.

Einleitung.

Die vorliegende Arbeit bildet ein Theilstück aus einer Untersuchungsreihe, welche eine genauere Kenntniss der Herzneurosen sich zum Ziele nimmt.

Indem die Erkennung der am Herzen sich abspielenden krankhaften Vorgänge behindert ist durch die Unsicherheit, in der uns die Physiologie lässt bezüglich des Antheils, den Muskulatur und Nervensystem am Zustandekommen der normalen Herzcontraction nehmen, liegt die Nothwendigkeit vor, als Grundlage weiteren Fortschreitens zunächst die Grösse des Antheils für beide Systeme zu präcisiren.

Das Herz des erwachsenen Thieres ist zu derartigen Versuchen nicht tauglich, weil es wohl in einzelnen Theilen der Ganglien, nirgends aber der Nerven entbehrt. Wohl aber lässt sich die erwähnte Frage lösen am Herzen des Embryo, sobald festgestellt ist, in welchem Zeitpunkt der Entwickelung dasselbe seine Innervation empfängt.

Indem man die Functionen des Herzens in den verschiedenen Phasen der Entwickelung vergleicht, muss man zur Entscheidung kommen über den Einfluss, welchen das intracardiale Nervensystem auf dieselben auszuüben im Stande ist. Damit ist die Grundlage gegeben, auf welcher die Pathologie eine Erklärung der neurotischen Herzkrankheiten versuchen darf.

Der embryologische Theil dieser Aufgabe bildet den Gegenstand der vorliegenden Arbeit.

Indem ich Herrn Professor CURSCHMANN, welcher die Ausführung dieser Arbeit im Laboratorium des klinischen Institutes gestattete,

für mannigfache Unterstützung meinen Dank ausspreche, gedenke ich auch mit lebhafter Erkenntlichkeit des Herrn Geh. Rath Professor DOHRN, der mir gelegentlich eines Aufenthaltes in Neapel mit Rath und That mannigfach behilflich war, und endlich, nicht zum wenigsten, meines Vaters, der mir zahlreiche Serienschnitte menschlicher und thierischer Embryonen, die mir sonst nicht zugänglich waren, zur Verfügung stellte.

1. Die Entwickelung des Sympathicus.

Die Geschichte des Herznervensystems hängt aufs Engste zusammen mit derjenigen des Sympathicus. Es muss daher zunächst auf die Genese des Nervensystems zurückgegriffen werden.

Bekanntlich sind innerhalb der sympathischen Nerven zweierlei Elemente zu unterscheiden: solche die dem Rückenmark entstammen, und solche, die aus den innerhalb der sympathischen Nerven selbst gelegenen Ganglienzellen ihren Ursprung nehmen.

Der medullare Antheil stammt sowohl aus der vorderen (70 und KÖLLIKER 36), als auch der hinteren Rückenmarkswurzel: beide senden Fasern mittelst der Rami communicantes in den Grenzstrang und, durch denselben hindurch, nach den peripheren Endigungen der sympathischen Nerven.

Diesen Elementen sind als eigentlich sympathische die Ganglien mit ihren Ausläufern gegenüberzustellen, deren Genese im Folgenden besprochen werden soll.

Die ersten Beobachtungen über die Anlage der sympathischen Ganglien stammen bekanntlich von REMAK.

Er unterschied, beim Hühnchen (52, 51 und 53), vier Systeme, die er unabhängig von einander in verschiedenen Perioden der Entwickelung entstehen sah.

REMAK liess die spinalen Nerven mit ihren Ganglien aus dem mittleren Keimblatt entstehen, konnte aber nicht entscheiden, ob aus den Urwirbeln oder den Seitenplatten, doch hielt er das letztere für wahrscheinlich. Nach eingetretener Sonderung fand er die spinalen

Nervenstämme durch dicke, faserige Bogen untereinander in Verbindung stehend, deren jeder an seiner Abgangsstelle eine Anschwellung, das Grenzstrangganglion, trug.

Am siebenten Tage der Bebrütung sah R. den unpaaren Darmnerven, am achten, am inneren Rande des Urnierenganges, die Geschlechtsnerven, und erst spät, in der dritten Woche, die »Mittelnerven«, welche in der letzten Zeit des Eilebens die Grenznerven mit dem Darmnerven in Verbindung setzten.

Aus dem späten Auftreten der verbindenden Nerven schloss REMAK, dass die Keime der peripheren sympathischen Nervengebiete an der Stelle der späteren Lagerung bereits im Mesoblast vorgebildet seien, eine Anschauung, die beinahe zwei Jahrzehnte die herrschende blieb und auch in neuester Zeit noch Anhänger fand.

W. HIS, in seiner »Entwickelung des Hühnchens im Ei« (25) änderte REMAK's Angaben insofern ab, als er die Spinalganglien aus den zu beiden Seiten des Medullarrohres verlaufenden ectodermalen Zwischenrinnen entstehen sah, die sympathischen Grenzstrangganglien dagegen liess er aus den Kernen der Urwirbelkörper entstehen.

Da das Herz sofort nach seiner Bildung rhythmische Contractionen vollführt, glaubte er, nach damaligem Standpunkt, die Existenz von Ganglien in demselben, trotzdem sie anderweitig nicht nachzuweisen waren, annehmen zu müssen, und da diese nicht wohl aus derselben Anlage, wie der Herzmuskel, stammen konnten, so vermuthete er, sie möchten durch Lageverschiebung aus dem Darmdrüsenblatt in das Herz gelangt sein.

GÖTTE (Entw. der Unke, Leipzig 1874) und KÖLLIKER (Entwicklungsgeschichte des Menschen und der höheren Thiere 1. Auflage und 2. Auflage 1. Hälfte) hielten an dem selbständigen mesodermalen Ursprung der spinalen und sympathischen Ganglien, getreu REMAK's Anschauungen, fest.

In der zweiten Hälfte seiner Entwicklungsgeschichte (1879) sah sich indessen KÖLLIKER genöthigt, auf Grund der Beobachtungen von BALFOUR (5) und MARSHALL (3) diese Ansicht aufzugeben, und sich der Lehre dieser Autoren vom spinalen Ursprung der Ganglien anzuschliessen. Indem er jetzt auch die peripheren sympathischen Ganglien auf dieselbe Anlage zurückzuführen suchte, stellte er eine Hypothese auf, wonach diese aus den spinalen und Kopfganglien

als »zellhaltige Sprösslinge« hervorgehen sollten, eine Ansicht, die sich durch zahlreiche Beobachtungen am Ganglion ciliare, nasale und oticum stützen liess.

Bald darauf konnten BALFOUR (6, S. 172), sowie SCHENK und BIRDSALL (60) die Behauptung KÖLLIKER's durch directe Beobachtung stützen.

BALFOUR sah, an Plagiostomen-Embryonen, die Grenzstrangganglien als Anschwellungen an den Hauptstämmen der Spinalnerven entstehen; späterhin standen sie nur durch kurze Aestchen mit diesen in Verbindung; eine Längscommissur wurde in den ersteu Stadien vermisst.

SCHENK und BIRDSALL verfolgten bei Hühnchen und Säugethier-Embryonen die Entstehung des Grenzstranges; sie fanden, noch ehe dieser angelegt war, die Spinalganglien ventralwärts nicht scharf begrenzt, sondern mit ihren Zellmassen ziemlich weit in die Nervenstämme vorrückend, gleich als wollten sie »aus dem Intervertebralraum hinausgelangen, um anderweitige Standorte für sich einzunehmen«. In weiteren Stadien zeigte sich als Verbindung zwischen Grenzstrang und Spinalganglion ein aus Zellen bestehender Strang; schliesslich trat der Halssympathicus als einheitlicher Zellstrang auf, in dem sich erst als Producte späterer Bildung die faserigen Verbindungen zwischen den Ganglienknoten ausbildeten.

Die exactesten Angaben wurden endlich durch ONODY (45) geliefert, der in einer sehr sorgfältigen Arbeit für alle Wirbelthierclassen die Herkunft der Grenzstrangganglien aus den spinalen Schritt für Schritt verfolgte. Er zeigte, dass sie als Sprossen aus den Spinalganglien hervorgingen, und von diesen beim Auftreten der vorderen Wurzel abgeschnitten wurden.

Während somit ONODY für den Grenzstrang den Ursprung aus dem spinalen System feststellte, konnte er sich über die Herkunft der peripher gelegenen sympathischen Gangliencomplexe nicht klar werden; er glaubte, an der alten REMAK'schen Lehre von der Präformation im Mesoderm festhalten zu müssen, ja für die Herzganglien bezeichnete er diese Art der Entstehung sogar als »höchst wahrscheinlich«.

Was ONODY daran hinderte, die gemeinsame Natur von Herz-

und Grenzstrangganglien zu erkennen, war der Mangel an einer geschlossenen Zellverbindung zwischen beiden Complexen.

ONODY, ebenso wie KÖLLIKER, und SCHENK und BIRDSALL, dachte sich die Bildung der Grenznerven als einen Sprossungsvorgang seitens der Ursprungsganglien, bei welchem die vorrückenden Zellen durch den Druck der nachdrängenden, neugebildeten Elemente zur Ortsveränderung genöthigt würden. Es scheint, als ob die genannten Autoren auf die feinere histologische Beschaffenheit der einzelnen Elemente nicht genügenden Werth gelegt hätten.

Als ROMBERG und ich (31) begannen, der Entwickelung der Herzganglien unsere Aufmerksamkeit zuzuwenden, fiel uns zunächst die differente Form und Grösse der spinalen und sympathischen Zellen, auch an Stellen engsten Zusammenliegens, auf, und indem wir aus dem gleichartigen Bau von Grenzstrang- und Herzganglien auf gemeinsamen Ursprung schlossen, gelangten wir, bei dem Mangel einer continuirlichen Verbindung, zur Anschauung, dass die Herzganglien ihre endgiltige Stellung auf dem Wege freier Wanderung erlangen müssen.

Durch die auffällige Ansammlung grösserer Gangliengruppen an Stellen, wo der Wanderung ein Hinderniss entgegentreten konnte, an den Theilungswinkeln der Gefässe und Nerven, und den Umschlagstellen des Pericards, sowie durch den Nachweis, dass im Beginn der Herznervenbildung die Ganglien an der Spitze der eindringenden Faserbündel marschiren, wurde unserer Anschauung eine derartige Sicherheit verliehen, dass wir es wagen durften, physiologische Schlüsse aus den embryonalen Befunden zu ziehen.

Seitdem sind durch meinen Vater (30) bei einem menschlichen Embryo von 6,9 mm wandernde Keimzellen gesehen worden, die unter Durchbrechung der motorischen Wurzeln in Schwärmen vom Spinalganglion gegen die Stelle des späteren Grenzstranges vorzurücken schienen.

Meine seitherigen Beobachtungen haben mich von der Fähigkeit sympathischer Zellen, zu wandern, fort und fort überzeugt; im Folgenden sollen die während und nach der Wanderung vor sich gehenden histologischen Verhältnisse besprochen werden, soweit sie zum Verständniss der Herznervenentwickelung erforderlich sind; bezüglich der morphologischen Verhältnisse des Sympathicus, d. h.

dessen Ursprung aus den verschiedenen Spinal- und Kopfnervengebieten verweise ich auf das Schlusscapitel dieser Arbeit.

Als Ausgangspunkt der Beschreibung wähle ich den Sympathicus des Hühnchens, weil von diesem Object die verschiedenen Altersstufen leichter erhältlich, als bei Säugern, die histologischen Bilder, wegen der grösseren Zahl der Elemente, aber klarer sind, als bei Fischen und Batrachiern.

Eine Querschnittreihe durch Hals- und Brustregion eines Hühnchens vom Ende des 4. Bebrütungstages zeigt Folgendes:

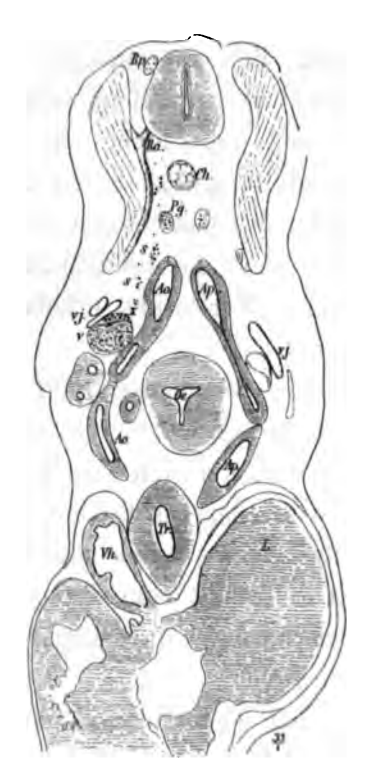


Fig. 1. Frontalschnitt durch ein Hühnchen vom 4. Brüttage. 83 fach. *Ao* Aorta. *AP* Pulmonalaorta. *V* Vagus. *Pg* primärer Grenzstrang. *S* wandernde Sympathicuszellen, die sich bei * an den Vagus anlagern. *Oe* Oesophagus. *T* Trachea. *Vh R* Vorhof. *L* Leber. *Ra* vordere, *Rp* hintere Wurzel des Rückenmarks. *vj.* Vena jugularis. *Ch* Chorda dorsalis.

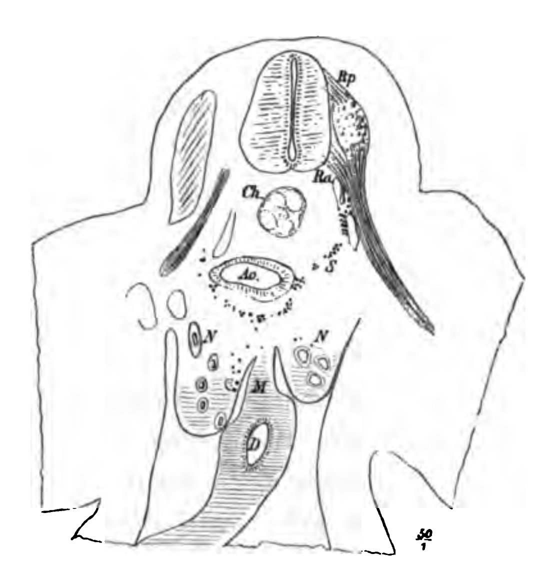


Fig. 2. Schnitt durch denselben Embryo in der Bauchregion. 50 fach. Bezeichnung wie in Fig. 1, ausserdem *N* Urnierenanlage. *M* Mesenterium. *D* Darmrohr.

Das geschlossene und bereits von einem dünnen Randschleier umhüllte Rückenmark entsendet aus seiner motorischen Region eine vordere Wurzel, die, bald nach dem Austritt, sich mit der aus dem Spinalganglion hervorgehenden Wurzel vereinigt. Beide, nach kurzem, gemeinsamem Verlauf, senden einen scharf nach hinten umbiegenden dorsalen, und einen in der Verlängerung der vorderen Wurzel ver-

laufenden ventralen Ast aus. Aus dem Winkel, in dem motorische und sensible Wurzeln zusammentreffen, entspringt ein dünner Ramus communicans, der, in der Halsregion, zu einer hinter der Carotis gelegenen Längscommissur, den Grenzstrang, tritt. Er besteht bei seinem Austritt aus den spinalen Wurzeln nur aus Fasern, ohne Beimischung von Zellen.

Dagegen geht von dem Vereinigungswinkel der Wurzeln ein Schwarm von Zellen aus, der, ohne scharf begrenzte Bahnen einzuhalten, beiderseits der Bauchseite zustrebt.

Der Schwarm setzt sich zusammen (Fig. 2) aus einzelnen Zellgruppen, 2—4—10 einzelne Elemente enthaltend, welche untereinander in keiner Verbindung stehen. An einzelnen Stellen staut sich der Schwarm und es bilden sich grössere Anhäufungen.

Im Hals- und oberen Brusttheil findet man grössere Gruppen an der Dorsalseite der beiden Carotiden, im Bereiche des durch die Rami communicantes angedeuteten Grenzstranges.

Eine weitere Anhäufung kommt zustande am unteren Halsganglion des Vagus (Fig. 1), auf dessen dorsaler Fläche. Hier bilden die Zellen einen oberflächlichen Belag, der dem Ganglion eng und ohne Zwischenlagerung einer Mesoblastschicht aufliegt. Im Bereiche der grossen Gefässe fehlen grössere Haufen; doch dringen einzelne Zellen in den zwischen den beiden Aorten gelegenen Raum ein, treten aber mit den Gefässen nicht in engere Verbindung. Unterhalb des Zwerchfells vereinigen sich die Schwärme beider Seiten zu einer Schlinge, welche die Aorta ventralwärts umschliesst; aus diesem Ring entstehen weitere Zellschwärme, welche theils gegen das Darmgekröse, theils gegen die Urniere ziehen, und sich dort zu einer zweiten Anhäufung ansammeln.

Diese Zellmassen bilden die erste Anlage der sympathischen Ganglien. Die beschriebenen Anhäufungen sind die Ursprünge der Grenzstrangganglien, des sympathischen Antheils des Vagusnerven, der Herznerven und des Plexus coeliacus.

Ausser diesen grösseren Complexen beobachtet man kleinere Ansammlungen in der Nähe der Gefässe, die Anlage des sympathischen Gefässplexus. Da diese Zellgruppen den Gefässen nicht nur an de Seite, welche dem Ausgangspunkt der Wanderung zugekehrt sondern auch auf den entgegengesetzten angetroffen wer

man vielleicht der Vermuthung Raum geben, dass die wandernden Nervenzellen die Umgebung der Gefässe der besseren Ernährungsverhältnisse halber aufsuchen.

Die histologische Untersuchung der Zellen (am gehärteten Präparat) ergiebt folgende Merkmale. Es sind rundliche oder ovale, zuweilen polygonale Körper, die vollkommen frei, ohne Hülle, in den Zwischenräumen des Mesoblastgewebes liegen; ihre Grösse beträgt 6,4 bis 9 μ. Der Kern ist verhältnissmässig gross, 4,5 bis 6 μ messend, und liegt meist excentrisch. Das grosse Kernkörperchen,

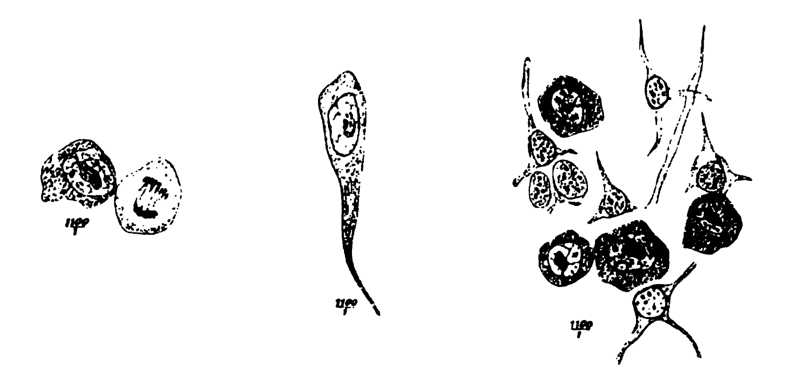


Fig. 3—5. Wandernde Sympathicuszellen aus der Halsregion eines Hühnchens vom Ende des 4. Tages. Gez. mit HARTNACK Apochromat-Immersion. Vergr. 1100. Fig. 3. Wandernde Keimzelle. Fig. 4. Zelle mit auswachsenden Fortsatz. Fig. 5. Gruppe von wandernden Nervenzellen inmitten des Mesoblastgewebes.

das Fadennetz und die Hülle des Kernes sind ungemein chromatinreich.

Das Plasma zeigt eine feine Granulirnng und besitzt ein ausgesprochenes Färbungsvermögen in Präparaten, die mit Hämatoxylin und Eosin behandelt sind. Die intensive Tinction lässt auch bei schwächerer Vergrösserung die Nervenzellen im umgebenden Mesoblast deutlich hervortreten.

In diesem frühesten Stadium besitzen die Zellen **keine Fortsätze**, sie sind also weder untereinander noch mit dem Centralorgan in Verbindung. Infolge dessen liegen die einzelnen Gruppen isolirt und entbehren noch der späteren geflechtartigen Anordnung. Nur bei einigen wenigen Zellen (Fig. 4) konnte ich Fortsätze wahrnehmen; diese gingen aus dem Plasma der Zellen unmittelbar hervor

und verjüngten sich rasch zu einem feinen Faden, der nicht weiter verfolgt werden konnte. Die Richtung des Fadens war centripetal.

Inerhalb der Zellgruppen finden sich vereinzelte Mitosen, mit dem Charakter der nervösen Keimzellen (Fig. 3).

Ueber die Natur der beschriebenen Zellen kann ein Zweifel nicht bestehen. Ihre Abstammung aus dem Spinalganglion ist dadurch sichergestellt, dass man die Schwärme bis zur Wurzelkreuzung, und, in einzelnen Fällen, durch die vordere Wurzel hindurch bis zum Ganglion verfolgen kann. Im Inneren der Spinalganglien habe ich Zellen der beschriebenen Art nicht beobachtet.

Auch die nervöse Natur ist durch den Nachweis der auswachsenden Faser sichergestellt. Die Beweglichkeit der Zellen wird sowohl durch die Anordnung der Stränge, als auch durch den Nachweis demonstrirt, dass die Stränge im Verlauf der Entwickelung sich verlängern und an Stellen auftreten, an denen sie früher nicht vorhanden waren. Wie später gezeigt werden wird, bleibt die Fähigkeit zu wandern bis in ziemlich späte Stadien der Entwickelung erhalten.

Trotz der gemeinsamen Abstammung sind dennoch die sympathischen Zellen verschiedener Natur von denen der Spinalganglien, wie aus Fig. 25 Taf. III hervorgeht.

Die Zellen der Spinalganglien sind bedeutend grösser, sowohl was den Kern, als auch namentlich den Protoplasmaleib betrifft; sie sind mit doppelten Fortsätzen versehen, von denen der eine centralwärts, der andere nach der Peripherie verläuft.

Die sympathischen Elemente dagegen entbehren, wie wir sahen, anfänglich des Fortsatzes gänzlich, und entsenden später nur an einen Pol einen centralen Ausläufer.

Dieser Unterschied ist nicht nur im Anfang der Entwickelung vorhanden, sondern bleibt während des ganzen Embryonallebens erhalten[1]).

Es hat demnach den Anschein als ob in den spinalen Ganglien sich zweierlei Elemente entwickelten, d[illegible] bipolar und stationär, die andern unipolar und mit Lo[illegible]

---

1) LUBMIOFF (41) hat d[illegible] [illegible]uf die Verschiedenheit des Entw[illegible]

einem zellfreien Faden, längs dem lateralen Rande der Carotis, aus, ohne mit den Kopfnerven in Verbindung zu treten. Doch senden bereits der Trigeminus, Glossopharyngeus und Vagus Rami communicantes faseriger Natur dem Grenzstrang entgegen, die bei Forellen von 12 mm Länge (Fig. 20 und 21 Taf. II) mit demselben in Verbindung treten. Erst bei Forellen von 20 mm Länge enthalten diese Verbindungsäste ihrer ganzen Ausdehnung nach sympathische Ganglienzellen.

Dieses Verhalten spricht dafür, den auch bei den Fischen das Auftreten der Rami communicantes dem der Ganglienzellen vorausgeht.

Bisher ist nur von solchen Zellen die Rede gewesen, deren Abstammung aus den Spinalganglien klar zu Tage liegt. Nun steht aber bei Amphibien und Fischen das Herz weder mit dem Grenzstrang noch mit den Spinalganglien in Verbindung, sondern empfängt seine Nerven ausschliesslich aus dem Intestinalast des N. vagus. Dennoch sind die Zellen des Herzgeflechtes auch bei diesen Thieren sympathischer Natur, und unterscheiden sich von denen der Vagusganglien durch dieselben Merkmale, wie diejenigen des Grenzstranges von den spinalen. Bezüglich des Näheren verweise ich wiederum auf das Schlusscapitel dieser Arbeit.

Die Entwickelung der Herznerven bei den Fischen.[1]

Ich habe die Anlage des Herznervensystems (s. Fig. 1—3 Taf. I) untersucht bei Embryonen von Torpedo, Scyllium, sowie von der Forelle. Bei allen diesen Fischen ist, wie im erwachsenen, so auch im embryonalen Zustande die Anordnung der Herznerven sehr ähnlich.

---

1) Die Herzganglien am Haifischembryo sind gleichzeitig von Prof. DOHRN in Neapel und mir gefunden worden, doch war mir der Nachweis in den jüngsten Stadien und bei Forellen nicht gelungen, bis mir Herr Prof. DOHRN Einsicht in seine Präparate von Torpedo und Scyllium freundlichst gestattete. Danach fand ich die Herzganglien auch bei der Forelle wieder.

Der Beginn der Anlage wurde bei Forellen von 12 mm, bei Scyllium von 13 und Torpedo ocellata von 18 mm Körperlänge gefunden.

In diesen Altersstufen hat das Herz die ursprüngliche Schlauchform längst verlassen, und seine endgiltige Gestalt angenommen.

Es besteht aus einem gemeinsamen Venensinus, einem von diesem durch eine tiefe Einschnürung getrennten Vorhof, und einem Ventrikel, der vom Vorhof ebenfalls durch eine tiefgehende Coronarfurche geschieden ist.

In beide Furchen senkt sich das viscerale Endocard fast der ganzen Tiefe nach ein, liegt aber der Muskelwand nicht an, sondern lässt einen schmalen Zwischenraum, der durch lockeres Mesoblastgewebe ausgefüllt wird.

Die Atrioventricularklappen sind als dicke Mesoblastwülste bereits angelegt; auch zwischen Sinus und Vorhof springt die Herzwand klappenartig ins Innere vor. Die Wand des Ventrikels besteht aus spindelförmigen, embryonalen Muskelzellen ohne Spur von Querstreifung; die Kammerhöhle wird von zahlreichen Muskelbalken durchzogen.

Die Wand des Vorhofs dagegen ist aus platten oder spindelförmigen Zellen gebildet, welche einander ziegelförmig decken, und deren grosse Kerne in die Lichtung des Vorhofes hereinragen.

Das Herz pulsirt, ebenso wie dies von höheren Thieren bekannt ist, lange vor Anlage des Herznervensystems; bei Scylliumembryonen beispielsweise schon bei 5 mm Länge, während die Ganglien erst bei 13 mm Länge auftreten.

Der Nerv, welcher bei den Fischen allein das Herz versorgt, ist der Vagus. Er entspringt aus der Oblongata mit einer sehr breiten Wurzel, welche sowohl sensible als motorische Elemente enthält. Die spätere Zweitheilung der Wurzel ist äusserlich noch nicht erkennbar.

Der Vagus enthält innerl[illegible]b des Schädelraumes eine ziemliche Anzahl bipolarer Ganglienzell[illegible]em Austritt durch das Foramen condyloideum bildet e[illegible]nglion, in dem sich zwei Thei[illegible]ne zwischengelagerte Me[illegible]

Das laterale dieser Ganglien gehört dem sensiblen Seitennerven an,. das mediale hängt mit dem Ramus intestinalis zusammen, von dem die Eingeweide-, die Kiemen- und die Herzzweige entspringen.

Dieses letztere Ganglion besitzt zwei verschiedene Arten von Zellen (Fig. 22 Taf. II); die einen eben so gross wie diejenigen des Ganglion laterale und bipolar, mit centralem und peripherem Fortsatz versehen.

Die Zellen der zweiten Gattung sind bedeutend kleiner, sowohl was den Kern, als was den Zellleib betrifft; ihre Fortsätze verlaufen theils peripher, theils central, sind jedoch immer nur in der Einzahl vorhanden, soweit sich dies aus Schnittpräparaten ersehen lässt. Möglicherweise sind demnach diese Zellen unipolar und lassen sich dadurch den sympathischen zur Seite stellen, mit denen sie in Grösse und Form grosse Aehnlichkeit besitzen. Uebrigens mischen sich die Fortsätze dieser Zellen dem Vagusstamme bei und sind innerhalb desselben nicht weiter zu verfolgen (Fig. 16).

Der Intestinalstamm mit seinem Ganglion verläuft längs der oberen Cardinalvene caudalwärts; während dieses Verlaufes giebt er an die Kiemenbögen Zweige ab. An der Stelle angekommen, wo obere und untere Cardinalvene sich vereinigen, entsendet er den Herzzweig an die Aussenseite des gemeinsamen Sinus; der Rest schlägt sich auf die Innenseite der unteren Hauptvene um, und begiebt sich zu den Abdominalorganen.

In den Einzelheiten des Verlaufes unterscheiden sich die jüngsten Stadien von Torpedo und Forelle.

Bei Torpedo (Fig. 1 Taf. I) verläuft der Visceralast des Vagus unterhalb des Ganglions auf längere Strecken zellfrei. In der Höhe des Venensinus schwillt er zu einem Ganglion an, aus welchem ein Zellschwarm entspringt, der vor der oberen Cardinalvene zur Sinusvorhofgrenze zieht, um hier nach vorn und hinten sich zu verbreitern. Einige Zellen erreichen auch die Coronarfurche.

Bei der Forelle (Fig. 2 Taf. I) reicht das Ganglion des Vagus tief herunter im Stamm bis zur Stelle, wo dieser von der Hinterfläche der oberen auf die untere Cardinalvene umschlägt. Hier entspringt, ebenso wie bei Torpedo, ein Zellschwarm, der zunächst auf der vorderen Fläche des Sinus zur Einmündung der

Jugularvene zieht; dort gabelt er sich und versorgt mit einem Aste die Vorderfläche des Vorhofs, während der andere in der Sinusvorhofsfurche sich verliert.

In allen Fällen besteht die erste Anlage der Herznerven lediglich aus Ganglienzellen, ohne irgend welche fibrilläre Verbindung. Es sind also sowohl die sympathischen, aus den Herznervenzellen entspringenden, als auch die herzhemmenden Fasern des Vagus ein Product späterer Bildung.

Die Ganglienzellen der ersten Anlage (Fig. 13 und 19 Taf. II) sind unter sich von nahezu gleicher Grösse; eine Zelle mittleren Kalibers misst in ihrem grössten und kleinsten Durchmesser 14,2 zu 8,9 μ, der Kern 8,1 zu 5,4 μ; die Zellen des Grenzstranges messen (im Mittel aus 3 Beobachtungen) 15,6 zu 9,8 μ, der Kern 9,8 zu 7,1 μ, während eine Zelle der grösseren Art aus dem Ganglion intestinale des Vagus ohne Fortsatz 32,0 zu 16,9 der Kern 14,9 zu 11,5 μ misst.

Die Zellen liegen frei, ohne Hülle, im Gewebe, an der Sinus- und Vorhofswand eng an den Muskelzellen, so dass sie, da auch der Unterschied in der Färbung ein geringer ist, nur bei genauer Beobachtung aufgefunden werden können (s. Fig. 19).

Ein späteres Stadium der Entwickelung stellt Fig. 4 dar. Dasselbe stammt von einem Scylliumembryo von 25 mm Länge. Hier entspringt aus dem unteren Ende des Vagusganglions ein starker Ram. cardiacus, der nunmehr hauptsächlich aus Fasern besteht, zwischen welchen einzelne Ganglienknötchen eingewebt liegen (Fig. 18 und 7 Taf. II). Auf der oberen Fläche der in den Sinus mündenden Vena card. inf. bildet er ein Geflecht, aus welchem Zweige für den Sinus hervorgehen, während ein selbständiger Zweig auf der Vorderfläche des Sinus zum Vorhof zieht und in der Grenzfurche der beiden Herztheile sich in eine Gangliengruppe auflöst.

In dieser Altersstufe liegen die Zellen nicht mehr frei; sie sind von zahlreichen Mesoblastzellen umgeben: es ist dies die Anlage der Nervenscheide (Fig. 18 Taf. II).

Nach VIGNAL's Beschreibung (66) bilden die Ganglienzellen am Herzen des ausgewachsenen Fisches zwei Gruppen, deren eine aus unipolaren Zellen besteht und in der Coronarfurche gelegen ist; sie

bedeckt auch den Theil des Vorhofes, der zwischen Ventrikel und Sinus gelegen ist. Die andere Gruppe liegt in einem Nerven eingeschlossen, der vom Coronargeflecht nach dem Aortenbulbus zieht; sie enthält bipolare Elemente.

Danach ist bei einem Scylliumembryo von 25 mm die definitive Ausbreitung der Nervengeflechte noch längst nicht erreicht; nur die eine Gruppe ist in dem den Vorhof bedeckenden Gangliencomplex angedeutet, die Gruppe des Aortenbulbus fehlt noch vollkommen. Dasselbe gilt für Forellen von 22 mm Länge. Wann die endgiltige Gestaltung der Anlage beendigt ist, bin ich aus Mangel an Material nicht zu bestimmen in der Lage.

Auf den von VIGNAL hervorgehobenen Unterschied zwischen unipolaren und bipolaren Elementen wird bei späterer Gelegenheit eingegangen werden.

Entwickelung der Herznerven beim Frosch.

Die Anordnung der Herznerven beim Frosche, sowie bei den anderen anuren und urodelen Batrachiern steht insofern einzig in der Thierreihe da, als hier die Nerven nicht wie bei den Fischen und den höheren Thieren subpericardial auf der Oberfläche des Herzens verlaufen, sondern durch die Vorhofscheidewand ihren Weg nehmen und innerhalb desselben ihre Ganglien bilden.

Es scheint als ob dieser eigenthümliche Verlauf mit der Einschiebung eines Larvenstadiums in den Gang der Entwickelung in Zusammenhang zu bringen sei.

In der frühesten Zeit des Larvenlebens besitzt nämlich der Frosch ein Herz mit ungetheilten Vorkammern, ähnlich dem der Fische, welches indessen schon in dieser Gestalt seine ersten Ganglien empfängt. Dieselben stammen, wie bei den Fischen, allein aus dem Ganglion intestinale des Vagus. Der Grenzstrang des Sympathicus ist an deren Bildung unbetheiligt; seine Verbindung mit dem Herzen beschränkt sich auf einen zum Vagusganglion ziehenden Ramus communicans (s. a. GÖTTE 24). Die ersten Ganglien liegen zu beiden

Seiten der Lungenvene, auf der oberen Fläche des Sinus und des Vorhofes.

Zur Zeit wo die Lungenanlage (s. CLAUS, 12, S. 887) entsteht, beginnt sich die Endothelwand des Vorhofes zur Scheidewand einzustülpen; es entsteht ein prismatischer Raum, die Basis des Septums, über welchen das Pericard glatt hinwegzieht. In diesen Raum wird die Lungenvene mit den an ihr haftenden Ganglien hereingezogen, und verläuft in ihm bis zu ihrer Einmündung in den linken Vorhof. Indem die Ganglienzellen ihre Wanderung in der einmal begonnenen Richtung fortsetzen, wachsen sie zwischen die Blätter des Vorhofseptums herein.

Das Fortschreiten der Ganglien geht langsam, sprungweise vor sich, und vielleicht wird selbst die Zeit der Metamorphose erreicht, ehe die äussesten Vorläufer ihre endgiltige Stellung erreicht haben.

Fig. 4 und 5 Taf. I zeigen das Herz einer Froschlarve von 6 bis 7 mm Länge, welche die Anlage der Herznerven beim Beginn der Scheidewandbildung enthält.

Der Vagus entspringt mit einer breiten Wurzel aus dem verlängerten Mark und bildet nach dem Austritt aus der Schädelhöhle ein langgestrecktes Ganglion, dessen grösster Durchmesser der Basis des Markes parallel verläuft. Aus diesen Ganglion entspringen vorn die Aeste, welche dem Glossopharyngeus entsprechen, sodann der Ramus intestinalis, ferner der Seitenast, und, am hintersten Ende, der Verbindungsstrang zum Sympathicus-Grenzstrang, mit einem kleinen Ganglion versehen (s. Fig. 6 Taf. I).

Der Intestinalast ist an seinem Ursprung mit einer ziemlich mächtigen gangliösen Anschwellung versehen, welche aus Zellen theils der grösseren, theils der kleineren Kategorie besteht. Namentlich kommen letztere dem Herzaste zu, der am ventralen Ende der Anschwellung sich vom Hauptaste abzweigt.

Derselbe verläuft zunächst an der hinteren Seite der oberen Hohlvene nach abwärts, schlägt dann auf die innere Wand um und gelangt, ohne die untere Hohlvene zu berühren, auf die obere Wand des gemeinsamen Venensinus, wo er sich eng an die Pulmonalvene anlegt.

Zwischen Vene und Sinuswand geht er eine ganglienreiche Anastomose mit dem gleichnamigen Aste der anderen Seite ein, setzt

dann seinen Weg längs der Lungenvene fort und gelangt in den erwähnten prismatischen Raum, in dem er, noch vor der Mündung der Lungenvene, endigt.

Die Rami cardiaci bestehen, von ihrem Ursprung aus dem Ganglion bis zum Sinus, aus breiten Fasern mit spärlich zwischengelagerten Ganglienzellen; längst der Lungenvene lassen sich Nervenfibrillen nicht mehr nachweisen. Die Gangliengruppen bestehen daselbst aus Zellen von ähnlichen Formverhältnissen wie bei den Fischen, aber von grösseren Dimensionen. Die Maasse sind folgende:

Froschlarve 6—7 mm Länge.

	Zelle		Kern	
Spinalganglion .	17,1 lang	10,0 breit,	10,0 lang	7,9 breit
Plexus coeliacus	11,5 »	6,8 »	7,5 »	5,3 »
Herzganglienzellen	13,7 »	7,2 »	8,4 »	5,9 »

Die Färbung der Zellen durch Hämatoxylin-Eosin ist eine sehr intensive, namentlich was das Plasma betrifft, welch letzteres ausserdem noch, ebenso wie im Centralorgan und in den Spinalganglien, in besonderer Weise durch Einlagerung von Pigment ausgezeichnet ist (Fig. 23 Taf. II).

Die Ganglienzellen besitzen keine Ausläufer, treten auch mit den Fasern der Rami cardiaci nicht in Verbindung; von den letzteren ist anzunehmen, dass sie echte Vagusfasern sind, die dem Herzen zustreben. Ob ihr Auftreten mit dem der Ganglien zusammenfällt, vermag ich am Frosch nicht zu bestimmen; nach Analogie der Befunde am Fisch dürften sie späterer Entstehung sein.

Bei einer Larve von 13 mm Länge hat die Faserbildung auch in den Ganglien begonnen (Fig. 24 Taf. II).

Die Zellen entsenden einen dicken Protoplasmafortsatz, dessen Richtung leider an Schnittpräparaten nicht ermittelt werden konnte.

Die Scheidewand der Vorhöfe hat inzwischen ihre volle Ausbildung erreicht; zwischen den beiden Endothelblättern entstehen inmitten eines lockeren Mesoblastes einzelne ungestreifte, embryonale Muskelzellen, die sich zu netzförmigen Zügen zusammensetzen.

In die Scheidewand erstreckt sich, von den erwähnten Ganglien (Fig. 6 Taf. II) ausgehend, jederseits ein kurzes Nervenstämmchen,

welches reichliche Ganglienzellen einschliesst. Der freie Rand des Septums wird von den Stämmchen bei weitem nicht erreicht, es ist also der grösste Theil der Scheidewand noch nervenfrei; auch die später an der Anheftungsstelle am Ventrikel gelegenen Atrioventriculärganglien bestehen zur Zeit noch nicht.

Dagegen entsendet das rechts von der Vena pulmonalis gelegene Ganglion einige kurze Zellstränge nach der oberen Wand des Vorhofes.

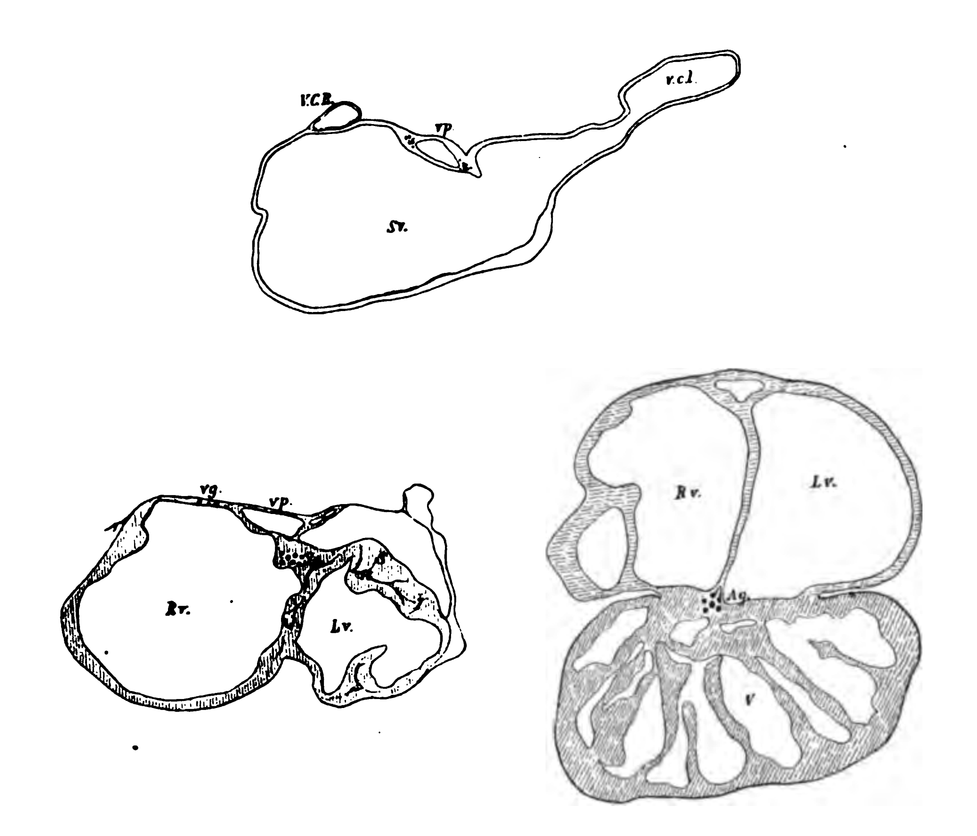


Fig. 6—8. Querschnitt durch das Herz einer Froschlarve 25 mm. 30 fach. *Sv* Venensinus. *vp* Lungenvene. *Rv.* Rechter, *Lv.* linker Vorhof. *V* Ventrikel. *SS* Septum (schräg getroffen). *VCR* und *VCl* rechte und linke obere Hohlvene. *Sg* Scheidewandganglien. *as* Atrioventricularganglien. *Rg* REMAK'sche und Sinusganglien. *vg* Vorhofganglien.

Die Querschnitte Fig. 6—8 sind einer Larve von 25 mm Länge entnommen. Der hinterste der Schnitte (Fig. 6) zeigt den Sinus; links entspringt die linke obere Hohlvene; die rechte obere Hohlvene ist bereits losgetrennt und liegt dem Sinus an. Zwischen beiden in der Mitte, in bekannter Weise in die Wand des Sinus ein-

gebettet, verläuft die Lungenvene mit den beiden Rami cardiaci und den Ganglien.

In Fig. 7 ist das gefältete Septum mehrfach schräg getroffen; die Ganglien haben die Ränder der Lungenvene verlassen und breiten sich theils im Septum, theils auf der Oberfläche des Vorhofs aus; die einzelnen Gruppen sind unter sich durch zellfreie Stämmchen verbunden.

Fig. 8 schneidet den Ventrikel kurz hinter dem atrioventricularen Ostium; wo das Septum dem Ventrikel angeheftet ist, enthält es wiederum ein kleines Ganglion, welches mit denen der Scheidewand durch mehrfache kleine Zellgruppen in unterbrochenem Zusammenhang steht.

Bekanntlich ist das Herz des ausgewachsenen Frosches anatomisch und physiologisch eines der bestuntersuchten Objecte. Seitdem WEBER den Stillstand durch Vagusreizung entdeckt und STANNIUS seine denkwürdige Versuchsreihe angestellt, ist es von den besten Beobachtern in jeder Hinsicht untersucht und geprüft worden; ja man darf wohl ohne Uebertreibung sagen, dass die Lehre von der Herzbewegung im Wesentlichen auf Versuchen am Froschherzen aufgebaut ist.

Indem ich die physiologische Seite der Frage übergehe, scheint es mir von Wichtigkeit, die Anatomie und Histologie der Herznerven des Frosches hier im Zusammenhang zu besprechen und vom embryologischen Standpunkt zu beleuchten[1]).

Das Herz des ausgebildeten Frosches erhält seine Nerven ebenso wie das des Embryo, allein aus dem Vagus. Ein Ast desselben, der Ramus cardiacus, entspringt jederseits aus dem Eingeweideast des genannten Nerven und begiebt sich längs des inneren Lungenrandes an die Rückseite der oberen Hohlvene bis zum Sinus, und läuft auf dessen oberer Wand bis zur Hinterwand der Pulmonalvene. Soweit er den Venen anliegt, führt der Herznerv Ganglien, die theils im Inneren des Stammes eingeschlossen, theils

1) Bei der folgenden Beschreibung stütze ich mich im Wesentlichen auf die vorzügliche Darstellung BIDDER's (9 und 10), welche TUMÄNZEW und DOGIEL (65) kürzlich mit Hilfe neuerer Methoden glücklich ergänzt und vervollständigt haben.

an dessen Peripherie gelegen sind. Nach Bidder giebt er auf diesem Wege keine Aeste zu der Venenwand ab, auch bilden die Ganglien keine Geflechte. Trotzdem glaubte Bidder diese Ganglien als Centralorgan für die Pulsation der Hohlvenen ansehen zu müssen, da diese letzteren auch nach der Abtrennung von den übrigen Herzganglien weiterschlagen.

Die Hemmungsfasern treten nicht direct sondern rückläufig vom Herzen aus an die Hohlvene heran, da nach Abschnürung am Sinus der hemmende Einfluss des Vagus auf die Hohlvenen ausbleibt.

Im Gegensatze zu Bidder haben Tumänzew und Dogiel wirklich einige Aestchen an die Venenwand treten sehen, ohne aber deren Zusammenhang mit den Ganglienzellen besonders zu erwähnen. Möglicherweise gehören sie den erwähnten Hemmungsfasern an.

An der Hinterwand der Pulmonalvene angekommen, anastomosiren die Cardiaci beider Seiten und bilden ein äusserst ganglienreiches Geflecht, die bekannten Remak'schen Knoten. Hierauf trennen sich die Stämme und verlaufen als vorderer und hinterer Scheidewandnerv unter beständigem Faseraustausch und mit Ganglien (Ludwig'sche Haufen) durchsetzt, bis zur Anheftungsstelle des Septum am Ventrikel, um dort die Bidder'schen Knoten zu bilden. Hier zerfallen sie in einzelne Bündel, die unter rascher Weitertheilung (Kölliker, Schweigger-Seidel) längs der Chordae tendineae zu den Muskeltrabekeln des Ventrikels gelangen, innerhalb derer sie sich in ein Netz auflösen, das die Muskelbündel umspannt und theilweise durchsetzt. Feinere Netze überziehen oberflächlich die Trabekel und, unter dem Endothel, die Klappen. Im oberen Drittel des Ventrikels liegen vereinzelte Ganglien der inneren Fläche auf (Gangl. ventricularia Dogiel's), auch im Mittelstück finden sich hie und da zerstreute Ganglienzellen; das untere Drittel, die Herzspitze, bleibt nach einstimmiger Angabe aller Untersucher zeitlebens ganglienfrei. Die Nerven des Aortenbulbus gehen nach Tumänzew und Dogiel hervor aus einem zwischen dem Anfangstheil des Bulbus und den Vorhöfen gelegenen Netze, das seine Zweige theils von der Vorhofswand, theils von einem am unteren Theile des Vorhofes verlaufenden Nerven, endlich aus dem vorderen Scheidewandnerven des Herzens bezieht. Auch die Bulbusnerven bilden ein Geflecht, das in der Bulbusscheide-

wand abermals Ganglien bildet, deren Functionen von LÖWIT (40) untersucht sind.

Schliesslich empfängt aus der Anastomose der REMAK'schen Knoten die untere Hohlvene einige myelinhaltige Nervenfasern, die sich zu einem Plexus ausbreiten.

Die Ganglienknoten des ausgewachsenen Herzens lassen sich ohne weiteres aus der oben beschriebenen Embryonalanlage ableiten. Die Einwanderung der Ganglienzellen findet, wie gezeigt, in mehreren Etappen statt, die zuweilen durch längere Zwischenräume getrennt sind.

Den ersten Ruhepunkt bildet für längere Zeit die Oberfläche des Sinus, speciell die Umgebung der Lungenvene. Hier liegen später die Sinusganglien, während die mit der Vene in den Vorhof eindringenden Complexe als REMAK'sche Ganglien bezeichnet werden. Infolge des eigenthümlichen Verlaufes der Lungenvene durch die Basis der Scheidewand gelangt nur ein geringer Theil der Zellen auf die Oberfläche der Vorhöfe (Vorhofsganglien), die Hauptmenge dringt in die Scheidewand ein; einige Zellen werden innerhalb derselben sesshaft (LUDWIG'sche Ganglien), andere sammeln sich an der Anheftungsstelle am Ventrikel (BIDDER'sche Ganglien); die äussersten Vorläufer gelangen,. den Klappen und Muskelbalken entlang, bis ins obere und selbst mittlere Drittel des Ventrikels (DOGIEL-sche Ganglien).

Es findet demnach die Wanderung lange Zeit hindurch in der einmal begonnenen Richtung ihren Fortgang, in der Weise, dass die stationär gewordenen Gangliencomplexe weitere Ausläufer zu treiben im Stande sind.

Aus dem Mangel an Ventrikelganglien bei der 25 mm langen Larve dürfen wir schliessen, dass selbst in diesem Alter die Ganglienzellen das Vermögen zu wandern noch nicht eingebüsst haben, wenngleich die Energie des Processes bei Weitem nachgelassen hat.

Die Vermehrung der Zellen ist eine sehr beträchtliche und geschieht unzweifelhaft noch an Ort und Stelle, denn eine Einwanderung durch den Herzast ist in späteren Stadien nicht mehr zu erkennen.

Der Gang der Entwickelung ist geeignet auch auf die physiologische Dignität der Herzganglien einiges Licht zu werfen. Eine

Froschlarve von 13 mm Länge beispielsweise ist ein freilebendes, munter bewegliches Thier, zu selbständiger Nahrungsaufnahme befähigt. Ruhe und Bewegung, Hunger und Verdauung, Wärme und Kälte stellen jedenfalls an das Herz dieselben wechselnden Ansprüche, wie beim ausgewachsenen Thier; das Herz contrahirt sich kräftig und regelmässig; vermag offenbar allen gestellten Anforderungen gerecht zu werden, und das alles mit einem Häufchen von wenigen Zellen, die in kleinem Umkreis auf Lungenvene, Vorhof und Scheidewand vertheilt sind; die Bidder'schen Ganglien, denen der Entdecker einen so wesentlichen Einfluss auf die Kammerbewegung zuschrieb, sind noch nicht vorhanden; ja es entbehrt der Ventrikel jedweden nervösen Zusammenhanges mit dem Vorhof!

Diese Erscheinungen weisen wohl genügend darauf hin, dass die bisher am Erwachsenen angestellten Durchtrennungs- und Reizversuche, ebenso wie die daraus gezogenen Schlüsse einer erneuten Prüfung an Herzen von Embryonen bedürfen.

Die Ganglienzellen des Froschherzens sind seit ihrer Entdeckung durch Remak Gegenstand der sorgfältigsten Untersuchung durch die besten Histologen und Physiologen gewesen. Dank diesen Forschungen sind wir über Vorkommen, Menge, Grösse und Form der Elemente aufs Genaueste unterrichtet. Obwohl aber den meisten Untersuchern das Problem vorschwebte, aus dem Bau der Zellen eine Erklärung ihrer Function als motorische Centren und Vermittler der centralen Hemmungs- und Beschleunigungsreize zu finden, so sind die wichtigsten Fragen noch ungelöst, und wie Ludwig schon 1848 sagte, wird auch heute noch »nur der die wahre Aufklärung bringen, der uns mit neuen Methoden arbeiten lehrt«.

Ludwig (42) entdeckte den Zusammenhang von Ganglienkugel und Nervenfaser; er fand die ersteren meist unipolar, was mit unseren heutigen Kenntnissen übereinstimmt; doch sah er in seltenen Fällen auch bipolare Zellen.

Die Nervenfasern des Herzens untersuchte Bidder (9, s. auch 67) mit Rücksicht auf die von ihm und Volkmann (8) begründete Ansicht, dass die stärkeren markhaltigen Fasern dem cerebrospinalen, die dünneren dem sympathischen System zugehörten.

Er fand die Zahl der ersteren am grössten beim Eintritt der

Nerven ins Herz; bei jedem Durchtritt durch ein Ganglion trat deren Menge gegen die der schwächeren Fasern zurück. Da nun zugleich die Dicke der aus einem Ganglienknoten austretenden Stämmchen diejenige des zuführenden Nerven übertraf, schloss BIDDER, dass die peripheren Endigungen der Herznerven Ausläufer der Ganglienzellen und sympathischer Natur seien.

Zwar ist die scharfe Unterscheidung zwischen groben und feinen Fasern nicht bestätigt worden, denn COURVOISIER (13) konnte Uebergangsfasern in grosser Zahl nachweisen; doch sind die von BIDDER gezogenen Schlüsse durch neuere Untersuchungen bestätigt worden.

1864 entdeckten nahezu gleichzeitig BEALE (7) und ARNOLD (1) im Sympathicus und in den Herzganglien des Frosches die Spiralfaser und das unter der Kapsel liegende sogenannte Oberflächennetz. Spiralfaser und Oberflächennetz wurde von vielen Seiten angezweifelt, so durch SANDER (56), der in dem Netze nur den Ausdruck der Zerklüftung des Plasmas durch das Härtungsmittel sehen wollte; ferner wurde schon damals die Existenz einer Spiralfaser von DOGIEL bestritten und dieselbe als optisches Bild einer Fältelung der Zellmembran hingestellt. Jedoch konnten KOLLMANN und ARNSTEIN (38), sowie COURVOISIER die Spiralfaser in zahlreichen Zellen des Froschsympathicus bestätigen, und nachdem ARNOLD (2) in einer zweiten Publication die Faser an der isolirten membranlosen Zelle nachgewiesen hatte, war deren Existenz zwar thatsächlich festgestellt, wurde aber dennoch vielfach mit Zweifel aufgenommen.

Evident wurde deren Vorhandensein bewiesen, nachdem EHRLICH (17) die Fähigkeit des Methylenblaus, die absterbende marklose Faser in specifischer Weise zu färben, entdeckt hatte. Es ist namentlich das Verdienst der Kasaner Histologen, diese Färbung in consequenter Weise auf die sympathischen Zellen des Herzens angewandt zu haben. Jedoch widersprechen sich deren Resultate gerade in den wichtigsten Punkten, und es ist eine Einigung bis jetzt noch nicht erzielt worden.

Indem ich für die historischen Daten auf die Arbeiten von RETZIUS (55), SMIRNOW (60) und TUMÄNZEW und DOGIEL (65) verweise, fasse ich die bisherigen Ergebnisse kurz zusammen.

Die Zellen des Froschsympathicus besitzen einen geraden und

einen spiralförmig gewundenen Fortsatz. Ersterer theilt sich nach kürzerem oder längerem Verlauf in zwei Zweige; Stamm und Zweige umgeben sich mit einer Myelinscheide (Feist, 20).

Der Spiralfortsatz kann ohne Markscheide unter Theilung endigen (Arnstein, 3), oft aber zerfällt er in zwei Aeste (Retzius, l. c.) die nach entgegengesetzter Richtung verlaufen. Stamm und Zweige können auch hier sich mit einer Myelinscheide umgeben (Key und Retzius, 35, Schwalbe 58).

Mit den Ganglienzellen hängt der Spiralfaden nicht direct, sondern durch das Oberflächennetz zusammen (Alexis Smirnow 66).

Die peripheren Endigungen sind am Herzmuskel (Arnstein, 4, Smirnow, 66) oder in der Wand der kleinen Gefässe gefunden worden.

Die angegebenen Verhältnisse sind übrigens nicht constant. Die Myelinscheide findet man nur an den Spiralfasern der grössten Zellen des Sympathicus; sie fehlt oft bei den mittleren und gewöhnlich bei den kleinsten Zellen; bei letzteren verläuft ausserdem die Faser häufig nicht spiralig, sondern geradlinig neben dem grossen Fortsatz.

Die Existenz und die nervöse Natur der Spiralfaser wird jetzt wohl von Niemandem mehr angezweifelt. Dagegen bestreiten noch kürzlich Tumänzew und Dogiel deren Selbständigkeit. Sie glauben, dass das Oberflächennetz »zum Fibrillenknäuel gehört, aus dem das Zellprotoplasma besteht«; die Spiralfaser halten sie für eine einzelne Fibrille des geraden Fortsatzes, welche durch Behinderung im Wachsthum den spiraligen Weg um den Markfortsatz eingeschlagen hat.

Diese Annahme verliert ihre Berechtigung durch den Nachweis einer eigenen Myelinscheide (Retzius), zudem hat Smirnow in manchen Fällen mit Sicherheit nachgewiesen, dass die Spiralfaser den entgegengesetzten Weg einschlägt, als der gerade Fortsatz.

Die von Courvoisier entdeckten Ausläufer des Oberflächennetzes, welche von Zelle zu Zelle ziehen, sind mit Hilfe der Methylenblaufärbung von Smirnow bestätigt worden. Es besteht demnach ein intragangliöses Commissurensystem, welches einen Vergleich mit den intracerebralen Bahnen zulässt. Erhöht wird diese Aehnlichkeit durch das Verhalten der Spiralfaser und des Oberflächennetzes, welches schon Smirnow den Vergleich mit den »nids pericellulaires« des Ramon y Cayal nahe gelegt hat.

Es entspricht dieser Vergleich einer Anschauung, welche, von

Kölliker zuerst angedeutet, durch Ranvier, Bidder u. a. gestützt, kürzlich auch durch Retzius angenommen wurde, einer Anschauung, die darin besteht, dass man in der Spiralfaser den Ausläufer eines cerebrospinalen Nerven sieht, der mit der Ganglienzelle secundär in Verbindung tritt und ihre Communication mit dem Centralorgan herstellt. Dass die Spiralfaser und das Oberflächennetz secundäre Bildungen sind, wird erwiesen durch das von Smirnow (Anatom. Anzeiger 1888, No. 9, S. 258) beschriebene Verhalten der Zellen in den Lungenganglien, deren mehrere von einem gemeinsamen Netze umschlossen werden, aus dem eine, allerdings nicht spiralig gewundene, Faser entspringt.

Bidder (10) glaubte seine Meinung durch Degenerationsversuche stützen zu können. Er fand 60—90 Tage nach Durchtrennung des Vagus, in Chrom-Essigsäurepräparaten an Stelle des Oberflächennetzes nur noch einzelne Fetttröpfchen, und deutete diese als Reste eines Degenerationsprocesses. Leider konnten seine Angaben durch Courvoisier (13) keine Bestätigung finden. Seitdem sind ähnliche Versuche nicht mehr angestellt worden.

Zudem haben sich die neueren Autoren (Ehrlich, Arnstein, Smirnow) auf Grund thatsächlicher Beobachtungen für den peripheren Verlauf der Spiralfasern ausgesprochen, Smirnow sogar die Endigung desselben im Herzmuskel der Vorhofswand gesehen.

Die Spiralfaserzellen sind übrigens nicht die einzigen Elemente des Herzgangliensystems. Arnstein (4) beobachtete, dass eine gewundene Faser nur denjenigen Ganglienzellen zukommt, welche in Stämmen der Nerven oder in den Ganglien eingeschlossen liegen, während die abseits gelegenen und isolirten Zellen derselben zumeist entbehren.

Es sind fernerhin noch bipolare Zellen, multipolare mit doppeltem Markfortsatz, Zellen »in opponirter Stellung« und selbst apolare Elemente beobachtet. Ueber die letzteren drücken sich die neueren Autoren sehr vorsichtig aus; mit Bestimmtheit sind sie nur von Dogiel (14, 16) in den Herzen wirbelloser Thiere beschrieben.

Auf die histologischen Differenzen hat Vignal (66), unter steter Controle durch physiologische Experimente ein System aufgebaut, das hier eine gesonderte Besprechung verdient.

Nach Ranvier's (50) Beobachtungen am Frosch, die Vignal durch

die ganze Wirbelthierreihe an zahlreichen Species wiederholte, giebt es im Herzen der Batrachier zweierlei Zellen. Die einen hängen den Nervenzweigen seitlich an »wie Früchte den Zweigen«, die anderen liegen innerhalb der Stämme eingeschlossen.

Zur ersteren Gattung gehören die Zellen des Sinus, der Remak-schen und der Scheidewandganglien; sie besitzen einen geraden, T-förmig getheilten Fortsatz und eine Spiralfaser.

Die zweite Gattung bildet die Bidder'schen Ganglien, und findet sich nur spärlich vertheilt auch in den übrigen Gangliencomplexen. Durch Behandlung mit Chlorgold konnte an ihnen keine Spiralfaser dargestellt werden.

Trennten Ranvier und Vignal das Herz durch einen quergelegten Schnitt in zwei Theile so, dass die Bidder'schen Ganglien dem Ventrikel verblieben, so bewirkte elektrische Reizung am Vorhof Stillstand, am Ventrikel aber Wiederkehr der Pulsation. Daraus schlossen Ranvier und Vignal, dass die am Vorhof gelegenen Ganglien hemmende, die des Ventrikels motorische Eigenschaften besässen, und dass diese functionellen Unterschiede in der Verschiedenheit des histologischen Baues der Zellen ihren Ausdruck fände.

Auf den physiologischen Theil einzugehen ist hier nicht der Ort; hier beschäftigt uns nur die Frage, ob mit Recht zweierlei verschiedene Zellen im Herzen angenommen werden dürfen.

Vom embryologischen Standpunkt aus ist dies zu verneinen.

Die sämmtlichen Ganglienzellen des Herzens entstammen nur einer Anlage, nämlich dem Ganglion des Vagus; sie sind später auf dem Sinus noch zu einer Gruppe vereinigt, innerhalb welcher sich nicht die mindesten histologischen Verschiedenheiten nachweisen lassen, und während der Wanderung durch die Vorhofscheidewand ist es wiederum nur eine Art von Zellen, deren einer Theil in der Scheidewand verbleibt und T-Fortsätze bildet, während der andere an den Ventrikel gelangt und dort, wie es scheint, eine andere bleibende Gestalt annimmt.

Daraus geht hervor, dass alle Zellen ursprünglich einer Art gewesen sind, und dass die histologischen und etwaigen functionellen Verschiedenheiten erst Producte späterer Bildungen resp. Verbindungen sein können.

Ich möchte auf die Formverschiedenheit kein allzugrosses Gewicht legen, und darf dabei auf das Verhalten der cerebrospinalen Ganglienzellen hinweisen, welche, wie bekannt, ursprünglich ausnahmslos bipolare Form besassen. Der Kern mit der Hauptmasse des spindelförmigen Zellkörpers sitzt den Fortsätzen seitlich an, und wird mit fortschreitender Entwickelung derart abgeschnürt, dass schliesslich eine unipolare Zelle resultirt, deren Fortsatz in grösserer oder geringerer Entfernung sich T-förmig zu theilen scheint. Bei den Fischen dagegen bleibt die bipolare Form zeitlebens erhalten, und auch bei höheren Thieren behält das Ganglion spirale cochleae, obwohl einer Natur mit den cerebrospinalen Ganglien hinterer Wurzeln, die ursprüngliche Gestalt der Zellen bei.

Bei sympathischen Zellen geht das Umgekehrte vor sich, indem ein ursprünglich einfacher Fortsatz sich später T-förmig theilt. Aber auch hier kommt es offenbar nur auf den Abstand der Theilstelle vom Zellkörper an, ob das Gebilde ein- oder zweipolig erscheinen soll. Wichtiger ist das Vorhandensein oder Fehlen der Spiralfaser.

Eine solche ist nur bei den anuren Batrachiern und einigen Reptilien bisher beobachtet (60); sie fehlt den Urodelen, den Fischen, sowie den höheren Thieren. Jedoch ist gerade bei den letzteren mit Hilfe der Methylenblaufärbung das Oberflächennetz durch RETZIUS und SMIRNOW dargestellt worden. Dieses Gebilde scheint offenbar das Wesentliche des Spiralfasersystems zu bilden und es kommt ihm eine allgemeine Bedeutung zu, seitdem es durch RAMON Y CAYAL (49) und KÖLLIKER (37) im Rückenmark als collaterales Endorgan eintretender Wurzelfasern, an den Spinalganglienzellen der Ratte, ebenfalls durch RAMON Y CAYAL als Endigung wahrscheinlich sympathischer Fasern erkannt ist.

Ich habe die Herzganglien zahlreicher Froschlarven verschiedenen Alters in Bezug auf die Entwickelung dieses Systems verfolgt, und dabei beobachtet, dass das Oberflächennetz ein Product sehr später Bildung ist, welches erst zur Zeit, wo die Extremitäten sich entwickeln, auftritt. Ich konnte ferner constatiren, dass das Netz von aussen her die Zellen überzieht, was schon daraus hervorgeht, dass es häufig Gruppen von 2—3 Zellen gemeinsam umfasst; jedoch ist es mir nicht gelungen zu ermitteln, ob es als Endigung einer sympathischen oder einer cerebrospinalen Faser auftritt. Die Unter-

suchungen werden fortgesestzt und es soll anderen Ortes darüber Mittheilung gemacht werden.

Soviel steht jedenfalls fest, dass bei unseren heutigen Kenntnissen vom Verlaufe der Ganglienfortsätze jede physiologische Deutung der anatomischen Befunde als verfrüht zu bezeichnen wäre.

Entwickelung der Herznerven beim Hühnchen.

Der Entwickelung der Herznerven beim Hühnchen habe ich besondere Aufmerksamkeit geschenkt, nachdem ich gefunden, dass bei diesem leicht zu beschaffenden und zur physiologischen Untersuchung sehr geeigneten Objecte die Herzganglien in einzelnen Etappen entstehen, welche zeitlich genügend auseinanderliegen, um getrennt untersucht zu werden.

Das Herz des Hühnchens (s. 25 und 26) entsteht aus zwei paarigen Anlagen, die am Schlusse des ersten Brüttages zum Schlauche sich vereinigen, dessen Wand von der animalen Muskelplatte des Vorderdarmes geliefert wird. Ventral- und dorsalwärts ist der Schlauch durch ein Gekröse angeheftet, welches aber zum Theil sehr bald zu Grunde geht. Es schwindet das dem Ventrikeltheil des Herzschlauches anhaftende, sowie das gesammte ventrale Gekröse, sodass der Schlauch nur mehr durch zwei Bänder mit dem übrigen Körper in Verbindung bleibt, von denen das vordere Träger der Arterien, das hintere Leitband für die in den Vorhof einmündenden Venen ist.

Sobald das Herz überhaupt gebildet ist, beginnt es auch zu schlagen (nach PREYER, 48, S. 23, in der 36. Stunde).

Die Bewegung ist von derjenigen des ausgebildeten Herzens völlig verschieden; sie ist nicht eine Contraction, ein gleichzeitiges Zusammenziehen gewisser grösserer Herzabschnitte, sondern eine Contractionswelle (20), die in gleichmässig peristaltischer Bewegung den Herzschlauch durchläuft und am Ende des Aortenbulbus sich verliert.

Die erste Anlage der Herzganglien (Fig. 7 Taf. I) findet sich am 6. Tage der Bebrütung. Zu dieser Zeit hat das Herz bereits seine fertige Gestaltung empfangen; es besteht aus zwei durch eine Längs-

furche auch äusserlich angedeuteten Ventrikeln, von denen der rechte noch die Spitze bildet; er geht unmerklich über in den Bulbus arteriosus, welcher die durch eine Mesoblastscheidewand getrennten beiden Aorten einschliesst.

Der Vorhof besitzt bereits sein Septum, das, in der bekannten Weise mit dem breiten Ventricularende auf dem Septum ventriculorum aufsitzend, die mittleren Atrioventricularklappen markirt. Der Sinus als selbständige Bildung besteht nicht mehr, sondern es mündet die untere Hohlvene direct in den Vorhof ein.

Die Endothelrohre der beiden Aorten drehen sich spiralig um einander, bis die aus dem linken Ventrikel stammende die Lage nach rechts und vorn erreicht hat. Dort theilt sich die eigentliche Aorta in drei Aeste, nämlich den linken und rechten Truncus anonymus und die Fortsetzung des Aortenstammes. Rechts vom letzteren verläuft der Vagus mit noch vorn convexem Bogen und giebt unter der Aorta hindurch den Nervus recurrens ab.

Vom Hauptstamme des rechten Vagus entspringt ein Zweig, der Anfangs an der äusseren Seite der Aorta, hinter dem Abgang des Truncus anonymus verlaufend, sich gabelt und ein Aestchen in den Winkel sendet, in dem die Subclavia sich von der Carotis trennt; hier endet es mit einem Ganglion.

Die Fortsetzung des Herzastes strebt, unter dem Truncus anonymus verlaufend, der Mittellinie zu, und endet im Septum arterosum ebenfalls mit einem Ganglienknötchen.

Die linke Aorta theilt sich in derselben Höhe wie die rechte in zwei starke Aeste, von denen der rechte, nach Abgabe des rechten Pulmonalastes, sich weiter vorn, der linke, nach Abgabe des anderen Lungenastes, weiter hinten, nahe der Medianebene, mit der R. Aorta zur Dorsalaorta vereinigt.

Das hier gezeichnete Exemplar besitzt linkerseits zwei Cardiaci, von denen der eine aus dem Recurrens, der andere aus dem Vagusstamm hervorgeht. Beide verlaufen auf der oberen Fläche des linken Pulmonalastes nach dem Septum, wo sie, in gleicher Höhe mit dem R. Cardialaste, in kleinen Ganglien endigen.

Der Sympathicusgrenzstrang, obwohl zu dieser Zeit vorhanden, ist an der Bildung der Herzäste unbetheiligt.

Die Rami cardiaci bestehen aus Gruppen kleiner, dunkel-

gefärbter Zellen, die untereinander durch kurze und dünne Faserbündelchen zusammenhängen; in der Abbildung ist der Verlauf etwas schematisirt; in Wirklichkeit bieten die Stämmchen noch weit mehr das früher beschriebene Bild des Zellschwarmes. Jedoch lässt sich die Richtung der Zellausläufer wegen der umgebenden Nervenscheide bereits nicht mehr mit Sicherheit erkennen.

Ausser den Fasern, welche aus den Ganglien entspringen, enthalten die Stämmchen zweifellos auch schon Vagusfasern, deren Uebergang aus dem Stamm in den Herzast direct beobachtet werden kann.

Am 8. Brüttage sind die beiden Aorten auch äusserlich völlig von einander getrennt; der Verlauf der Arterien ist derselbe wie bei dem 6tägigen Embryo.

Dagegen hat das Nervensystem (Fig. 8—10 Taf. I) eine Erweiterung erfahren durch das Entstehen eines Vorhofplexus, welcher theils durch selbständige Vagusäste gebildet wird, theils durch Zweige, die von dem bereits vorhandenen Bulbusnerven zu den Venenmündungen herabgestiegen sind.

Das Gebiet der Bulbusnerven hat sich erweitert, und der zwischen Aorta und Pulmonalis verlaufende rechte Vagusast legt sich T-förmig in die Atrioventricularfurche und an die Basis des Bulbus an, indem er ein Ganglion bildet, das durch einen weiteren, an der Aussenfläche der Aorta verlaufenden, sowie durch einen vom linken Bulbusast des Vagus kommenden Zweig verstärkt wird (Fig. 10).

Das Vorhofgeflecht empfängt:

1. jederseits einen Zweig vom Vagusstamm,
2. rechts einen Zweig vom R. Bulbusnerven,
3. einige kleine Zweigchen aus dem sympathischen Plexus bronchialis.

Das gesammte Geflecht wird nach beiden Seiten durch die oberen Hohlvenen, nach unten durch die Mündung der Vena cava inferior begrenzt. Die sämmtlichen zuführenden Stämme besitzen, theils in ihrem Verlauf, theils in den Theilungswinkeln Gruppen von Ganglienzellen; die Hauptmenge der Ganglien liegt aber an den Enden des Geflechtes, unmittelbar an der Vorhofswand.

Am 10. Tage (Fig. 11 und 12 Taf. I) kommen zu den bereits vorhandenen Nerven noch die Coronarnerven hinzu, welche aus dem Bulbusgeflecht entspringen, und zwar geht der rechte Nerv aus dem vor den Arterien liegenden Plexus, der linke aus dem hinteren hervor; beide verlaufen in der Kranzfurche längs der Coronararterien, gehen aber noch nicht auf die Ventrikelfläche über.

Es besteht demnach das Herznervensystem des Hühnchens:

1. aus dem Bulbusgeflecht, das hinter, zwischen und vor den grossen Aortenstämmen sich ausbreitet, in die Atrioventricalarfurche übergeht, und die beiden Coronarnerven entsendet.

Das Bulbusgeflecht empfängt jederseits aus dem Vagus ein bis zwei starke Nerven, denen sich sympathische Elemente beimengen. Diese stammen aus den Geflechten, welche vom Ganglion cervicale suprem. ausgehend, den Vagus, Recurrens und die Carotiden in absteigender Richtung begleiten; dazu kommt rechts ein Zweig, der vom Ganglion thoracicum primum an den Vagusstamm oberhalb des unteren Cervicalganglions tritt. Die sympathischen Zweige verlaufen nicht selbständig, sondern in und mit den Vagusästen zum Herzen.

2. aus dem Vorhofgeflecht. Es bekleidet die obere und hintere Fläche des gemeinsamen Venensinus, sowie die einmündenden Hohlvenen und besitzt in der durch die Vorhofscheidewand bedingten Längsfurche die mächtigsten Gangliencomplexe. Die Scheidewand selbst enthält im Inneren k e i n e Ganglien.

Das Geflecht entspringt:

a. jederseits aus 1—2 selbständigen Vaguszweigen;
b. aus einem Zweige des r e c h t e n Bulbusnerven;
c. aus Elementen, die vom Plexus bronchialis zum Vorhof treten.

Die nervöse Verbindung zwischen Kammer und Vorhof wird nur durch den sub b. erwähnten Zweig vermittelt.

3. Die obere Hohlvene besitzt jederseits einen Nerven, der dem ersten Brustganglion des Grenzstrangs entstammt, und am lateralen Venenrande nach abwärts, bis nahe der Einmündung, verläuft; er endigt daselbst, ohne mit dem Herzgeflecht in Verbindung zu treten.

Im ganzen Geflecht sind die Nerven ziemlich dick, und führen vom Vagus-Ursprung bis zur Endigung reichlich Ganglienzellen. Nur die Coronarnerven sind ganglienfrei.

Die Ganglienzellen sind in allen Theilen von gleichem Bau; sie sind etwas grösser als diejenigen des Grenzstranges und der Bronchialganglien, aber erheblich kleiner als die Spinalganglienzellen.

Entwickelung der Herznerven beim Menschen.

Das Herznervensystem menschlicher Embryonen ist von ROMBERG und mir (31) in eingehender Weise untersucht, und die Resultate sind an zwei Orten veröffentlicht worden. Jedoch sind beide Publicationen in knapper Form gehalten und die in der einen derselben mitgetheilten Abbildungen schematisch gehalten, so dass die Nothwendigkeit vorliegt, eine durch genaue Zeichnungen unterstützte ausführliche Beschreibung nochmals zu geben.

Das Material zu den Untersuchungen verdankten wir meinem Vater, der uns seine zahlreichen Schnittreihen menschlicher Embryonen zu Verfügung stellte.

Von zwei Stufen haben wir Modelle angefertigt; die jüngere Stufe, welche einfache Verhältnisse darbot, wurde nach Zeichnungen auf 3 Projectionsebenen, eine linke und rechte sagittale, und eine hintere frontale, aufgetragen; nach diesen Profilrissen wurde freihändig ein Modell der Gefässe und Nerven hergestellt und schliesslich mit einem schon früher durch meinen Vater hergestellten Herzmodell desselben Embryo in Verbindung gebracht.

Der ältere Embryo mit seinem vielfältig verzweigten Nervennetze liess sich durch dieselbe Methode nicht mehr plastisch darstellen; wir bedienten uns daher der BORN'schen Plattenmodellirungsmethode.

Mittelst eines im anatomischen Institut aufgestellten photographischen Projectionsapparates (29) wurde jeder 2. Schnitt der Serie bei 75 facher Vergrösserung auf EASTMAN'sches Bromsilberpapier photographirt. Die Schnittdicke betrug 0,02 mm, es entsprach also jedes Bild bei der angegebenen Vergrösserung einer Schicht von 3 mm. Nachdem jedes einzelne Nervenstämmchen mit Hilfe stärkerer Vergrösserung an den Schnitten controlirt und auf den Negativen durch

Farbe markirt war, wurden die Umrisse des Herzens und der Nerven auf je 2 Wachstafeln von 1,5 mm übertragen und diese mit Hilfe des Messers ausgeschnitten.

Da die Schnittserie keine Definirflächen besass, wurde die Orienrung beim Zusammensetzen der Platten nach dem Verlauf der Chorda dorsalis bewerkstelligt, über den wir durch eine von meinem Vater früher angefertigte Profilzeichnung Kenntniss hatten.

Es darf also das dargestellte Modell nicht nur für die Lagerung der Herznerven, sondern auch für die Gesammtgestalt des Herzens als zuverlässig angesehen werden.

Da die in erheblicher Ausdehnung dargestellten Gefässe den Einblick in das Nervensystem hinderten, wurden sie durch Ueberstreichen mit heissem Spatel und Bekleben mit dünnem Mull zu einem haltbaren Ganzen gefestigt, und an passenden Stellen abgetragen. Ebenso wurde der linke Vorhof und ein Theil des Ductus Botalli entfernt.

Da wir auf jeder einzelnen Wachstafel die Nerven und Ganglien durch bunte Wachsfarben gekennzeichnet hatten, lag nun das Herznervensystem in seiner ganzen Ausbreitung zu Tage; wir befestigten dasselbe durch eingeschmolzene Zwirnfäden und gaben ihm mittelst des heissen Spatels eine leichte Ueberarbeitung. Schliesslich wurden die abgetrennten Theile durch Messingstifte mit dem übrigen Modell abnehmbar verbunden, und das Ganze auf einem Stativ befestigt.

Der Beginn der Herznervenentwickelung beim menschlichem Embryo fällt in's Ende der 4. oder Anfang der 5. Woche.

Die Nerven stammen von Anfang an sowohl aus dem Vagus, wie aus dem Sympathicusgrenzstrang. Fasern und Ganglienzellen treten, soweit unsere Beobachtungen reichen, zu gleicher Zeit auf.

Vom Grenzstrang des Sympathicus wissen wir (30), dass er zunächst als Längscommissur der Rami communicantes angelegt wird (Embryo von $3\frac{1}{2}$ Wochen, 6,9 mm) und dass in der Folge die Ganglienelemente in Form von Keimzellen aus den Spinalganglien ihm zuwandern.

Anfangs der 5. Woche ist der Grenzstrang seiner ganzen Länge nach angelegt, und besteht aus einem fortlaufenden Zellstrang, innerhalb dessen sich mehr oder weniger ganglienreiche Abschnitte unter-

scheiden lassen. Er enthält zwischen den fertigen Elementen zahlreiche Mitosen in der Form der Keimzellen.

Im Vagusstamme sind zu dieser Zeit unterhalb des Plexus nodosus keinerlei Ganglienzellen anzutreffen.

Das Herz besitzt die in Fig. 31—33 Taf. III wiedergegebene Gestalt.

Vorhöfe und Ventrikel sind durch die Coronarfurche getrennt, der eingestülpte Ohrcanal bereits vom Ventrikel überwachsen und zur Bildung der Atrioventricularklappen verwendet, welche durch musculöse Chordae der Ventrikelwand mehrfach angeheftet sind. Eine scharf ausgeprägte Längsfurche trennt den rechten Ventrikel mit dem Aortenbulbus vom linken. Das Septum inferius der Kammern ist aufgerichtet und mit dem Septum intermedium der Vorhöfe in engster Verwachsung, die von letzterem entspringenden inneren Klappenzipfel ebenfalls durch musculöse Chordae angeheftet.

Das Septum aorticum trennt Aorta und Pulmonalis bis zum Anfangsstück des Bulbus; innerhalb desselben verlaufen jedoch die Stämme noch gemeinsam, die Trennung der Ventrikel ist demnach noch nicht vollendet.

An der unteren Fläche der Vorhöfe tritt der Sinus reuniens scharf hervor; die nach hinten und oben gerichteten Hörner desselben enthalten die grössere rechte und die kleinere linke obere Hohlvene, direct von unten öffnet sich in den Sinus die untere Hohlvene.

Die grösseren Aeste gehen von der Aorta bereits in der endgiltigen Weise ab, aus der Pulmonalis entspringen unmittelbar vor der Vereinigung mit der Aorta die sehr kleinen Lungenäste; der Botalli'sche Gang mündet in unverminderter Stärke in die absteigende Aorta.

Vagus und Sympathicus verlaufen, leicht gekrümmt, im retrocardialen Raum direct nach unten; vom ersteren entspringt mit bereits rückläufiger Richtung der Recurrens. Der Sympathicus erlaubt eine Gliederung in ein oberes und unteres Cervicalganglion zu erkennen; die Thoracalganglien sind noch nicht differenzirt.

Die Herznerven entspringen ihren Stämmen in der Höhe des Aortenbogens, schlagen sich von links und rechts unter Aorta und Pulmonalis durch an deren Medianfläche, verlaufen zwischen diesen

Gefässen und enden im Septum aorticum mit mehrfachen kleinen Ganglienknötchen.

Der Nervus vagus dexter gibt in der Höhe des Recurrens einen Herzzweig ab, der nach oben gekrümmt, seinem Ziele zustrebt. Ihm gesellt sich ein Zweig des Grenzstranges zu, der unterhalb des Ganglion cervicale supremum mit doppelter Wurzel entspringend, sich eng an die innere Fläche des Vagus anlegt, und scheinbar aus diesem austretend sich mit dem Vagusaste vereinigt. Jenseits der Vereinigungsstellen geht der Herzast des Vagus eine kurze Anastomose mit dem entsprechenden Ast der anderen Seite ein.

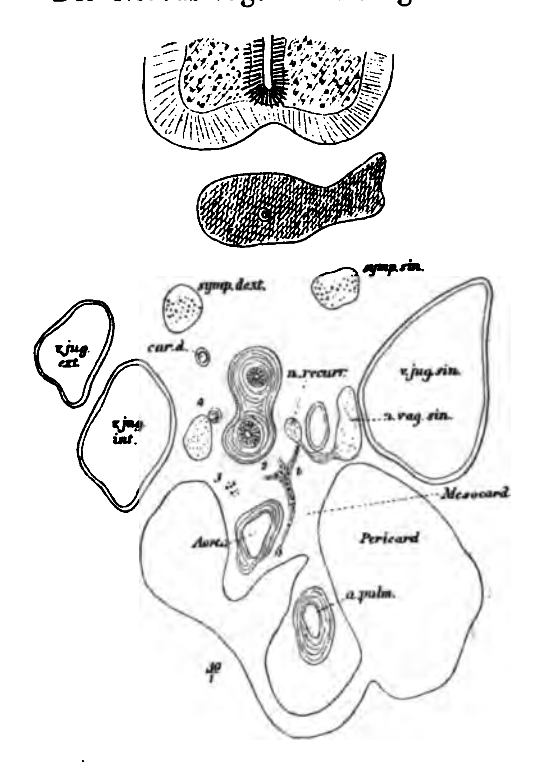


Fig. 9. Frontalschnitt durch das Bulbusgeflecht eines menschl. Embryo von 10,2 mm NL. 80fach. 1. Ram. card. n. recurrent. sinistri. 2. Anastomose desselben zum Ram. card. dexter. 3. Ram. card. vagi dextri. 4. Ram. card symp. dextri.

Links erhält das Herz zwei Aestchen, eines aus dem Vagus selbst, dem sich ein Zweig aus dem Sympathicus beimengt, ein zweites aus dem Recurrens. Beide Aestchen schlagen einen gesonderten Weg ein und enden, jedes mit einem Ganglienknötchen, zwischen Aorta und Pulmonalis.

Dies sind die einzigen Nerven, welche in diesem Alter das Herz erhält; zu den Vorhöfen treten weder Nervenzweige, noch finden sich an ihrer Wand Ganglienzellen.

Die weitere Entwickelung der Herznerven erfolgt in der Weise, dass aus Vagus und Sympathicus unterhalb der Bulbusnerven neue Zweige hervorgehen, welche nun dem venösen Ende des Herzens zustreben und an der hinteren Vorhofwand sich zu einem Geflechte

vereinigen. Diesem Geflechte gesellen sich fernere Zweige zu, welche aus dem Aortengeflechte stammen. Von beiden Quellen her geht die Bildung der Vorhofsnerven gleichzeitig vor sich.

Um den Verlauf dieser Nerven zu verstehen, muss man sich die Bildung des Herzgekröses veranschaulichen (27, p. 129 ff.).

Ursprünglich kommt dem Herzschlauch des Menschen zweifellos wie dem der übrigen Wirbelthiere ein vorderes und ein hinteres Gekröse zu, doch verschwindet das erstere vollständig, das letztere wenigstens in der Ausdehnung des Ventrikeltheils, und schon bei einem der jüngsten bekannten menschlichen Embryonen hängt das Herz nur noch an seinem arteriellen und venösen Ende mit dem Rumpf zusammen.

An Stelle des durchbrochenen hinteren Blattes entsteht ein Hohlraum, welcher, von einer Serosa bekleidet, als Sinus transversus pericardii bezeichnet wird.

Dieser Hohlraum bildet eine Grenze zwischen Vorhof- und Bulbusnerven derart, dass die ersteren oberhalb, die letzteren unterhalb,

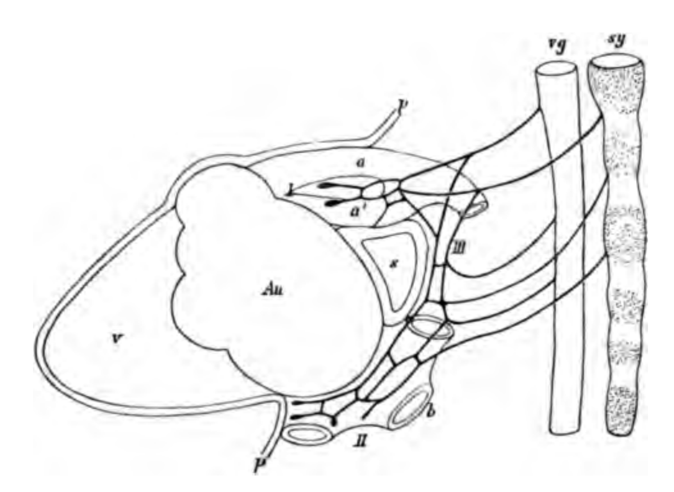


Fig. 10. Schematische Darstellung des Herzgeflechtes menschlicher Embryonen. *a* Aorta. *a'* Pulmonalis. *b* Vorhof mit den Venenmündungen. *Au* Herzohr. *v* Ventrikel. *vg* N. vagus. *sy* N. sympathicus. *p—p* Pericard. *s* Sinus transversus pericardii. *I* Bulbusgeflecht. *II* Vorhofsgeflecht. *III* Verbindungsgeflecht.

die verbindenden Zweige aber hinter dem Sinus transversus ans Herz treten. Die Bucht, welche Bulbus und Vorhof trennt, und von der vorderen Wand des Sinus bekleidet wird, ist frei von Ganglien und grösseren Zweigen.

Die Gestalt des Herzens bei einem 7wöchentlichen Embryo (19 mm Nackenlänge) ist in Fig. 34—37 Taf. IV dargestellt.

Beide Ventrikel sind durch die vordere und hintere Längsfurche von einander getrennt; die Längsachse des rechten Ventrikels verläuft annähernd horizontal, die des linken nach vorn und oben aufsteigend. Die Spitze wird jetzt in grosser Ausdehnung allein vom linken Ventrikel gebildet.

Wie auf der Oberfläche, so ist auch im Inneren die Trennung der Kammern eine vollständige.

Die Vorhöfe, durch eine oben tiefe, unten ziemlich seichte Coronarfurche von den Kammern getrennt, entsenden direct nach oben die unter rechtem Winkel abgebogenen mächtigen mehrfach gelappten Herzohren. Die Grenze beider Vorhöfe ist durch eine flache, von linker und rechter oberer Hohlvene begrenzte Furche äusserlich gekennzeichnet.

Der ehemalige Sinus reuniens ist mit seinem rechten Horn vom R. Vorhof nicht schärfer abgesetzt, als er auch beim Erwachsenen durch die Taenia terminalis zu sein pflegt; das linke Horn markirt sich durch den Verlauf der noch bestehenden linken Cava superior.

Die Umschlagstelle des Pericard bildet jederseits eine Linie, die, am lateralen Rande der oberen Hohlvenen absteigend, in der Höhe der Cava inferior auf das Zwerchfell stösst; beide Linien ziehen vereint nach rechts, und umkreisen die untere Hohlvene; dann verwächst das Pericardialblatt mit dem serösen Ueberzuge des Centrum tendineum.

Die Vagusstämme sind in der Figur beiderseits vom unteren Rande des Halsganglions an dargestellt. Während ihres ganzen Verlaufes hinter dem Herzen geben sie eine grosse Anzahl von Aesten ab, welche theils die Wand der absteigenden Aorta innerviren, theils im Bulbus- und Vorhofgeflecht übergehen, theils auch Anastomosen der beiden Stämme untereinander und mit sympathischen Aesten herstellen. Dicht unterhalb des letzten Herzastes gehen beide Stämme die bekannte geflechtartige Verbindung ein, aus welcher ein stärkerer linker und ein schwächerer rechter Ast resultirt. Aus dem Geflecht selbst und dessen unmittelbarer Umgebung entspringen die zahlreichen und starken Lungennerven.

Unterhalb des Plexus nodosus findet man im Stamme des Vagusnerven keine Ganglienzellen mehr. Wohl aber häufen sich solche in den abgehenden Zweigen an, und es besitzen die meisten dieser Zweige an der Abgangsstelle vom Hauptast, sowie in ihren ferneren Verzweigungen und Endpunkten kleine Ganglienknötchen, deren Elemente nach Grösse und Form dem sympathischen System zugerechnet werden müssen. Eine bedeutende Anhäufung solcher Zellen findet sich regelmässig an der Abgangsstelle des Recurrens.

Dass diese Zellen durch Wanderung an Ort und Stelle gelangt sind, unterliegt keinem Zweifel. Schon vor dem Auswachsen der Herznerven bildet das Vagusganglion ein compactes Ganze, mit scharf begrenztem unterem Rande; kaum dass hin und wieder eine Zelle den Umfang desselben um Weniges überschreitet. Wandernde Zellen im Stamme habe ich zu keiner Zeit beobachtet.

Dagegen verlaufen, eng dem Stamm anliegend und zum Theil von dessen Scheide eingeschlossen, sympathische Zweige von oben nach unten. Sie bilden in unregelmässigen Abständen kleine Ganglienknötchen und anastomosiren mehrfach unter sich und mit Zweigen des Grenzstranges. Sie verlassen den Stamm theils selbständig, theils gemeinsam mit echten Vaguszweigen und begeben sich zu allen vom Vagus innervirten Organen; ihre Natur manifestirt sich auch in den peripheren Verzweigungen durch den Gehalt an sympathischen Ganglienzellen.

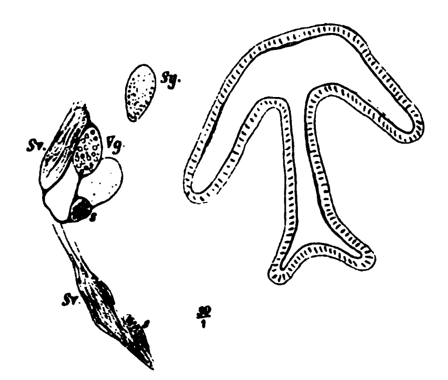


Fig. 11. Vagus mit unt. Halsganglion (Plex. nodos.) und angelagerten sympathischen Zellen. Menschl. Embryo 10,2 mm. *Vg* Ganglion des Vagus. *Sv* Stamm des Vagus. *ss* Sympathische Ganglienzellen. *Sy* Grenzstrang des Sympathicus.

Man darf sich deren Entstehung so vorstellen, dass während ihrer Wanderung sympathische Zellen sich dem Vagusstamme angelegt haben, beim Entstehen der Scheide von dieser umwachsen worden sind, und nun innerhalb derselben ihren Weg fortgesetzt haben. Die Anhäufung in den Winkeln abgehender Aeste erklärt sich dadurch, dass die Wanderzellen an der quer vor-

liegenden Scheide ein Hinderniss gefunden haben und sesshaft geworden sind.

Die obersten dieser sympathischen Aeste legen sich dem Vagus bereits in der Höhe des Ganglion nodosum untrennbar an, es ist demnach von hier abwärts der Vagusstamm ein gemischter, theils cerebraler, theils sympathischer Nerv.

Die grösste Menge sympathischer Bestandtheile führt der Vagus in der Höhe des Herzgeflechtes. Einige derselben betheiligen sich noch an der Bildung der Lungennerven; unterhalb des Plexus anastomoticus verschwinden dieselben vollständig. Ebenso führt der Vagus zwischen dem Ganglion jugulare und nodosum keine sympathischen Elemente mit sich.

Da nun zudem die Elemente des Grenzstranges, der sympathischen Vaguszweige und der Herzganglien histologisch gleichwerthig sind, von den Ganglienmassen des Vagus aber eine Einwanderung nicht stattzufinden scheint, so ist der Schluss berechtigt, dass beim Menschen die Vaguszellen an der Bildung der Herzganglien nicht betheiligt sind, diese vielmehr allein aus dem Grenzstrange des Sympathicus stammen.

Die Grenzstränge des Sympathicus sind in der 7. Woche bereits deutlich gegliedert, es ist ein oberes, mittleres und unteres mit dem Thoracicum primum durch die Ansa Vieusenii verbundenes Cervicalganglion zu erkennen; die Zwischenstränge sind zwar in der Hauptsache fasrig, schliessen aber im Innern noch zahlreiche Ganglienzellen ein. Im Bruststrang ist die Gliederung weniger deutlich, aber namentlich auf Querschnitten gut erkennbar, die das Verhältniss zwischen Fasern und Zellen besser hervortreten lassen.



Fig. 12. Menschl. Embryo 10,2 mm. Unipolare sympathische Ganglienzellen aus dem Ram. card. des Vagus. 540 fach.

Wie beim Hühnchen, unterscheiden sich die sympathischen Ganglienzellen von denen der Spinal- und Vagusganglien durch geringere Grösse und intensiveres Färbungsvermögen derart, dass sie auch bei schwacher Vergrösserung deutlich hervortreten.

Die Ursprünge der Herznerven beim 7wöchentlichen Embryo

sind folgende: Rechterseits entspringt aus dem Ganglion cervicale supremum des Grenzstranges ein starker Ast (Ramus card. primus), der am hinteren Rande des Vagusstammes bis zur Abgangsstelle des Recurrens zieht, mit Aesten des Vagus und Recurrens vielfach anastomosirt, und, nach innen vom Vagus, mit dessen Aesten zur Aorta zieht. Er erreicht sie am Ursprung des Truncus anonymus, geht dort eine Anastomose mit einem Ast des linken Vagus ein, und bildet im Gefässwinkel ein grösseres Ganglion.

Der grössere Theil des Ramus primus sympathici begleitet jedoch den Vagus bis zum Abgang derjenigen Zweige, welche zwischen beiden Aorten eindringen und dort das Bulbusgeflecht bilden.

Der beschriebene Sympathicusast ist identisch mit dem in Fig. 31 bis 34 dargestellten frühesten Herzast.

Das mittlere Cervicalganglion ist bei unserem Embryo an der Bildung der Herznerven nicht direct betheiligt.

Das Ganglion cervicale infimum entsendet zwei starke Aeste, welche, ebenfalls in enger Verbindung mit dem Vagusstamm, zu denjenigen Herzzweigen ziehen, welche an der Bildung der Bulbus- und Verbindungsnerven betheiligt sind. Ihnen schliesst sich ein aus dem Ganglion thoracicum primum stammender Ast an; tiefer unten giebt der Grenzstrang keine Herzäste mehr ab; an der Bildung des Vorhofsgeflechtes ist er nicht direct, sondern nur durch Vermittlung des Verbindungsgeflechtes betheiligt.

Der Vagusstamm giebt eine grössere Zahl von Herzzweigen an die absteigende Aorta, das Bulbus- und Verbindungsgeflecht ab; in der Höhe des 5. Brustwirbels entspringt aus ihm ein starker Ast, der direct zum Vorhofplexus zieht, und der, trotzdem er von der untersten Anastomose mit dem Grenzstrang um vier Intercostalräume entfernt ist, reichlich sympathische Ganglienzellen einschliesst.

Der Nervus recurrens dexter ist an der Bildung des Herzgeflechtes nicht direct betheiligt.

Der linke Grenzstrang verhält sich im Allgemeinen dem rechten ähnlich; die dem Ganglion cervicale primum und infinum, sowie dem Thoracicum primum entspringenden Herzzweige verlaufen an der medialen Fläche des Vagus, mit dessen Aesten vereint, zum Bulbus- und Verbindungsgeflecht; der letztgenannte Zweig verbindet sich mit mit dem Recurrens und verläuft absteigend in dessen Bahn.

Der linke Vagus unterscheidet sich von dem rechten durch die regere Betheiligung des Recurrens an der Geflechtbildung, ein Verhältniss, das schon beim Embryo von 10,2 mm zur Geltung kam. Im übrigen sind die Verhältnisse ähnlich, namentlich fehlt nicht ein zum Vorhofgeflecht direct entsendeter kräftiger Zweig.

Recurrens sinister und Vagus dexter versorgen gemeinsam die absteigende Aorta mit einem weitmaschigen, ganglienarmen Geflecht.

Unter den Herzgeflechten nimmt das am frühesten entstandene Bulbusgeflecht die erste Stelle ein. Dasselbe dringt innerhalb des arteriellen Mesocards zwischen Aorta und Pulmonalis ein und bekleidet deren zugewandte Flächen ungefähr bis zur Höhe der Semilunarklappen. Dort gabelt es sich und schickt einen kurzen, aber mächtigen Zweig links von der Pulmonalarterie zur Atrioventricalarfurche, einen andern zwischen Pulmonalis und Aorta hindurch, der rechts von der Basis des Bulbus ebenfalls in die Coronarfurche übergeht. Beide Zweige führen bis zum Ende zahlreiche Ganglienzellen; sie verlaufen unter dem visceralen Pericard und enden in dem die Coronarfurche auskleidenden lockeren Mesoblastgewebe.

Diese Zweige bilden die Anlage der späteren Atrioventricularganglien und der den Ventrikel innervirenden Coronarnerven. Doch sind sie noch in Ausbildung begriffen, und die Ventrikel z. Z. nervenlos.

Das Verbindungsgeflecht setzt sich zusammen aus Zweigen, die sich von den Bulbusnerven abspalten, ihnen gesellen sich die aus Vagus, Recurrens sinister und Grenzstrang weiter unten entspringenden Herzäste. Seine Lage hat das Geflecht in der Concavität des Aortenbogens; es wird links vom Botalli'schen Gang, rechts von der oberen Hohlvene, nach vorn durch den Sinus transversus begrenzt. Mit Ausnahme einiger an die oberen Hohlvenen abgegebenen Zweige innervirt das Verbindungsgeflecht keine Herztheile, sondern dient lediglich zur Vereinigung der Bulbusnerven mit dem

Vorhofgeflecht. Dieses empfängt ausser den Verbindungsnerven jederseits den untersten Herzast des Vagus, und breitet sich in einem Raume aus, der seitlich durch die beiden oberen Hohlvenen, unten durch die Umschlagstelle des Pericards auf das Zwerchfell bezeichnet wird. Nach oben wird der Raum durch den Sinus transversus

begrenzt. Embryologisch entspricht das Ausbreitungsgebiet des Vorhofsplexus der oberen Wand des Sinus reuniens bis zur Umschlagstelle des venösen Mesocards.

Das Geflecht wird durch ein engmaschiges Netzwerk von Nerven gebildet und ist in seiner ganzen Ausdehnung sehr reich an Ganglienzellen.

Die Ausbreitung derselben erweckt die Vorstellung, dass die wandernden Zellen, durch die Sinuswand im Vorrücken gehindert, sich seitlich soweit ausgebreitet haben, bis die Umschlagstellen des Pericards ihnen Hinderniss boten.

Das Herznervensystem der beschriebenen Entwickelungsstufe unterscheidet sich von dem des erwachsenen Menschen:

1. durch den Mangel an Coronarnerven,
2. durch den Mangel an Nerven, welche die nicht vom Plexus bedeckten Theile des Vorhofes und die Herzohren versorgen.

Die Ausbildung dieser terminalen Verzweigungen fällt in die Zeit des 3. Entwickelungsmonates.

Wir haben das Herz eines 6 monatlichen Fötus nach Einbettung in Celloidin in eine Serie von Schnitten zerlegt, um zu entscheiden, in welcher Weise die Vertheilung der Nerven im Herzen vor sich geht.

Wir fanden, dass die Ausbreitung im Wesentlichen subpericardial auf der Oberfläche des Herzens erfolgt. Die sogenannten Scheidewandnerven (s. Ott, 46 und Kasem-Beck, 32) sind in Wirklichkeit oberflächlich gelegene Gebilde, die durch das beiderseitige Vorwölben der Vorhöfe zwischen deren Wände bis zu einer gewissen Tiefe eingeschlossen worden sind; das eigentliche Septum (s. Wooldridge, 69) enthält keine Ganglien, und jedenfalls gelangen die vom Vorhof zum Ventrikel ziehenden Nerven nur auf der Oberfläche, niemals innerhalb der Scheidewand zu ihrem Ziel.

Bezüglich der Herznerven des Erwachsenen verweise ich auf die gründliche Beschreibung von Scarpa (57), welche bis heute, was Genauigkeit der Präparation und Schönheit der Abbildungen betrifft, nicht wieder erreicht worden ist.

Die obige Beschreibung stimmt mit derjenigen SCARPA's im Wesentlichen überein; die Abweichungen liegen im Bereiche der extracardialen Nervenstämme, deren Verlauf ja ohnehin nach dem Zeugniss der besten Beobachter ein individuell wechselnder ist. So giebt, nach SCARPA, der rechte Recurrens einen Ast zum Cardiacus sympathici ab, der in unserm Modell fehlt; ferner entspringt der Cardiacus magnus des Grenzstrangs bei SCARPA aus dem mittleren bei uns, gemeinsam mit dem Cardiacus minor, aus dem untersten Cervicalganglion. Derartige Differenzen sind mit Rücksicht auf die Entstehung der Herzäste aus Wanderzellen leicht begreiflich.

SCARPA unterschied als der erste im Herzgeflecht drei Abtheilungen, die mit dem embryologisch Festgestellten aufs glücklichste zusammenfallen. Es entspricht sein Plexus aorticus superficialis dem Bulbusgeflecht, sein Plexus aorticus profundus dem Verbindungsgeflecht, sein Vorhofsplexus dem gleichnamigen Geflechte unseres Embryo.

Die Ausbreitung der Ganglien am erwachsenen Herzen ist von KASEM-BECK (l. cit.) und OTT untersucht worden; was wir vom sechsmonatlichen Embryo angeben konnten, bestätigt die Resultate dieser Forscher, dass die Ganglien nur im Bereich der Geflechte und des anstossenden Theiles der Vorhofswand gefunden werden, die Kammern aber deren keine enthalten.

Da die Herzen ausgewachsener Säuger (33) sich in Bezug auf ihre Innervation dem des Menschen sehr ähnlich verhalten, habe ich nur noch die Entwickelung bei der Katze untersucht; die wesentliche Abweichung liegt allein im Gebiete der extracardialen Nerven und besteht darin, dass in der ersten Anlage die sympathischen Herzzweige nicht mit denen des Vagus gemeinsam, sondern selbständig ins Herzgeflecht eintreten. Die Reihenfolge in der Entstehung der Geflechte ist dieselbe.

Zusammenfassung der Beobachtungen über die Entwickelung der Herzganglien.

Wie wir gesehen haben, entstehen in der gesammten Wirbelthierreihe die Herzganglien in einheitlicher Weise durch Wanderung von Zellen des spinalen oder sympathischen Gangliensystems gegen das Herz hin.

Wir haben ferner gesehen, dass der Weg, der bei der Einwanderung eingeschlagen wird, ein doppelter sein kann, einmal längs der Venen, sodann längs der Arterien. Den ersteren Weg nehmen die Ganglienzellen bei den niederen Thieren: Fische, Batrachier, den zweiten bei den höheren: Vögel und Säugethiere.

Der Weg der Einwanderung ist gegeben durch die Beziehungen des Herzgekröses zu den die Ganglien liefernden Nerven. Da die Nerven nicht im Stande sind die Pericardialblätter zu durchbrechen, so sind sie genöthigt diejenigen Räume, welche den retrocardialen Raum mit dem intrapericardialen verbinden, d. h. das arterielle und das venöse Mesocard zu benutzen.

Dass das Arteriengekröse nicht auch bei den Fischen und Batrachiern den Nerven zum Durchtritt dient, hängt mit der Persistenz der Kiemenbögen und ihrer Gefässe zusammen.

In der Höhe des Aortenbogens und der Kiemenarterien wird der Körper des Embryo durch die sehr breite Mundhöhle in zwei Abtheilungen getrennt, eine ventrale mit dem Herzen, und eine dorsale mit der Oblongata und dem Ursprung des Vagus. Beide sind seitlich vereinigt durch die Kiemenbögen, innerhalb deren die Arterien verlaufen. Längs dieser könnten allein Nerven zum Bulbus Aortae gelangen, und in der That wandern auch Ganglienzellen in die Kiemenbögen längs der Gefässe ein; jedoch erreichen sie den Bulbus nicht, sondern bleiben an der Stelle grösster Convexität in den Bogen sitzen. Dies sind die von Dohrn[1]) entdeckten sympathischen Kiemenganglien.

Anders beim Vogel und Säugethier. Hier sind zur Zeit, wo die

---

1) Die bezügliche Publication Dohrn's wird demnächst in den Mittheilungen der Zoolog. Station zu Neapel erscheinen.

Herzganglien entstehen, die Kiemenspalten bereits geschlossen und durch die Ausbildung eines Halses das Herz in die Brusthöhle zurückgedrängt. Vagus und Sympathicus, bei ihrem Austritt aus der Schädelhöhle, liegen nicht hinter, sondern vor dem Aortenbulbus, soweit, dass die aus ihnen entspringenden oberen Herzäste sowie die auswandernden Ganglienzellen zuerst auf die Kopfgefässe, Carotiden und Jugularvenen stossen, und deren Bahn benutzen können, um herunter zu wandern.

Erst secundär enstehen dann im Verlauf des Vagus, und, bei Säugern, des Grenzstranges Zweige, die auf directem Wege zum Herzen treten, und von diesen benutzen allerdings die am unteren Theile des Stammes entspringenden auch das Gekröse des Venen, um sich zum Vorhof zu begeben.

Was den Verlauf und die Ausbreitungsweise der Nerven und Nervenzellen betrifft, so lässt sich im Allgemeinen sagen, dass sie die einmal begonnene Wachsthumsrichtung beizubehalten streben und von ihr nur dann abweichen, wenn sie durch vorliegende Hindernisse dazu gezwungen sind.

Zu diesen Hindernissen gehört u. a. die Atrioventricularfurche. Hier legt sich das viscerale Pericardialblatt sowohl an Ventrikel als an Vorhof eng an, während es die auf der Grenze liegende Furche überspringt. In diese Furche gelangen die im Mesoblast zwischen den Aorten oder Venen vorrückenden Nervenstämme, vermögen den Widerstand des festhaftenden Blattes nicht zu überwinden, sondern breiten sich, umbiegend, in der Coronarfurche aus. Erst mit der Ausbildung der Coronargefässe dringen die Nerven, indem sie das die Gefässe begleitende lockere Gewebe benutzen, auch auf den Ventrikel vor.

Auch für die Ganglienzellen sind mechanische Verhältnisse bei der Ausbreitung massgebend. Wie die Nervenfasern durchziehen sie lockeres Mesoblastgewebe ungehindert, und werden da sesshaft, wo ihre Wanderung auf Hindernisse stösst. Solche Hindernisse werden gebildet beim Frosche durch die Vorhofswand, später durch die Insertionszellen des Septums an der Kammer, bei Vogel und Säugethier durch die Gabelstellen der Aorten, die Atrioventricularfurchen und endlich, bei allen Thiergattungen, durch die Umschlagstellen des Pericards. Namentlich das Modell des menschlichen Embryo zeigt deutlich, wie an diesen Stellen die Ganglienzellen sich in grösster

Menge ansammeln, nach allen Seiten hin verbreiten und derart zum Geflecht sich ausbilden.

Es erübrigt noch, das histologische Verhalten der Herzganglienzellen zu berühren. Wie vielfach bemerkt, stehen dieselben den Sympathicuszellen in Grösse und Gestalt sehr nahe, wie sie auch durch Wanderung aus den cerebrospinalen Ganglien hervorgegangen sind.

Jedenfalls unterscheiden sie sich bei allen untersuchten Thieren aufs schärfste von den genannten sensiblen Ganglienzellen durch den Mangel eines grösseren Protoplasmakörpers und namentlich durch die Unipolarität. Ich habe wenigstens bei einer grossen Zahl von Embryonen aller beschriebenen Thiergattungen die Schnittpräparate nach allen Richtungen angelegt und mit Hilfe guter Immersionssysteme durchmustert, und dabei niemals mit Evidenz einen zweiten Fortsatz auffinden können, während doch die Gestalt der Spinalganglienzellen bei einigermassen günstiger Schnittrichtung nicht zu verkennen ist. Uebrigens gilt dasselbe für den Grenzstrang des Sympathicus, in dem mein Vater (30) ebenfalls nur unipolare Zellen auffinden konnte; wenigstens ist die Beobachtung eines zweiten dünneren Fortsatzes am entgegengesetzten Zellende zweifelhaft geblieben und konnte durch weitere Nachforschungen bisher nicht bestätigt werden[1]).

Sind die Ganglienzellen des Herzens einmal sesshaft geworden, dann ändert sich allerdings ihr Aussehen, indem der bis dahin schmale Protoplasmahof sich verbreitert, und die Ausläufer ihre Theilung eingehen. Dies tritt beim Menschen im Verlaufe des 3. Monats, beim Hühnchen vom 10. Tage ab hervor. Bei letzterem findet man dann auch eine Differenz zwischen Grenzstrang- und Herzzellen, indem die letzteren eine bedeutendere Grösse erreichen.

---

1) Seit dem Abschlusse dieses Manuscriptes hat Ramon y Cayal (Pequeñas Contribuciones, 20. August 1891, Barcelona) über die sympathischen Nervenzellen älterer Vogelembryonen Beobachtungen veröffentlicht, aus welchen er die Existenz mehrerer nervöser Fortsätze glaubt annehmen zu müssen. In Uebereinstimmung mit dem Autor kann ich die nervöse Natur sämmtlicher Fort[illegible] nicht für bewiesen erachten, und überlasse weiterer Beobach[illegible] den Ent[illegible] ob die sympathischen Zellen der höheren Thiere [illegible] dem ein Nervenausläufer bereits entstanden, noch [illegible] auszusenden.

Immerhin stehen sie den inzwischen ebenfalls gewachsenen Spinalganglien nach und erreichen deren Grösse niemals.

Eine genauere Kenntniss vom histologischen Verhalten der Herzganglien in verschiedenen Entwickelungsstufen, die ja namentlich in Bezug auf das Verhalten zum Centralorgan und den cerebrospinalen Nerven äusserst wünschenswerth wäre, ist, wie ich mich überzeugt habe, mit Hilfe der Schnitt- und Färbemethoden nicht zu erlangen; diese Aufgabe wird wohl nur mit Hilfe der Golgi'schen Silberimprägnation oder durch Anwendung der intravitalen Methylenblaufärbung zu erreichen sein.

Zur Morphologie des Sympathicus.

In unserer gemeinsamen Arbeit haben ROMBERG und ich für den Menschen die Thatsache betont, dass die Herzganglien aus dem sympathischen System hervorgehen; wir haben diesem unter Anlehnung an KÖLLIKER und HIS sensible Functionen zugeschrieben und seine motorischen Wirkungen auf den Gehalt an Fasern aus der vorderen Spinalwurzel zurückzuführen gesucht. Indem späterhin auch die niederen Wirbelthiere in den Kreis der Untersuchung gezogen wurden, fand die erwähnte physiologische Anschauung eine Stütze in dem Umstand, dass bei Fischen und Amphibien die Herzganglien allein aus den sensiblen Ganglien des Vagus stammen.

Die anatomische Classificirung der Herzganglienzellen als sympathische Elemente erleidet jedoch für diese Thierclasse eine Einschränkung insofern, als das System des Grenzstranges an deren Bildung nicht betheiligt ist.

Trotzdem halte ich die frühere Bezeichnung auch für die niederen Thiere aufrecht, und zwar auf Grund folgender Erwägung.

Vom Moment an, wo Ganglienzellen ihre ursprünglichen Complexe verlassen, um sich auf die Wanderung zu begeben, nehmen sie Charaktere an, die von denen der cerebrospinalen Zellen deutlich verschieden sind (vgl. Fig. 24 Taf. III). Dies gilt in gleichem Maasse von den Zellen, die aus dem Vagus, als von solchen die aus den Spinalganglien auswandern.

Bezeichnen wir die letzteren als sympathisch, so müssen wir consequenter Weise auch die ersteren derselben Kategorie zurechnen. Es giebt somit am Herzen keine cerebrospinalen, sondern nur sympathische Zellen.

Damit haben wir indessen eine Frage berührt, die seit Langem discutirt worden ist und für welche eine Einigung bisher nicht erzielt werden konnte, die Frage nämlich, inwieweit die Kopfganglien an der Bildung des Sympathicus betheiligt sind.

Indem wir die für den Rumpfsympathicus aufgestellten Merkmale, das Locomotionsvermögen, die Dimensionen und die Unipolarität der Zellen, im Gebiete des Kopfes weiter verfolgen, kommen wir zu Ergebnissen, welche die endgiltige Lösung der Frage in Aussicht zu stellen scheinen.

Bekanntlich ist die Ausbildung einer dem Grenzstrang entsprechenden sympathischen Längscommissur im Kopftheil der Wirbelthiere (Ueber den Sympathicus der Wirbelthiere, s. 23, 62—64 und 68) eine sehr geringe; sie beschränkt sich auf einige relativ dünne Zweige, welche quer von einem Hirnnerven zum andern ziehen und zuweilen in deren Nähe zu einem Ganglion anschwellen. Bei Vögeln und Batrachiern stehen diese letzteren ausser allem Verhältniss zur Stärke der Hirnnerven und bei den Plagiostomen fehlt sogar der Kopfsympathicus völlig. Von den niedrigsten Vertebraten, Amphioxus und Myxine, fand JOHANNES MÜLLER (44, S. 224), dass sie des Sympathicus überhaupt entbehren, und dies brachte ihn zur Anschauung, dass die sympathischen Elemente für diese Wesen im spinalen System mit inbegriffen seien. Auch bei höheren Thieren fand er Analoga, wo der Sympathicus stellenweise unterbrochen war und dessen Stelle von spinalen Nerven ausgefüllt wurde.

Danach lässt sich vermuthen, dass bei denjenigen Thieren, deren Kopfsympathicus gegenüber dem Grenzstrang stark zurücktritt oder sogar ganz fehlt, dessen Elemente in den Hirnnerven enthalten seien.

Die Richtigkeit dieser Anschauung lässt sich mit grosser Wahrscheinlichkeit aus folgenden Beobachtungen erschliessen:

Untersucht man einen Schnitt durch irgend ein Kopfganglion eines Teleostier- oder Selachier-Embryo, so findet man dasselbe aus zweierlei verschiedenen Elementen bestehend. Die eine Gattung von

Zellen besitzt die bekannt bipolare Form (s. Fig. 16 und 22 Taf. II) und zeichnet sich durch die enorme Grösse ihrer Elemente aus; die andere wird von viel kleineren Zellen gebildet, die nur einen, bald peripher, bald central gerichteten Fortsatz besitzen.

Diese zweite Gattung von Zellen liegt stets an der Peripherie des Gangliencomplexes (Fig. 6 Taf. I und Fig. 22 Taf. II), bald median oder lateral, bald distal oder proximal; die innere Masse des Ganglions wird jederzeit durch die erste Gattung gebildet.

Die kleineren Zellen dürfen als Jugendzustände nicht gedeutet werden, denn während die Mitosen durch das ganze Ganglion gleichmässig vertheilt sind, liegen die kleineren Zellen stets in compacten Haufen vereint an bestimmten Stellen.

Ich vermuthe, dass die Zellen den sympathischen Elementen der Spinalganglien gleichzustellen sind. Dafür lassen sich weitere Gründe anführen.

Erstens gehen die Verbindungsfäden, welche Trigeminus, Glossopharyngeus und Vagus (Fig. 20 und 21 Taf. II) zum Grenzstrang senden, regelmässig aus diesem kleinzelligen Theile des Ganglions hervor. Durch die Verbindungsfäden findet aber, wie bereits früher erwähnt, eine Wanderung sympathischer Ganglien statt.

Zweitens besitzen die Spinalganglien, welche sich offenbar ihres sympathischen Antheils vollständig entäussern, nur eine und zwar die bipolare Form von Zellen. Es liegt demnach bei den Fischen, und ebenso beim Frosch (s. Fig. 6 Taf. I) das Verhältniss so, dass der grössere Theil der sympathischen Kopfganglien mit dem Trigeminus, Acusticofacialis, Glossopharyngeus und Vagus in Verbindung bleibt.

Das Ganglion ciliare ist nach heutiger Auffassung ein selbstständiges Gebilde, das dem Ganglion Gasseri nur äusserlich angelagert ist; dem entspricht auch sein Gehalt an grossen bipolaren Zellen. Ihm gesellt sich bei Plagiostomen ein Antheil zu, der von DOHRN kürzlich entdeckt wurde und der aus den Vorderhörnern des Rückenmarks auswandert (17). Derartige Elemente sind, falls deren Existenz sich weiterhin bestätigen lässt, eigenartiger Natur und können mit dem Sympathicus nicht auf gleiche Stufe gestellt werden.

Bei den höheren Wirbelthieren, speciell den Säugern, entsendet der Trigeminus für jeden seiner Aeste je ein Ganglion, das, wie

REMAK (51, S. 37) gezeigt hat und seither durch KÖLLIKER (36, S. 615) u. A. bestätigt ist, als Spross aus dem Gasser'schen Knoten entsteht, später aber seinen Zusammenhang mit diesem aufgiebt. Die histologische Untersuchung ergiebt, dass die vorgeschobenen Complexe, Ganglion ciliare, nasale und oticum, Elemente enthalten, welche sympathisch sind (Fig. 28—30 Taf. III). Im Ganglion Gasseri findet man nur die eine bipolare Art von Zellen.

Der acusticofaciale Gangliencomplex scheint es zur Bildung eines sympathischen Ganglions nicht zu bringen, denn das Ganglion geniculi ist als solches nicht zu rechnen, da es aus sehr grossen bipolaren Zellen besteht (s. Arch. f. Anat. (u. Phys.) 1889. Suppl.), von denen ich seiner Zeit gezeigt habe, dass sie aus dem Gangliencomplex durch das Wachsthum des Facialis herausgeschoben werden.

Der sympathische Antheil des Vagus und Glossopharyngeus höherer Thiere persistirt als selbständige Bildung nicht. Die in den Stämmen dieser Nerven liegenden Gangl. petros., Ehrenritteri, jugulare und nodosum enthalten keine sympathischen Zellen. Dagegen lässt die enge Verbindung dieser Nerven mit dem Grenzstrang wahrscheinlich erscheinen, dass die auswandernden Elemente in das oberste Cervicalganglion desselben übergehen.

Mit Sicherheit kann ich dies für das Hühnchen behaupten.

Bei diesem ist der Verlauf des Grenzstranges ein eigenthümlicher. Nach der Beschreibung von STANNIUS (62) läuft derselbe im Wirbelcanal selbst, und es liegen die Ganglien den austretenden Wurzeln an ihrer Vereinigungsstelle ohne Rami communicantes an; sie werden untereinander jeweilen durch zwei Aestchen verbunden, welche vor und hinter dem Rippenköpfchen durchgehen.

Dieser Grenzstrang, dessen Lage so sehr von der bei Säugern und beim Frosche beobachteten abweicht, ist eine secundäre Bildung.

Der ursprüngliche Grenzstrang (s. Fig. 13 und 14), der am Ende des 4. Brüttages entsteht, liegt wie bei den übrigen Thieren unmittelbar hinter den Carotiden resp. zu beiden Seiten der Abdominalaorta. Am 8. Tage sammelt sich (Fig. 14) unmittelbar vor der vorderen Wurzel ein zweiter Grenzstrang an, der an Mächtigkeit den ersten bald übertrifft und, bei der Differenzirung der Wirbelbögen, von diesen dauernd eingeschlossen wird. Was aus dem primären Strange wird, vermag ich nicht anzugeben; schon am 10.

Tage ist er als selbständige Bildung nicht mehr nachzuweisen; vielleicht wird er in den bleibenden Grenznerven einbezogen, und liefert das vordere der beiden Commissurästchen; doch ist dies wegen der bedeutenden räumlichen Entfernung beider Gebilde starken Zweifeln unterworfen.

Zur selben Zeit, in welcher der primäre Grenzstrang entsteht, ist schon im obersten Halstheil eine doppelte Anlage vorhanden (Holzschnitt Fig. 13), welche theils von den obersten Spinalganglien, theils vom Vagus gebildet wird. Hier erhalten sich beide Anlagen zeitlebens.

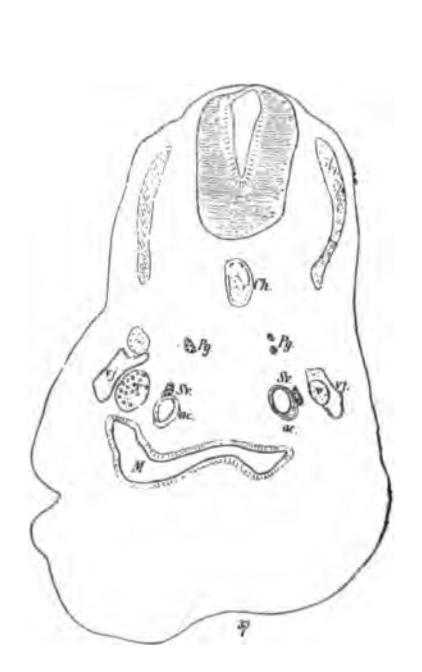


Fig. 13. Frontalschnitt durch die Halsregion eines Hühnchens vom Ende des 4. Brüttages. 33 fach. *M* Mundhöhle. *Vj* Vena jugularis. *ac* Art. carotis interna. *Ch* Chorda dorsalis. *Pg* Primärer Grenzstrang. *Sv* Vom Vagus geliefertes Ganglion cerv. I. symp. *V* Oberes Halsganglion des Vagus.

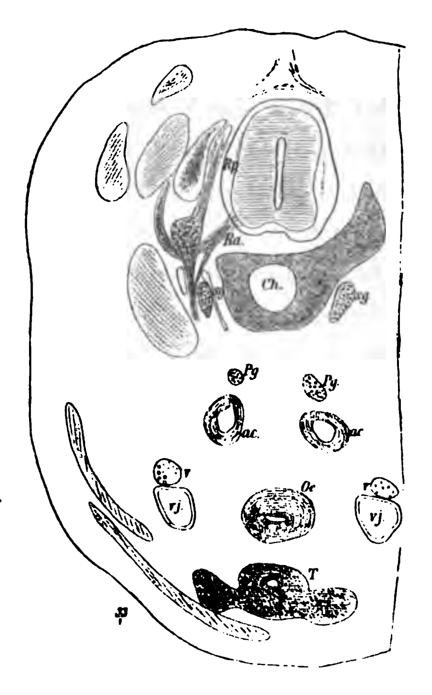


Fig. 14. Querschnitt durch die untere Halsregion eines Hühnchens vom 8. Brüttage. 33 fach. *Rp* Hintere Rückenmarkwurzel. *Ra* Vordere Rückenmarkwurzel. *Ch* Chorda dorsalis. *Ac* Arteria carotis. *Vj* Vena jugularis. *Oe* Oesophagus. *T* Trachea. *V* unt. Halsganglion des Vagus. *Pg* Primärer Grenzstrang. *Sg* Secundärer, dauernder Grenzstrang.

Beim Hühnchen vom 10. Tage findet man an der medialen Fläche des Vagusknotens ein mächtiges sympathisches Ganglion, welches aus der letztgenannten Anlage hervorgegangen ist (Fig. 27 Taf. III). Dasselbe nimmt die Stellung ein, welche bei Säugern dem Ganglion

cervicale primum zukommt, es entsendet zwei Aeste nach den vorderen Kopfnerven und einen mit Ganglien durchsetzten Zweig längs der Carotis nach unten, der mit den Vaguszweig vereint ins Herzgeflecht übergeht (Fig. 11 und 12 Taf. I).

Ausser diesem besteht aber noch ein zweites Ganglion primum, welches das oberste Glied einer Kette bildet, die als Fortsetzung des secundären bleibenden Grenzstranges im Wirbelcanal verläuft, und an jeder Spinalwurzel, auch der ersten, ihr Ganglion besitzt.

Es bestehen also beim Huhn zwei oberste Cervicalganglien, deren eines aus dem Vagus, das andere aus dem Spinalganglion der ersten Wurzel stammt; beide stehen nur durch einen längs der Schädelbasis verlaufenden, dünnen und ganglienlosen Strang in Verbindung (Fig. 27 Taf. III).

Beide Cervicalganglien bestehen aus denselben sympathischen Elementen, deren Form und Grösse in Fig. 25 Taf. III wiedergegeben ist.

Die besprochene Anordnung beim Hühnchen lässt auch für die Säuger eine Betheiligung des Vagus an der Bildung des Ganglion cervicale supremum als höchst wahrscheinlich erscheinen.

Wir können sonach unsere Ergebnisse über die Entstehung des Sympathicus in folgende Sätze zusammenfassen:

1. Der Sympathicus ist ein Abkömmling des cerebrospinalen Gangliensystems, aus welchem er durch Wanderung gewisser Elemente hervorgeht. Er ist kenntlich durch die Form und Grösse seiner Elemente.

2. Die Fähigkeit, sympathische Zellen zu entwickeln, kommt den sämmtlichen sensiblen Kopf- und Spinalganglien, vielleicht mit Ausnahme des Acusticus, zu.

3. An der Bildung des Grenzstranges betheiligen sich sämmtliche Spinalganglien sowie, im oberen Halstheil, die Ganglien des Vagus und vielleicht des Glossopharyngeus.

4. Wo ein Kopfsympathicus nicht oder nur in geringer Ausdehnung zustande kommt, verbleiben die sympathischen Elemente in Verbindung mit ihren Ursprungsganglien.

5. Es liegt kein Grund vor, eine Präformation sympathischer Zellen in den peripheren Organen anzunehmen; diese erhalten viel-

mehr ihre Ganglien aus denselben Quellen, aus denen auch der Grenzstrang hervorgeht.

Bedeutende Lücken sind noch auszufüllen, um unsere Kenntniss vom Sympathicus zu vervollständigen; namentlich ist das Gebiet der Darm- und Geschlechtsnerven in der vorliegenden Arbeit gar nicht berührt worden.

Ich bin mir dessen wohl bewusst, muss aber von einer weiteren Verfolgung der Untersuchung Abstand nehmen, da sie in Gebiete führen würde, welche von dem Ausgangspunkte dieser Arbeit allzuweit sich entfernen. Ich konnte die Frage nur soweit in Angriff nehmen, als nothwendig war, um über die Natur der Herzganglien bei allen Wirbelthieren einen befriedigenden Aufschluss zu erhalten.

Verzeichniss der benutzten Litteratur.

1. Arnold. Ueber die feineren histolog. Verhältn. im Symp. d. Frosches. Virch. Arch. 32, S. 1 1865.

2. —— Beitr. z. feineren Structur der Ganglienzellen. Virch. Arch. 41, S. 170 1867.

3. Arnstein. Die Methylenblaufärbung als histolog. Methode. Anat. Anzeiger 1887. No. 5 und 17.

4. —— mit Nikita Lawdowsky. Ueber die Fortsätze der Nervenzellen. Arch. f. mikr. Anat. Bd. 29.

5. Balfour. Monographe on the Development of Elasmobranch Fishes. 1878.

6. —— Vergleichende Embryologie, übers. von Vetter. Jena 1881.

7. Beale. Philosoph. Transactions 1863.

8. Bidder und Volkmann. Die Selbständigkeit des sympath. Nervensystems durch anat. Unters. nachgewiesen. Leipzig 1842.

9. Bidder. Arch. f. Anat. 1866. S. 1 ff.

10. —— Die Endigungsweise des Herznerven des Vagus beim Frosch. Arch. f. Anat. 1868.

11. Boas. Archiv f. microscop. Anatomie. Bd. XXII. S. 584 ff.

12. Claus. Lehrb. d. Zoologie. II. Aufl. 1872.

13. Courvoisier. Ueber die Zellen der Spinalggl. sowie d. Symp. b. Frosch. Arch. f. microscop. Anat. IV.

14. Dogiel. J. Die Ganglienzellen d. Herzens b. versch. Thieren u. b. Menschen. Arch. f. microscop. Anatomie. XIV. S. 470.

15. —— Die Nervenzellen und Nerven des Herzventrikels beim Frosch. Arch. f. microscop. Anatom. XIV u. XXI.

16. —— Anat. u. Phys. d. Herzens d. Larve von Corethra plumicornis. Mém. de l'Acad. de St. Pétersb. 7me Série 1877.

17. Dohrn. Mitth. aus d. zool. Station zu Neapel. Bd. X. S. 1 ff.

18. Ehrlich. Ueber die Methylenblaureaction der lebenden Nervensubstanz. D. med. Wochenschr. 1886. No. 4.

19. Engelmann. Ueber die Leitung der Erregung im Herzmuskel. Pflüger's Arch. XI. S. 465.

20. Fano. Sulla fisiologia del cuore embrionale del pollo. Arch. per le scienze mediche. XIV. Fasc. 2.

21. FEIST. Beitr. z. Kenntniss d. vitalen Methylenblaufärbung d. Nervengewebes. Arch. f. Anat. (u. Phys.) 1890.
22. GERLACH, L. Ueber die Nervenendigungen in der Muskulat. d. Froschherzens. VIRCH. Arch. Bd. 66. 1876.
23. GILTAY. Dissert. de nervo sympath. Lugd. Bat. 1834.
24. GÖTTE. Entw. d. Unke. Leipzig 1874.
25. HIS, Prof. W. D. Entw. d. Hühnchens im Ei. Leipzig 1868.
26. —— Unsere Körperform. Leipzig 1872.
27. —— Anatomie menschl. Embryonen. Bd. III. 1885.
28. —— Die morpholog. Betrachtung der Kopfnerven. Arch. f. Anat. (u. Phys.) 1887.
29. —— Ueber das Photographiren von Schnittreihen. Arch. f. Anat. 1887.
30. —— Histogenese u. Zusammenhang d. Nervenelemente. Arch. f. Anat. (u. Phys.) 1890. Supplementbd.
31. HIS, Dr. W. u. ROMBERG. Beiträge zur Herzinnervation. Fortschr. d. Medicin. 1890. No. X., und Verhandlungen d. 9. Congr. f. Inn. Med. 1890.
32. KASEM-BECK. Z. Kenntniss d. Herznerven. Arch. f. micr. Anat. XXIV. S. 14. S. auch Centralbl. f. d. med. Wissensch. 1887. No. 42.
33. —— Beitr. z. Innerv. d. Herzens. Arch. f. Anat. (u. Phys.) 1888. S. 325.
34. KEY u. RETZIUS. Studien üb. d. Anat. d. Nervensystems u. d. Bindegewebes. 1876. II. 2.
35. KÖLLIKER. Microscop. Anatomie. 1850. II.
36. —— Entw. d. Menschen u. d. höheren Thiere. II. Aufl. 1879.
37. —— Z. feineren Anatomie des Centralnervensystems. Zeitschr. f. Zoologie. XLIX. S. 663 nnd LI. S. 1.
38. KOLLMANN u. ARNSTEIN. Zeitschr. f. Biologie. II.
39. LANGERHANS. Z. Histologie d. Herzens. VIRCH. Arch. Bd. 58. S. 65. (1878).
40. LÖWIT. PFLÜGER'S Arch. XXV. S. 399.
41. LUBIMOFF. Centralbl. f. d. med. Wissensch. 1873.
42. LUDWIG, C. Ueber die Herznerven d. Frosches. MÜLLER'S Arch. 1848.
43. MARSHALL. On the early stages of Development of the nerves in Birds. Journal of Anatomy and Phys. Vol. XI. 1877.
44. MÜLLER, Joh. Vergl. Neurologie d. Myxinoiden. (Gelesen in d. Sitz. d. math.-phys. Classe d. Acad. d. Wissensch. z. Berlin am 25. April 1856.)
45. ONODY. Arch. f. microscop. Anatomie. XXVI.
46. OTT. Prager med. Wochenschr. 1887. No. 20.
47. PREYER. Physiologie des Embryo.
48. RAMON Y CAYAL. Rivista trimestral de Histología normal y patologia Año 1 marzo 1889.
49. —— Pequeñas Communicaciones anatómicas I: Sobre la existencia de terminaciones nerviosas pericelulares en los ganglios nerviosas raquidianos (Barcelona, 20. Decbr. 1890).
50. RANVIER. Leçons d'anat. gén. Appareils nerveux terminaux des muscles de la vie organique. Paris 1880. p. 469 ff.

51. Remak, R. Unters. über d. Entw. d. Wirbelthiere. Berlin 1855.
52. —— Ueber ein selbständ. Darmnervensystem. Berlin 1847.
53. —— Ueber d. Entwicklung d. Hühnchens. Müller's Arch. Bd. 44. S 178.
54. —— Neurolog. Erläuterungen. Müller's Arch. 1884. S. 463.
55. Retzius. Z. Kenntniss d. Ganglienzellen des Sympathicus. Verh. d. biolog. Vereins in Stockholm. Bd. II, Heft 1—2. Nov. 1889.
56. Sander. Spiralfasern im Symp. d. Froches. Arch. f. Anat. (u. Phys.) 1866. S. 398.
57. Scarpa, Antonio. Tabulae neurologicae. Ticini 1794.
58. Schwalbe. Lehrbuch d. Neurologie. 1881.
59. Schweigger-Seidel. Stricker's Handbuch der Gewebelehre. 1871. S. 177.
60. Schenk u. Birdsall. Mitth. aus dem embryolog. Institut z. Wien. II. Heft. Wien 1878.
61. Smirnow, Alexis. Die Structur d. Nervenzellen im Symp. d. Amphibien. Arch. f. microscop. Anatomie. XXXV. Heft IV.
62. Stannius. Lehrb. d. vergl. Anatomie. Rostock 1846.
63. —— Das periphere Nervensystem der Fische. Rostock 1849.
64. —— Handb. d. Anatomie d. Wirbelthiere. II. Aufl. Berlin 1854.
65. Tumanzew und Prof. Joh. Dogiel. Zur Lehre über das Nervensystem d. Herzens. Arch. f. microscop. Anat. XXXVI. Heft III.
66. Vignal. Recherches sur l'appareil ganglionnaire du coeur des vertébrés. Ranvier Laborat. d'Histologie. 1881.
67. Volkmann. Ueber die Faserung d. Rückenmarks u. d. symp. Nerven in Rana esculenta. Müller's Arch. 1838. S. 274 ff.
68. Weber, E. H. Anat. compar. nervi symp. Leipzig 1817.
69. Wooldridge. Ueber die Function der Kammernerven des Säugethierherzens. Arch. f. (Anat. u.) Phys. 1883. S. 522.
70. Wutzer. Müller's Arch. 1834. S. 305.

Erklärung der Tafeln.

Tafel I.

Fig. 1. Torpedo ocellata 18 mm. 50 fach. Ansicht von links. Profilconstruction.
Fig. 2. Forelle 12 mm. 50 fach. Ansicht von links. Profilconstruction.
Fig. 3. Scyllium canic. 25 mm. 30 fach. Ansicht von links. Profilconstruction.

V Ventrikel.
Vh Vorhof.
S Sinus.
Ba Bulbus Aortae.
Ka Kiemenbogen-Arterien.
V.c.s Vena cardinalis superior.
V.c.i Vena cardinalis inferior.
V.hp. Vena hepatica.
V.s Vena subclavia.
V.j Vena jugularis.
Wv Vaguswurzel.
Niv Nerv. intestinal. Vagi.
Nlv Nerv. lateralis Vagi (mit Ganglion).
R.c Ramus cardiacus.
Kn'—Kn''' Kiemenbogenäste des Vagus, der 4. und 5. ist durch die obere Cardinalvene verdeckt.
G' oberes Vagusganglion.
G'' unteres Vagusganglion.
Die Herzganglien sind durch Punkte angedeutet.

Fig. 4 und 5. Herz einer Froschlarve 6 mm bei 50 facher Vergrösserung, mit Nerven und Ganglien. Fig. 4 ist vom Rücken her, Fig. 5 von links gesehen.

S Sinus venosus.
V.c.i untere Hohlvene.
V.c.s obere Hohlvene.
V.p Pulmonalvene.
Vhr rechter, *Vhl* linker Vorhof.
Ba Aortenbulbus.
R.c Ram. cardiacus Vagi.
Die Ganglien sind durch Punkte angedeutet.

Fig. 6. Froschlarve 13 mm. 30 fach. Das Gehirn ist in ganzer Ausdehnung dargestellt; die klein- und grosszelligen Abschnitte der Hirnganglien sind durch verschiedene Färbungen unterschieden.

R.H Riechhirn.
Hh Hemisphärenhirn.
Mh Mittelhirn.
E Epiphysis cerebri.
Hh Hinterhirn.
Nh Nachhirn.

Rl Ramus lateralis Vagi.
Ri Ramus intestinalis Vagi.
Rg Ramus glossopharyngeus.
R.c.s Ramus communicans ad sympathicus.
Ic Ganglion cervicale primum.
Rc Ramus cardiacus.
Vcs, *Vci* Vena cava superior und inferior.
Vp Vena pulmonalis.
Vs Vena subclavia.
Vhr R. Vorhof.
Vhl Linker Vorhof; jenseits der Scheidewand (*S*) geöffnet, sodass die Mündung der Pulmonalvene und das Ostium atrioventriculare (*Oav*) sichtbar werden.
V Ventrikel.
Ba Bulbus Aortae.
Ka Kiemenbogenarterien.
Vhn Vorhofnerven.
Sn Scheidewandnerven.
A Anastomose des linken und rechten Ramus cardiacus.

Fig. 7. Herz eines Hühnchens vom 6. Brüttage 20 fach, vom Kopf her gesehen. Die Figur ist nach der im Text enthaltenen Beschreibung verständlich (Profilconstruction).

Fig. 8—10. Herz eines Hühnchens vom 8. Brüttage, 20 fach (Profilconstruction).

Fig. 8. Ansicht von links, nach Abtrennung des rechten Herzohres. Einblick in den linken Vorhof und auf das For. ovale.

Fig. 9. Ansicht von rechts, nach Abtrennung des rechten Herzohres. Die Eustachische Klappe ist als vorspringende Falte und auf dem Durchschnitt sichtbar; der Limbus For. ovalis ebenfalls als Wulst erkennbar, das Atrioventricularostium ist durch den Rest der Vorhofwand verdeckt.

Fig. 10. Ansicht vom Rücken her. Die Arterien sind kurz abgetrennt, um den Einblick zu den Nervenzweigen zu gestatten.

Fig. 11 u. 12. Herz eines Hühnchens vom 10. Brüttage, 25 fach (Profilconstruction). Fig. 11 von links, Fig. 12 von rechts gesehen.
V.s und *V.d* linker und rechter Ventrikel.
Ao Aorta.
AP Aorta pulmonalis.
ap Arteria pulmonalis.
DB Ductus Botalli.
cs und *cd* linke und rechte Carotis.
ce Carotis externa.
V Vagus.
GV unteres Halsganglion des Vagus.
R Recurrens.
Bu Bulbusnerv.
Vn Verbindungsnerv vom Bulbus- zum Vorhofgeflecht.
Vhn Vorhofnerv.

Tafel II.

Fig. 13. Forelle 12 mm, Sagittalschnitte. Wandernde Nervenzelle aus der Umgebung des Sinus.

Fig. 14. Forelle 12 mm. Unipolare Ganglienzellen im Grenzstrang des Sympathicus.

Fig. 15. Forelle 12 mm. Wandernde Nervenzelle aus der Umgebung der Vena card. sup. (*V.c*) nahe dem Ganglion ram. intestin. vagi.
- *g* Ganglienzellen.
- *m* Mesoblastzellen.

Fig. 16. Forelle 12 mm. Ganglienzellen aus dem grosszelligen Theil des Ganglion intest. vagi, bei derselben Vergrösserung wie Fig. 5—7 (740 fach).
- *g* Ganglienzelle.
- *s* Mesoblastzelle, die sich der Ganglienzelle anlegt und deren Scheide bildet (s. Litt.-Verz. 30).

Fig. 17. Forelle 6 mm. Ram. commun. des II. Cervicalganglion zum Grenzstrang. ca. 500 fach.
- *Ch* Chorda dorsalis.
- *Ao* Aorta dorsalis.
- *Sg* Zellen des Spinalganglion.
- *R.c* Zellen des Ram. communicans.
- *my* Muskelfasern.

Fig. 18. Scyllium 25 mm. Ram. cardiacus vagi, an die untere Cardinalvene (*V.c.i*) tretend. *R.c* Ram. cardiacus; übr. Bezeichnung wie oben. ca. 500 fach.

Fig. 19. Scyllium 13 mm. Ein Theil des Vorhofes mit anliegenden Ganglienzellen. 740 fach.
- *G* Ganglienzellen.
- *M* Muskelwand des Vorhofs.
- *E* Endothelwand des Vorhofs.
- *P* Pericard.

Fig. 20 und 21. Forelle 12 mm. Rami communicantes ad sympathicum vom vorderen (Glossopharyngeus) und hinteren Abschnitt des Vagusganglions.
- *Gl* Vorderes (glossophar.) Vagusganglion.
- *G.V* Hinteres (intestinales) Vagusganglion; die Zellen gehören der kleineren Kategorie an.
- *R.c* Rami communicantes.
- *S.G* Grenzstrang des Sympathicus.
- *K.z* Keimzellen im Grenzstrang.
- *Ao* Aorta.

Fig. 22. Forelle 12 mm. Frontalschnitt durch das Ganglion instestinale N. vagi. ca. 500 fach.

Fig. 23. Froschlarve 6 mm. Querschnitt durch den hintersten Abschnitt des Sinus venosus, mit Pulmonalvene und anliegenden Ganglien. 740 fach.

Fig. 24. Froschlarve 13 mm. Zellen aus den Herzganglien nahe der Pulmonalvene, mit Ausläufer. 870 fach.

Tafel III.

Fig. 25. Hühnchen vom 10. Brüttag. Spinal- und Grenzstrangganglion mit Rückenmarkwurzel. 390 fach.

R.a Vordere Wurzel.
Rp hintere Wurzel; mit Ganglion spinale.
Gs Ganglion sympathicum des Grenzstrangs.
P.N Peripherer Spinalnerv.

Fig. 26. Hals- und Brustsympathicus eines Hühnchens vom 10. Tag. Frontalconstruction. Die hinteren Rückenmarkwurzeln und die Spinalganglien sind ebenfalls dargestellt und dunkel, die vordere Wurzel hell gehalten. Man sieht, wie im Brusttheil die Geflechtbildung beginnt, und gegen den Pl. coel. ihren Höhepunkt erreicht. Ebenso sind die doppelten Verbindungsstränge der Grenzstrangganglien, welche das Capitulum costae umgreifen, sichtbar.

Vom I. Thorac. des Grenzstrangs entspringt der Hohlvenenzweig, nahe dem II. der Zweig, der längs der Carotis zum Herzgeflecht verläuft.

Die Cervicalganglien geben ihre Fasern ohne Geflechtsbildung, theils central, theils peripher in die Rückenmarksnerven ab.

Fig. 27. Halsregion des R. sympathicus von demselben Embryo, von links gesehen. 25 fach. Profilconstruction. Man sieht die Fortsetzung des Grenzstrangs (s. Fig. 26) bis zum Gangl. spin. cerv. I.; und mit ihm durch einen dünnen Faden verbunden, das Gangl. cerv. prim. des Sympathicus, welches aus dem Vagusganglion (*V.G*) hervorgegangen ist, und einen Zweig längs der Carotis nach unten entsendet (*Rc*).

Fig. 28—30. Ganglienzellen eines Katzenembryo von 12 mm Länge, 740 fach, zur Demonstration der Grössen- und Formunterschiede sympathischer und cerebrospinaler Elemente.

Fig. 28. Sympathicus, Ganglion cerv. I.

Fig. 29. Ganglion ciliare.

Fig. 30. Vagus, oberes Halsganglion.

m. Mesoblastzellen.

Fig. 31—33. Herz eines menschl. Embryo 10,2 mm. Halbe Grösse des Modells (ca. 25 fach).

Fig. 31. Ansicht von links.

Fig. 32. Ansicht von vorn, wobei die Ganglienknötchen an der Spitze der Nervenzweige zwischen Aorta und Pulmonalis sichtbar werden.

Fig. 33. Ansicht von unten.

V Vagus.
S Grenzstrang des Sympathicus.
card. S. d und *s* N. Cardiacus sympath. dextri et sinistri.
crd und *s* Card. vagi dextri et sinistri.
c.rec Card. des linken Recurrens.
A Aorta.
P Pulmonalis.
ta Truncus anonymus.
c.a Carotis.
s A. subclavia.
Sv Sinus venos.
V.c.s.d und *s* Rechte und linke obere Hohlvene.
V.c.i Untere Hohlvene.

Tafel IV.

Fig. 34—37. Herz eines menschl. Embryo 19 mm. In ca. $^1/_2$ Grösse des Modells. (30—40 fach).

Fig. 34. Ansicht von links, nach Entfernung der beiden Sympathici und des Plex. anastomoticus vagi, um den Verlauf der linken oberen Hohlvene zu zeigen.

Fig. 35. Ansicht vom Rücken her; Vagi und Recurrentes nebst deren Anastomosen; die Sympathici sind entfernt. Vorhofgeflecht. Umschlagstelle des Pericards an der oberen Hohlvene.

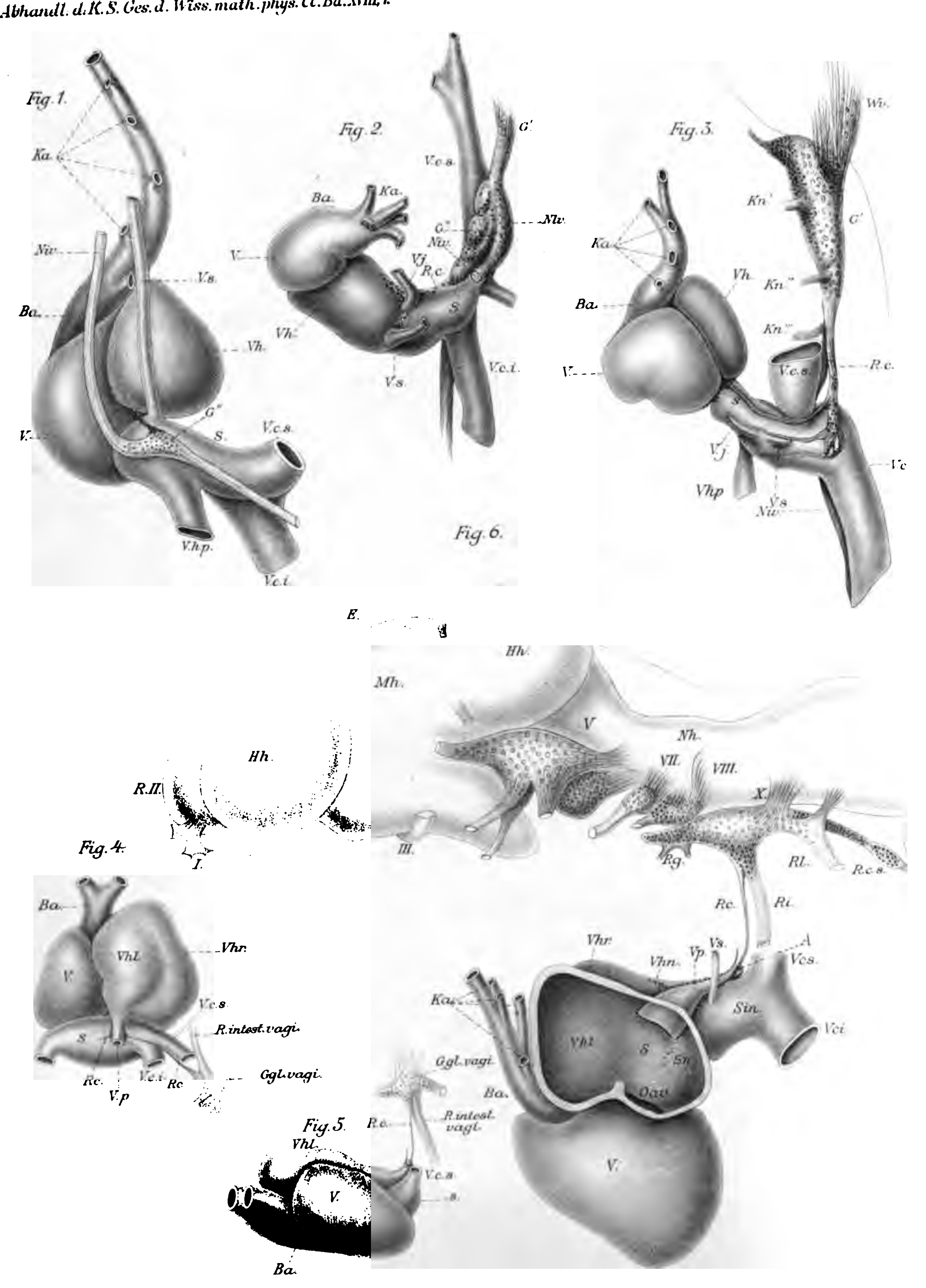
Fig. 36. Ansicht von rechts. Der rechte Sympathicus, das rechte Herzohr und ein Theil des rechten Vorhofs mit der Valv. Eustachii ist entfernt, sodass man auf die Valvula foram. ovalis blickt. Umschlag des Pericards auf der rechten oberen Hohlvene. Verbindungs- und Vorhofgeflecht.

Fig. 37. Ansicht von links, nach Entfernung des linken Herzohres, sowie des linken Sympathicus. Ein Theil der Pulmonalis mit den Lungenästen ist entfernt, um den Plex. aort. superficial. freizulegen; Coronargeflechte.

Vd und *Vs* Rechter und linker N. vagus.
Sd und *Ss* Rechter und linker Sympathicusgrenzstrang.
I. II. III. Cervicalganglien des Grenzstranges.
1. 2. 3. 4. 5. 6. Thoracalganglien des Grenzstranges.
R.c. Rami communicantes.
Rd. und *Rs.* Rechter und linker N. recurrens.
Rds'. und *Rss'.* Rechter und linker Rami card. prim. symp.
Rd''s. und *Rss''.* Rechter und linker Ram. card. infer. symp.
Rds'''. und *Rss'''.* Rechter und linker Ram. card. imus symp. (vom Ggl. thorac. I.)
Rrs. Herzäste des linken N. recurrens.
Gn. Ganglion nodosum vagi.
Pa. Plexus anastomoticus vagi.
Bg. Bulbusgeflecht (Plex. aort. superficial.).
Vg. Verbindungsgeflecht (Plex. aort. profund.).
Vhg. Vorhofsgeflecht.
Cns. und *Cnd.* Linkes und rechtes Coronargeflecht.
Kd. und *Ks.* Rechter und linker Ventrikel.
Aud und *Aus* Rechtes und linkes Herzohr.
Hor. und *Hol.* Rechte und linke obere Hohlvene.
Hu. Untere Hohlvene.
Ao. Aorta.
P.A. Pulmonalis.
DB. Ductus Botalli.
ta. Truncus anonymus.
fo Foramen ovale.
p' und *p''* Arterielles und venöses Herzgekröse (Pericard).
sp Semilunarklappen der Pulmonalis.

Druckfehler.

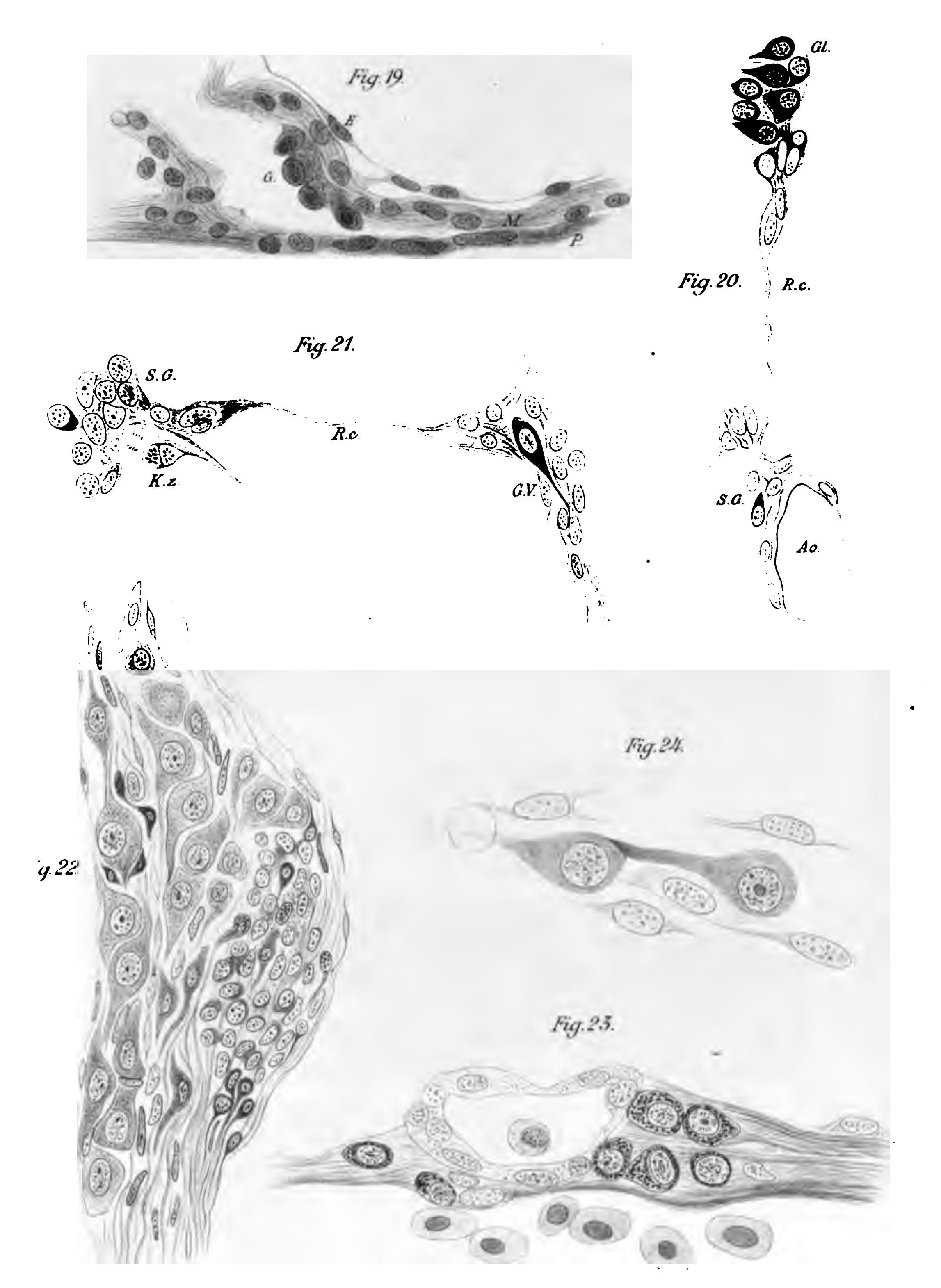
S. 8, Erklärung zu Fig. 1 lies × statt *, *Tr* statt *T*.
S. 17, Zeile 11 von unten lies »Fig. 18 Taf. II« statt »Fig. 18 und 7 Taf. II«.
S. 18, Zeile 12 von unten lies »derselben« statt »desselben«.
S. 20, unterste Zeile, lies »Fig. 6 Taf. I« statt »Fig. 6 Taf. II«.
S. 32, Zeile 11, lies »bis das« statt »bis die«.


Fig. 1.
Ka.
Nv.
V.s.
Ba.
Vh.
V.
G''
S.
V.c.s.
V.h.p.
V.c.i.
Fig. 2.
G'
V.c.s.
Ba.
Ka.
Nv.
G''
V.
Vj.
R.c.
S
Vh.
V.s.
V.c.i.
Fig. 3.
Wr.
Kn'
G'
Ka.
Vh.
Kn''
Ba.
Kn'''
V.
V.c.s.
R.c.
Vj.
Vhp
Vs
Nv.
Vc
Fig. 6.
E.
Hh.
Mh.
V
Nh.
VII.
VIII.
X.
III.
Rg.
Rl.
R.c.s.
Rc.
Ri.
Vhr.
Vhn.
Vp
Vs.
A
Vcs.
Ka.
Sin.
Vci
Vhl
S
Sn
Oav.
Ggl. vagi.
Ba.
R.intest. vagi.
R.c.
V.c.s.
s.
V.
Hh.
R.II.
I.
Fig. 4.
Ba.
V.
Vhl.
Vhr.
V.c.s.
R.intest. vagi.
S
Rc.
V.p
V.c.i.
Rc
Ggl. vagi.
Fig. 5.
Vhl.
V.
Ba.

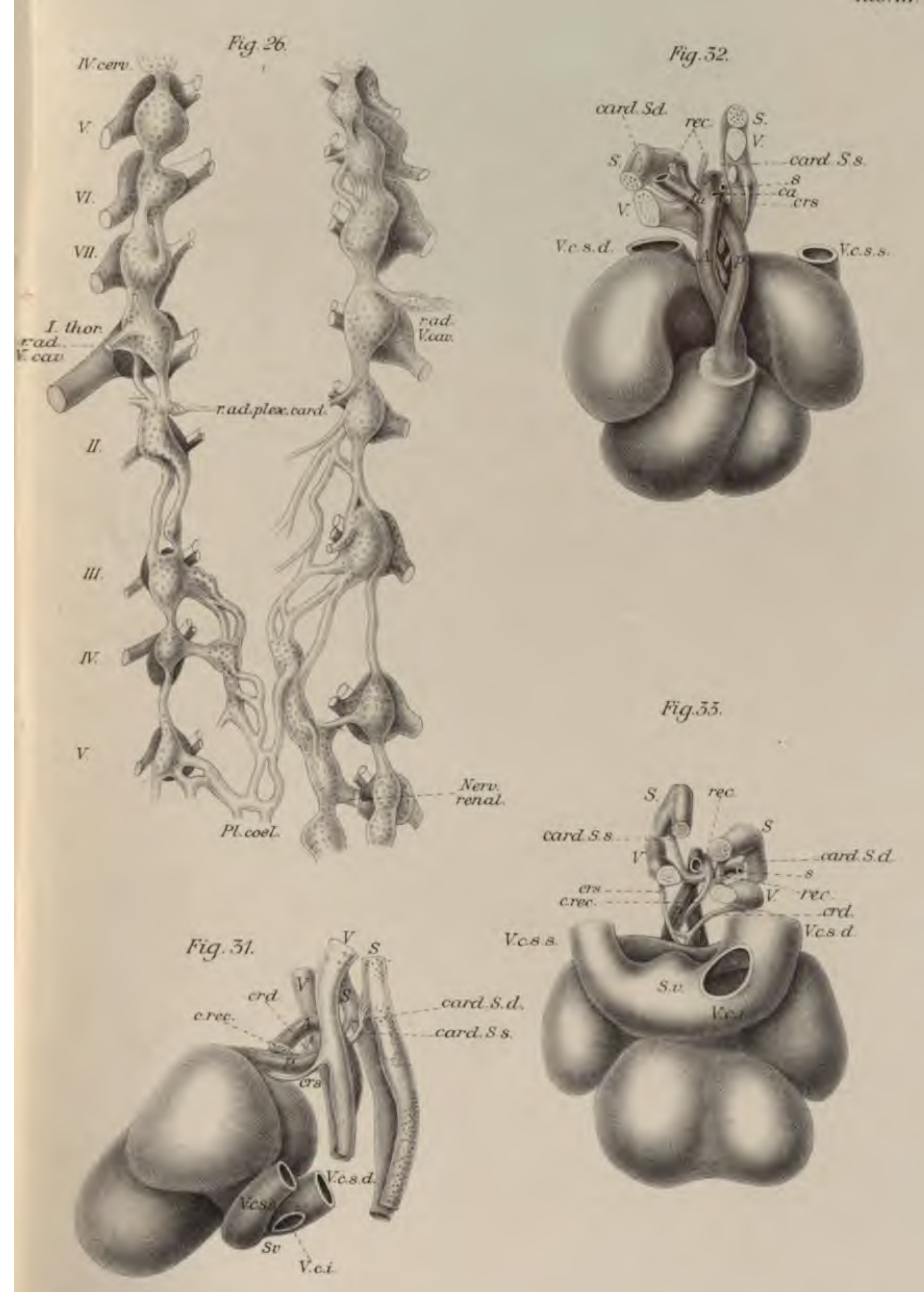
W. His gez.


Fig. 13.
m
g
m
Fig. 14.
g
g
g
m
m
Fig. 15.
g
m
vc
Fig. 18.
V.c.i.
g
Rc
m
g
m
g
Fig. 17.
Ch.
Sg
my
Rc.
Ao
Fig. 16.
s
g

W. His gez.



Lith. Anst. v. E. A. Funke, Leipzig.



Lith. Anst. v. E.A. Funke Leipzig.

Fig. 34.

Fig. 35.

W. His gez.

Tab. II.

Fig. 37.

Fig. 36.

ÜBER EINEN EIGENTHÜMLICHEN FALL

ELEKTRODYNAMISCHER INDUCTION

VON

C. NEUMANN,

ORD. MITGLIED DER KÖNIGL. SÄCHS. GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN.

Des XVIII. Bandes der Abhandlungen der mathematisch-physischen Classe der Königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften

Nº II.

MIT EINEM HOLZSCHNITT.

LEIPZIG

BEI S. HIRZEL.

1892.

Das Manuscript eingeliefert am 19. October 1891.
Der Druck beendet am 20. December 1891.

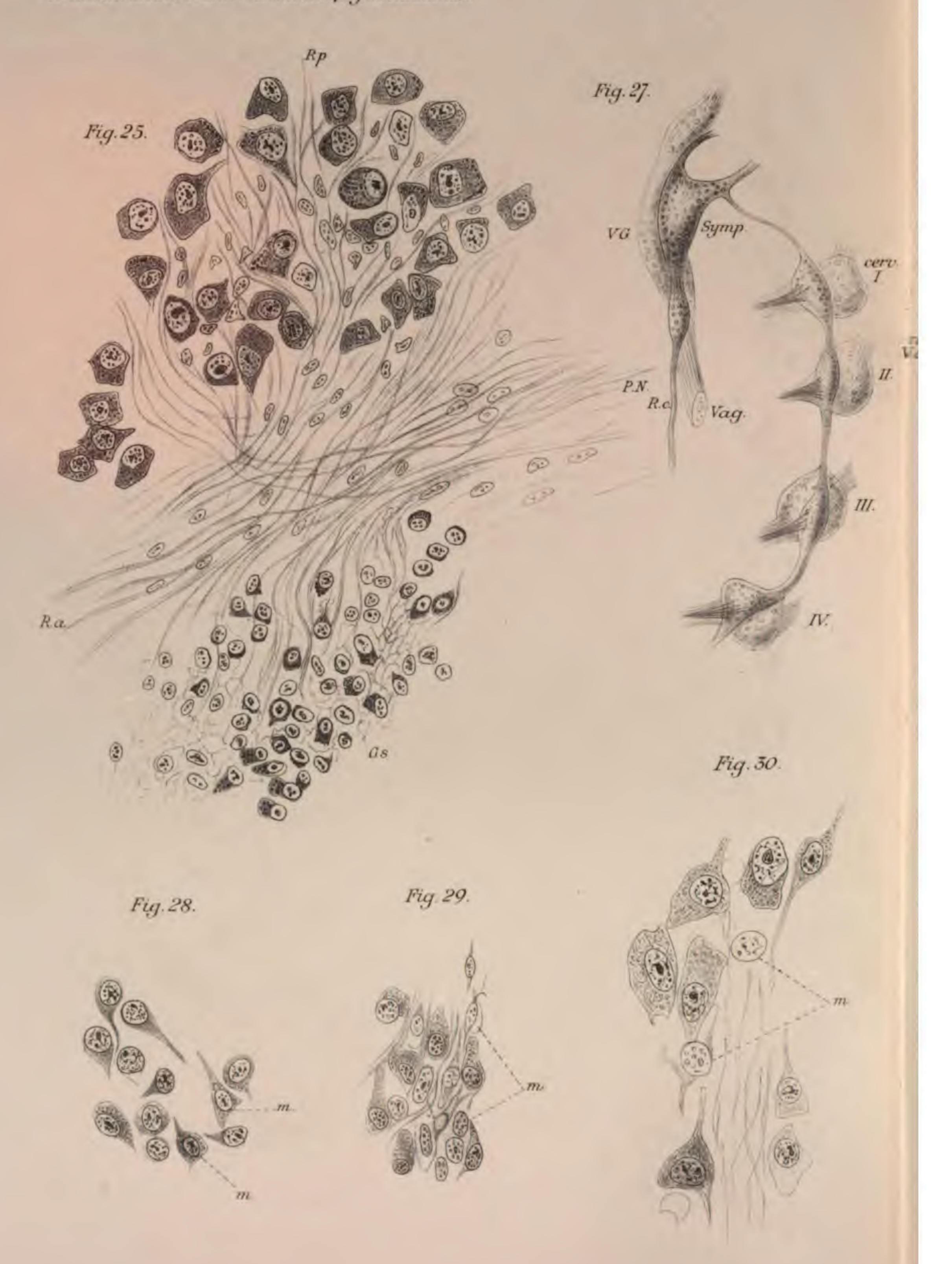
ÜBER EINEN EIGENTHÜMLICHEN FALL

ELEKTRODYNAMISCHER INDUCTION

VON

C. NEUMANN,

ORD. MITGLIED DER KÖNIGL. SÄCHS. GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN.


Fig. 25.
Rp
R.a.
Gs
Fig. 27.
VG
Symp.
cerv. I.
II.
III.
IV.
P.N.
R.c.
Vag.
Fig. 28.
m
m
Fig. 29.
m
Fig. 30.
m

W. His gez.

Will man dem wahren Mittelpunkt und der wahren Theorie im grossen Gebiet der Elektricität und des Magnetismus allmählich sich nähern, so dürfte es wohl rathsam sein, die bisherigen Theorieen von Neuem zu durchmustern, und namentlich ihre Consequenzen weiter zu entwickeln.

Die von irgend welchen elektrischen Strömen in einem gegebenen Conductor inducirten elektromotorischen Kräfte werden jedesmal *Null* sein, wenn die Intensitäten der Ströme und ebenso auch ihre relativen Lagen zum gegebenen Conductor *constant* bleiben. Oder kürzer ausgedrückt: Die in Rede stehenden Kräfte sind stets *Null*, falls der *Zustand* des Stromsystems in Bezug auf den Conductor *constant* bleibt.

Im Folgenden werde ich zeigen, dass diese gewöhnliche und allgemein bekannte Regel nicht unter allen Umständen richtig ist, dass vielmehr Fälle angebbar sind, in denen der Zustand eines Stromsystems in Bezug auf einen gegebenen Conductor *constant* bleibt, und in denen trotzdem durch jenes Stromsystem in dem Conductor ganz bestimmte und von Null verschiedene Kräfte inducirt werden.

Es sei gegeben ein positives rechtwinkliges Axensystem x, y, z, einerlei ob es absolut unbeweglich ist, oder ob es etwa mit der Erde verbunden mit dieser zusammen sich bewegt, oder ob es in irgend welcher andern Bewegung sich befindet. Doch mag mir der Kürze willen gestattet sein, alle Punkte und Körper als in *Bewegung begriffen*, oder als *ruhend* zu bezeichnen, je nachdem sie ihre Lagen in Bezug auf das Axensystem x, y, z ändern, oder nicht. Diese Ausdrucksweise bringt offenbar mit sich, dass das System x, y, z (trotz seiner etwaigen Bewegung) als ein *ruhendes* zu bezeichnen ist.

Wir wollen uns irgend ein Gebiet des Raumes mit elektrischen Strömungen erfüllt denken, und die in irgend einem Punkte x, y, z dieses Gebietes zur Zeit t vorhandenen elektrischen Strömungscomponenten mit a, b, c benennen:

$$(1.)\qquad a = a(x,\ y,\ z,\ t)\,,\quad b = b(x,\ y,\ z,\ t)\,,\quad c = c(x,\ y,\ z,\ t)\,.$$

Sind nun insbesondere diese Functionen (1.) unabhängig von der Zeit, ist also:

(2.) $a = a(x, y, z)$, $b = b(x, y, z)$, $c = c(x, y, z)$,

so ist die Beschaffenheit dieses Stromsystems *constant* in Bezug auf die ruhenden Axen x, y, z, mithin auch *constant* in Bezug auf jedweden *ruhenden* Conductor M_1. Nach der gewöhnlichen Regel würde also zu erwarten sein, dass die von diesen Strömen (2.) in einem solchen *ruhenden* Conductor M_1 inducirten elektromotorischen Kräfte gleich *Null* sind. Trotzdem werde ich nachweisen, dass diese Kräfte unter geeigneten Umständen *von Null verschieden* sein können.

Um näher hierauf einzugehen, erinnere ich zunächst an den Begriff des sogenannten *constant-magnetischen Feldes*. Ein solches Feld kann, unter Zugrundelegung des Axensystems x, y, z, charakterisirt werden durch drei Constanten

$$A^0,\ B^0,\ C^0.$$

Dabei sind alsdann unter A^0, B^0, C^0 die Componenten derjenigen Kraft zu verstehen, von welcher jedweder Punkt dieses Feldes erfasst wird, falls man denselben als einen *magnetischen* Massenpunkt von der magnetischen Masse Eins sich vorstellt. — Ein solches constant-magnetisches Feld kann bekanntlich hervorgebracht werden durch geeignete magnetische Vertheilungen oder auch durch Aufstellung geeigneter elektrischer Ströme im Aussenraume des Feldes.

In analoger Weise kann man offenbar auch sprechen von einem *constant-elektrischen* Felde:

$$\mathfrak{A}^0,\ \mathfrak{B}^0,\ \mathfrak{C}^0.$$

Alsdann werden diese Constanten $\mathfrak{A}^0$, $\mathfrak{B}^0$, $\mathfrak{C}^0$ die Componenten derjenigen Kraft sein, welche auf jedweden Punkt des Feldes einwirkt, sobald man denselben als einen *elektrischen* Massenpunkt von der elektrischen Masse Eins sich vorstellt. — Ein solches constant-elektrisches Feld wird hervorgebracht werden können durch geeignete elektrische Vertheilungen im Aussenraume des Feldes.

Wir wollen uns nun eine massive Metallkugel denken, die ihren Mittelpunkt im Anfangspunkte des Systems x, y, z liegen hat, und die um die x-Axe in der yz-Richtung mit constanter Winkel-

geschwindigkeit rotirt. Diese Kugel befinde sich innerhalb eines *constant-elektrischen* Feldes*):

$$A^0, \; B^0, \; 0.$$

Da die Kugel innerhalb des *constant-elektrischen* Feldes mit *constanter* Winkelgeschwindigkeit rotirt, so wird in der Kugel ein elektrischer Strömungszustand von der Form (2.) entstehen, d. h. ein Strömungszustand, der in Bezug auf das ruhende Axensystem x, y, z, mithin auch in Bezug auf jedweden ruhenden Conductor M_1 als *constant* zu bezeichnen ist.

Trotzdem aber werden wir finden, dass dieser constante Strömungszustand in jedem Punkte x, y, z eines solchen ruhenden Conductors M_1 bestimmte elektromotorische Kräfte $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ inducirt, und dass diese Kräfte die Werthe haben:

$$(3.)\quad \begin{aligned} \mathfrak{X} &= A^2\lambda \frac{\partial \mathfrak{U}}{\partial x}, \\ \mathfrak{Y} &= A^2\lambda \left(\frac{\partial \mathfrak{U}}{\partial y} + N\mathfrak{J}^c\right), \\ \mathfrak{Z} &= A^2\lambda \left(\frac{\partial \mathfrak{U}}{\partial z} - N\mathfrak{J}^b\right), \end{aligned}$$

wo $\mathfrak{U}$, $\mathfrak{J}^b$, $\mathfrak{J}^c$ die Bedeutungen haben:

$$(3a.)\quad \begin{aligned} \mathfrak{U} &= -B^0 \frac{3\lambda}{4\pi}\left[(N-1)\frac{4\pi R^5}{15}\frac{y}{\varrho^3} - N\frac{4\pi R^3}{3}\frac{y}{\varrho}\right], \\ \mathfrak{J}^b &= -B^0 \frac{3\lambda}{4\pi}\left[\frac{4\pi R^5}{15}\frac{3yz}{\varrho^5}\right], \\ \mathfrak{J}^c &= -B^0 \frac{3\lambda}{4\pi}\left[\frac{4\pi R^5}{15}\left(\frac{3z^2}{\varrho^5} - \frac{1}{\varrho^3}\right) + \frac{4\pi R^3}{3}\frac{1}{\varrho}\right]. \end{aligned}$$

Hier ist $\varrho^2 = x^2 + y^2 + z^2$, also ϱ der Abstand des Punktes x, y, z vom Mittelpunkte der rotirenden Kugel. Ferner bezeichnen A, N, R, λ gewisse Constanten, und zwar R den Radius der Kugel, und λ die constante Winkelgeschwindigkeit derselben.

Es sei gestattet, hier in der Einleitung noch auf ein zweites Resultat meiner Untersuchungen aufmerksam zu machen.

Die Vorstellungen mögen dieselben bleiben, wie vorhin, nur mit dem Unterschiede, dass das gegebene Feld:

$$A^0, \; B^0, \; 0,$$

*) Wir haben hier $C^0 = 0$ gesetzt, was offenbar geschehen kann unbeschadet der Allgemeinheit unserer Betrachtung.

so dass also nach (IIa.) die Dimensionsformel gilt:

(IIIa.) $$J = L P^{\frac{1}{2}} T^{-1} = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2} \,.$$

Auch ist nach (III.) unter der Einheit der elektrischen Stromstärke derjenige Strom zu verstehen, bei welchem durch den Querschnitt während der Zeiteinheit die Elektricitätsmasse Eins hindurchgeht.

Die repulsiv gerechnete ponderomotorische Kraft R, mit welcher zwei Stromelemente $J Ds$ und $J_1 Ds_1$ in der Entfernung r aufeinander wirken, hat nach dem *Ampère'schen Gesetz* den Werth:

(IV.) $$R = A^2 J J_1 Ds Ds_1 \, \frac{3 \cos \vartheta \cos \vartheta_1 - 2 \cos \varepsilon}{r^2} \,,$$

wo ϑ, ϑ_1 und ε die von Ampère eingeführten Winkel sind, und A eine Constante vorstellt. Da nun J, J_1 bereits definirt sind, ebenso auch die (wie P zu rechnende) Kraft R, so muss die Constante A einen ganz bestimmten Werth haben. Zuvörderst ergiebt sich, was die Dimensionen anbetrifft, aus (IV.) die Formel:

$$P = A^2 \cdot J^2 \cdot L^2 \cdot \frac{1}{L^2} = A^2 J^2 \,,$$

also, falls man für J den Werth (IIIa.) substituirt:

$$P = A^2 L^2 P T^{-2} \,, \quad \text{d. i.} \quad 1 = A^2 L^2 T^{-2} \,,$$

also:

(IVa.) $$\frac{1}{A} = L T^{-1} \,.$$

Nimmt man nun für L und T resp. Millimeter und Secunde, so ist nach Weber und Kohlrausch:

(IVb.) $$\frac{1}{A} = 310740 \, (10)^6 \, \frac{\text{Millim.}}{\text{Secunde}} \,.$$

Vgl. Helmholtz, Crelle J. Bd. 72, Seite 72.

Was endlich die Definition der Leitungsfähigkeit k eines gegebenen Metalls betrifft, so mag es mir (der Kürze willen) gestattet sein, vom *Joule'schen Gesetz* auszugehen. Diesem zufolge ist die in einem Drahtelement durch einen elektrischen Strom erzeugte Wärmemenge proportional dem Quadrat der Stromstärke, proportional dem sogenannten Widerstande des Elementes und proportional der Zeit. Ist nämlich Ds die Länge, q der Querschnitt, k die Leitungsfähigkeit, mithin $\frac{Ds}{kq}$ der Widerstand des Drahtelementes, und ist ferner J die

Stromstärke, so wird die in dem Element während der Zeit dt sich entwickelnde Wärmemenge dQ den Werth haben:

(V.) $$dQ = \frac{J^2 Ds}{kq} dt .$$

In dieser Formel sind alle Grössen bereits in bestimmter Weise definirt, ausser dQ und k. Wenn wir also von diesen beiden Grössen dQ und k gegenwärtig die *eine* in bestimmter Weise definiren, so wird hierdurch, vermöge der Formel selbst, die *andere* bereits mitdefinirt sein.

Wir wollen nun festsetzen, dass dQ die entwickelte Wärmemenge in *mechanischem Maass* sein soll, dass also dQ diejenige lebendige Kraft sein soll, welche der entwickelten Wärmemenge äquivalent ist. Alsdann entspringt aus (V.), unter Benutzung der Werthe (Ib.) und (IIIa.), die Dimensionsformel:

$$ML^2T^{-2} = \frac{(ML^3T^{-4})L}{kL^2} T ;$$

und hieraus folgt sofort:

(Va.) $$k = T^{-1} .$$

Unter dem *specifischen Widerstande* $\varkappa$ eines Metalls versteht man bekanntlich den reciproken Werth seiner Leitungsfähigkeit k. Es ist also

(VI.) $$\varkappa = \frac{1}{k} ,$$

so dass also mit Rücksicht auf (Va.) die Dimensionsformel sich ergiebt:

(VIa.) $$\varkappa = \frac{1}{k} = T .$$

Nimmt man die Secunde als Zeiteinheit, so hat dieses $\varkappa$ z. B. für *Kupfer* den Werth:

(VIb.) $$\varkappa = \frac{1}{425370} \left(\frac{1}{10}\right)^{12} \text{Secunde} .$$

Vgl. HELMHOLTZ, Crelle Bd. 72, Seite 81.

Aus (IVb.) und (VIb.) folgt sofort:

(VII.) $$\frac{A^2}{\varkappa} = 44053 \left(\frac{1}{10}\right)^{10} \frac{\text{Secunde}}{(\text{Millim})^2} ,$$

also näherungsweise:

(VIIa.) $$\frac{A^2}{\varkappa} = 44 \left(\frac{1}{10}\right)^{7} \frac{\text{Secunde}}{(\text{Millim})^2} .$$

§ 2.

Ueber die sogenannten magnetischen Massen.

Das Ampère'sche Gesetz [vgl. (IV.) Seite 72]:

$$(\alpha.) \qquad R = A^2 J J_1 Ds Ds_1 \frac{3 \cos \vartheta \cos \vartheta_1 - 2 \cos \varepsilon}{r^2}$$

ist bekanntlich auch so darstellbar:

$$(\beta.) \qquad R = A^2 J J_1 Ds Ds_1 \cdot 8 \frac{d\sqrt{r}}{dr} \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial s \partial s_1},$$

wo s und s_1 die Bogenlängen bezeichnen. Auf Grund dieser Formeln (α.), (β.) lässt sich nun z. B. die gegenseitige ponderomotorische Einwirkung zweier *Solenoide* berechnen.

Dabei sei Folgendes bemerkt: Der in einem Stromringe des Solenoids Liegende und nach dem Mittelpunkte dieses Ringes Hinsehende*) markirt mit ausgestrecktem linken Arm eine bestimmte Richtung der Solenoidaxe, die sogenannte *positive* Richtung der Axe. Hieran schliesst sich die Bezeichnung der beiden Solenoidpole. Diese nämlich werden positiv und negativ genannt in *dem* Sinne, dass die positive Solenoidaxe vom negativen zum positiven Pol geht. Es sei a der negative und b der positive Pol. Ferner seien J, λ und δ die Stromstärke, der Querschnitt und die Dichtigkeit**) des Solenoids. Ueberdies mögen unter den *Intensitäten* μ_a und μ_b der beiden Solenoidpole a und b folgende Grössen verstanden sein:

$$(\gamma.) \qquad \mu_a = - AJ\lambda\delta, \qquad \mu_b = + AJ\lambda\delta,$$

wo A dieselbe positive Constante sein soll, wie in (α.), (β.). Analoge Bezeichnungen mögen eingeführt sein für irgend ein zweites Solenoid $a_1 b_1$; so dass z. B. die Polintensitäten desselben die Werthe haben:

$$(\delta.) \qquad \mu_{a_1} = - AJ_1\lambda_1\delta_1, \qquad \mu_{b_1} = + AJ_1\lambda_1\delta_1.$$

Diese Bezeichnungen vorangeschickt, erhält man nun, auf Grund der Formeln (α.), (β.), für die gegenseitige Einwirkung der beiden

*) Selbstverständlich wird vorausgesetzt, dass diese menschliche Figur vom Strom *von Fuss zu Kopf* durchflossen sein soll.

**) Unter dieser Dichtigkeit δ soll der Quotient $\frac{N}{L}$ verstanden werden, wo L die Länge des Solenoids, und N die Anzahl seiner Windungen, d. i. die Anzahl seiner aufeinander folgenden Stromringe vorstellt.

Solenoide aufeinander, oder (besser ausgedrückt) für ihr gegenseitiges Potential W folgenden Werth:

$$(\varepsilon.) \qquad W = \frac{\mu_a \mu_{a_1}}{r_{aa_1}} + \frac{\mu_b \mu_{b_1}}{r_{bb_1}} + \frac{\mu_a \mu_{b_1}}{r_{ab_1}} + \frac{\mu_b \mu_{a_1}}{r_{ba_1}},$$

wo z. B. r_{aa_1} den Abstand zwischen a und a_1 vorstellt, etc. Diese Formel zeigt, dass Solenoidpole ebenso aufeinander einwirken wie magnetische Massenpunkte, und führt zu der AMPÈRE'schen Vorstellung, *dass die sogenannten magnetischen Massenpunkte in Wirklichkeit nichts Anderes sind als Solenoidpole.*

Diese Vorstellung adoptiren wir. Zugleich aber wollen wir festhalten an dem COULOMB'schen Gesetz, nämlich annehmen, dass das gegenseitige Potential zweier magnetischer Massenpunkte $\mathfrak{m}$, $\mathfrak{m}'$ durch die Formel:

$$(\zeta.) \qquad \frac{\mathfrak{m}\mathfrak{m}'}{r} \text{ (ohne weiteren Factor)}$$

dargestellt ist. Alsdann sind offenbar, in Anbetracht der Formel (ε.), die $\mathfrak{m}$'s geradezu mit den μ's zu identificiren; so dass wir also zu folgendem Satze gelangen:

(η.) Ein magnetischer Massenpunkt ist in Wirklichkeit nichts Anderes als ein Solenoidpol. Und die magnetische Masse $\mathfrak{m}$ jenes Punktes ist in Wirklichkeit nichts Anderes als die Intensität μ dieses Poles.

Es sei gegeben ein Solenoid mit den beiden Polintensitäten $\pm AJ\lambda\delta$. Von diesen beiden Polen befinde sich der eine im Unendlichen, während der andere im Endlichen liegende, seiner Intensität nach, μ heissen mag; so dass also

$$\mu \text{ entweder } = + AJ\lambda\delta\,, \quad \text{oder aber} = - AJ\lambda\delta$$

ist. — Berechnet man nun auf Grund des AMPÈRE'schen Gesetzes (α.), (β.), die von irgend einem *geschlossenen Strome* J_0 auf jenes Solenoid ausgeübte ponderomotorische Einwirkung, so findet man (was hier nicht weiter ausgeführt werden soll), dass diese Einwirkung dargestellt ist durch eine einzige den Pol μ erfassende Kraft, und dass die Componenten X^0, Y^0, Z^0 dieser Kraft die Werthe haben:

$$
(\vartheta.) \qquad
\begin{aligned}
X^0 &= A\mu J_0 \int \frac{(z-z_0)Dy_0 - (y-y_0)Dz_0}{r^3}\,, \\
Y^0 &= A\mu J_0 \int \frac{(x-x_0)Dz_0 - (z-z_0)Dx_0}{r^3}\,, \\
Z^0 &= A\mu J_0 \int \frac{(y-y_0)Dx_0 - (x-x_0)Dy_0}{r^3}\,,
\end{aligned}
$$

wo A dieselbe positive Constante ist wie in (α.), (β.), (γ.), (δ.), während r den Abstand des Poles $\mu(x, y, z)$ vom Stromelement $J_0 Ds_0$ (x_0, y_0, z_0) vorstellt. Die Integrationen sind hier erstreckt über alle Elemente Ds_0, und die rechtwinkligen Componenten eines solchen Elementes sind bezeichnet mit Dx_0, Dy_0, Dz_0.

Das von diesen ponderomotorischen Kräften X^0, Y^0, Z^0 erfasste Object ist ein Solenoidpol von der Intensität μ, und kann also, zufolge des Satzes (η.), auch bezeichnet werden als ein magnetischer Massenpunkt von der magnetischen Masse μ.

Für den Specialfall $\mu = 1$ wollen wir die Kräfte X^0, Y^0, Z^0 mit A^0, B^0, C^0 bezeichnen. Alsdann können wir also sagen: Befindet sich im Orte (x, y, z) ein magnetischer Massenpunkt von der magnetischen Masse *Eins*, so wird die von irgend einem geschlossenen Strome J_0 auf diesen Punkt ausgeübte ponderomotorische Kraft A^0, B^0, C^0 den Werth haben:

$$
(\iota.) \qquad
\begin{aligned}
A^0 &= AJ_0 \int \frac{(z-z_0)Dy_0 - (y-y_0)Dz_0}{r^3}\,, \\
B^0 &= AJ_0 \int \frac{(x-x_0)Dz_0 - (z-z_0)Dx_0}{r^3}\,, \\
C^0 &= AJ_0 \int \frac{(y-y_0)Dx_0 - (x-x_0)Dy_0}{r^3}\,,
\end{aligned}
$$

wo die positive Constante A dieselbe ist, wie in (α.), (β.), (γ.), (δ.).

§ 3.

Das Weber'sche Inductions-Gesetz.

Es sei m irgend ein ponderabler Massenpunkt eines gegebenen Conductors M. Andererseits sei $J_0 Ds_0$ das Element eines linearen elektrischen Stromes. Denkt man sich nun sowohl M, m wie auch $J_0 Ds_0$ in beliebigen Bewegungen begriffen, und überdies die Stromstärke J_0 in einem beliebigen Zustande der Veränderung, so wird

im Punkte m durch Einwirkung des Elementes $J_0 Ds_0$ eine gewisse elektromotorische Kraft $\mathfrak{R}$ erzeugt werden.

Diese Kraft $\mathfrak{R}$ fällt nach dem WEBER'schen Inductionsgesetz in die Linie der Entfernung, und hat, in der Richtung ($Ds_0 \longrightarrow m$) gemessen, den Werth:

$$(\varkappa.)\qquad \mathfrak{R} = 4A^2 Ds_0 \frac{d\sqrt{r}}{dr}\left(2\frac{\partial^2\sqrt{r}}{\partial s_0\,\partial t}J_0 + \frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s_0}\frac{dJ_0}{dt}\right),$$

wo A dieselbe Constante wie in (α.) ist, während r den Abstand zwischen m und Ds_0 vorstellt.

Bemerkung. — Man construire irgend eine von m ausgehende Richtung s, und bezeichne den Winkel, unter welchem diese Richtung s gegen die Richtung $r(Ds_0 \longrightarrow m)$ geneigt ist, mit ϑ. Alsdann ist offenbar:

$$\cos\vartheta = \frac{\partial r}{\partial s}\,.$$

Multiplicirt man diese Formel mit der Formel ($\varkappa$.), so folgt:

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{R}\cos\vartheta = 4A^2 Ds_0 \frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s}\left(2\frac{\partial^2\sqrt{r}}{\partial s_0\,\partial t}J_0 + \frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s_0}\frac{dJ_0}{dt}\right).$$

In dieser Formel, auf die wir uns späterhin zu berufen haben, ist die linke Seite $\mathfrak{E} = \mathfrak{R}\cos\vartheta$ zu bezeichnen als die Componente der Kraft $\mathfrak{R}$ nach der Richtung s.

Wir stellen uns nun die Aufgabe, diejenige elektromotorische Kraft X, Y, Z zu berechnen, welche irgend ein *geschlossener Strom* J_0 in jenem Punkte $m(x, y, z)$ hervorbringt, unter der Voraussetzung, dass J_0 *constant* ist. Mit Rücksicht auf diese Constanz ergiebt sich aus ($\varkappa$.) sofort:

$$X = 4A^2\int Ds_0\left(\frac{d\sqrt{r}}{dr}\cdot 2\frac{\partial^2\sqrt{r}}{\partial s_0\,\partial t}J_0\frac{x - x_0}{r}\right),$$

d. i.

$$(\lambda.)\qquad X = A^2 J_0\int Ds_0\, U\frac{\partial V}{\partial s_0},$$

wo alsdann U und V die Bedeutungen haben:

$$(\mu.)\qquad U = \frac{4(x - x_0)}{r\sqrt{r}},\qquad V = \frac{\partial\sqrt{r}}{\partial t} = \frac{1}{2\sqrt{r}}\frac{\partial r}{\partial t}\,.$$

Nun ist identisch:

$$U\frac{\partial V}{\partial s_0} = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial(UV)}{\partial s_0} + U^2\frac{\partial}{\partial s_0}\left(\frac{V}{U}\right)\right],$$

mithin die Formel (λ.) auch so darstellbar:

$$X = A^2 J_0 \int D s_0 \frac{U^2}{2} \frac{\partial}{\partial s_0}\left(\frac{V}{U}\right).$$

Hieraus folgt, falls man für U und V ihre eigentlichen Bedeutungen (μ.) substituirt:

$$(\nu.) \qquad X = A^2 J_0 \int D s_0 \frac{(x-x_0)^2}{r^3} \frac{\partial}{\partial s_0}\left(\frac{r}{x-x_0}\frac{\partial r}{\partial t}\right).$$

Zur Vereinfachung wollen wir jetzt annehmen, dass das Axensystem x, y, z und ebenso auch der geschlossene Strom J_0 sich in Ruhe befinden, so dass allein der Conductor M sich bewegt. An dieser Bewegung nimmt Theil der innerhalb M markirte ponderable Massenpunkt m. Demgemäss ergiebt sich:

$$\frac{\partial r}{\partial t} = \frac{x-x_0}{r}\frac{dx}{dt} + \frac{y-y_0}{r}\frac{dy}{dt} + \frac{z-z_0}{r}\frac{dz}{dt},$$

oder, falls man die Geschwindigkeits-Componenten $\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}$ des Punktes m mit u, v, w bezeichnet:

$$\frac{r}{x-x_0}\frac{\partial r}{\partial t} = u + \frac{(y-y_0)v + (z-z_0)w}{x-x_0}.$$

Hieraus folgt:

$$\frac{\partial}{\partial s_0}\left(\frac{r}{x-x_0}\frac{\partial r}{\partial t}\right) = -\frac{\beta_0 v + \gamma_0 w}{x-x_0} + \frac{(y-y_0)v + (z-z_0)w}{(x-x_0)^2}\alpha_0,$$

wo $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ die Richtungscosinus des Elementes Ds_0 bezeichnen. Substituirt man dies in (ν.), so folgt:

$$X = A^2 J_0 \int D s_0 \left(\frac{(y-y_0)v + (z-z_0)w}{r^3}\alpha_0 - \frac{\beta_0 v + \gamma_0 w}{r^3}(x-x_0)\right),$$

oder besser geordnet:

$$X = A^2 J_0 \left\{ v \int D s_0 \frac{(y-y_0)\alpha_0 - (x-x_0)\beta_0}{r^3} - w \int D s_0 \frac{(x-x_0)\gamma_0 - (z-z_0)\alpha_0}{r^3} \right\},$$

oder, falls man die rechtwinkligen Componenten des Elementes Ds_0 mit Dx_0, Dy_0, Dz_0 bezeichnet:

$$X = A^2 J_0 \left\{ v \int \frac{(y-y_0)Dx_0 - (x-x_0)Dy_0}{r^3} - w \int \frac{(x-x_0)Dz_0 - (z-z_0)Dx_0}{r^3} \right\},$$

d. i. mit Rücksicht auf (ι.):

$$X = A(v C^0 - w B^0),$$

oder, falls man für u, v, w ihre eigentlichen Bedeutungen substituirt:

$$X = A\left(\frac{dy}{dt}C^0 - \frac{dz}{dt}B^0\right).$$

Demgemässs gelangen wir zu folgendem Satze:

Es sei M ein in beliebiger Bewegung begriffener Conductor, und m ein bestimmter ponderabler Massenpunkt desselben. In Bezug auf ein ruhendes Axensystem x, y, z seien die Coordinaten und Geschwindigkeitscomponenten dieses Punktes m bezeichnet mit

$$x,\ y,\ z \quad \textit{und} \quad \frac{dx}{dt},\ \frac{dy}{dt},\ \frac{dz}{dt}.$$

Auf den Conductor mag von aussen her einwirken ein ruhender Inducent, welcher dargestellt ist durch einen geschlossenen linearen Strom von constanter Stärke J_0. Alsdann wird die von diesem Inducenten J_0 im Punkte m (x, y, z) erzeugte elektromotorische Kraft die Componenten haben:

$$(\xi.)\qquad \begin{aligned} X &= A\left(C^0\frac{dy}{dt} - B^0\frac{dz}{dt}\right), \\ Y &= A\left(A^0\frac{dz}{dt} - C^0\frac{dx}{dt}\right), \\ Z &= A\left(B^0\frac{dx}{dt} - A^0\frac{dy}{dt}\right). \end{aligned}$$

Hier bezeichnen A^0, B^0, C^0 die Componenten derjenigen ponderomotorischen Kraft, welche der Inducent J_0 ausüben würde auf einen in (x, y, z) befindlichen magnetischen Massenpunkt von der magnetischen Masse Eins. Ueberdies repräsentirt A dieselbe Constante wie in (α.) und (β.).

§ 4.

Die Kirchhoff'schen Formeln.

KIRCHHOFF hat bekanntlich für die Bewegung der Elektricität in einem Conductor die Formeln gegeben:

$$(\pi.)\qquad \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial v}{\partial \eta} + \frac{\partial w}{\partial \zeta} = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial t},$$

$$(\varrho.)\qquad u\cos(\nu,\xi) + v\cos(\nu,\eta) + w\cos(\nu,\zeta) = -\frac{\partial e}{\partial t}.$$

$$(\sigma.)\qquad \begin{cases} \varkappa u = \Xi - \dfrac{\partial \Phi}{\partial \xi}, \\ \varkappa v = \mathsf{H} - \dfrac{\partial \Phi}{\partial \eta}, \\ \varkappa w = \mathsf{Z} - \dfrac{\partial \Phi}{\partial \zeta}. \end{cases}$$

Diese Formeln setzen ein Axensystem (ξ, η, ζ) voraus, welches mit dem Conductor fest verbunden, in seine ponderable Masse also eingefügt ist. Doch kann man die drei Formeln (σ.) leicht auf ein Axensystem x, y, z übertragen, welches gegen den Conductor in beliebiger Bewegung begriffen ist. Multiplicirt man nämlich die Formeln (σ.) mit $\cos(\xi, x)$, $\cos(\eta, x)$, $\cos(\zeta, x)$ und addirt, so folgt:

$$(\tau.)\quad \begin{cases} \varkappa a = X - \dfrac{\partial \Phi}{\partial x}; \text{ und ähnlich erhält man:} \\ \varkappa b = Y - \dfrac{\partial \Phi}{\partial y}, \\ \varkappa c = Z - \dfrac{\partial \Phi}{\partial z}. \end{cases}$$

Hier bezeichnen a, b, c die Componenten der elektrischen Strömung nach den Axen x, y, z, ebenso wie u, v, w die Componenten derselben nach den Axen ξ, η, ζ repräsentiren. Ferner bezeichnet $\varkappa$ den specifischen Widerstand des Conductors.

Andrerseits bezeichnen die rechten Seiten der Gleichungen (σ.), (τ.) die auf die einzelnen Punkte des Conductors einwirkenden elektromotorischen Kräfte. Und zwar bezeichnen X, Y, Z resp. Ξ, H, Z denjenigen Theil dieser Kräfte, welcher von *elektrischen Strömen*, andererseits aber $-\frac{\partial \Phi}{\partial x}$, $-\frac{\partial \Phi}{\partial y}$, $-\frac{\partial \Phi}{\partial z}$ resp. $-\frac{\partial \Phi}{\partial \xi}$, $-\frac{\partial \Phi}{\partial \eta}$, $-\frac{\partial \Phi}{\partial \zeta}$ denjenigen Theil derselben, welcher von *statischer Elektricität* herrührt.

Zweites Kapitel.

Zusammenfassung der von W. Weber, F. Neumann und C. Neumann aufgestellten Inductionsgesetze zu einer einzigen Formel.

§ 1.

Angabe dieser Generalformel für den Fall eines linearen Inducenten.

Auf einem Draht seien zwei aufeinander folgende Querschnitte markirt mit den Bogenlängen s_0 und $s_0 + Ds_0$. Analoge Bedeutungen mögen s_1 und $s_1 + Ds_1$ für einen zweiten Draht haben. Nehmen wir

nun an, dass die relative Lage der beiden Drähte von Augenblick zu Augenblick sich ändert, so wird der gegenseitige Abstand r der beiden Elemente Ds_0 und Ds_1, ausser von den Bogenlängen s_0 und s_1, auch noch von der Zeit t abhängen.

Ist der Draht s_0 von einem elektrischen Strome durchflossen, dessen Stärke J_0 eine *Function der Zeit t* ist, so wird nach unserer Vorstellungsweise vom Stromelement $J_0 Ds_0$ in den einzelnen Punkten des Elementes Ds_1 eine gewisse elektromotorische Kraft E von irgend welcher Richtung und Stärke erzeugt werden, theils in Folge der Veränderung von J_0, theils in Folge der Veränderung der relativen Lage zwischen Ds_0 und Ds_1. Die Componente dieser in Ds_1 erzeugten elektromotorischen Kraft E nach der Richtung von Ds_1 mag $\mathfrak{E}$ heissen.

Diese Componente $\mathfrak{E}$ hat verschiedene Werthe, je nachdem man dieser oder jener Theorie sich anschliesst. Ich werde hier, ausser der W. WEBER'schen Theorie, namentlich auch die von meinem Vater aufgestellte Theorie, und daneben auch die von mir selber proponirte Theorie berücksichtigen.

Nach allen drei Theorien hat $\mathfrak{E}$ den Werth*):

$$(1.)\qquad \mathfrak{E} = 4A^2 Ds_0 \frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s_1}\left(2\frac{\partial^2\sqrt{r}}{\partial s_0 \partial t} J_0 + \frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s_0}\frac{dJ_0}{dt}\right)$$
$$+ 4A^2 Ds_0 \cdot (N-1)\frac{\partial}{\partial s_0}\left(\frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s_1}\frac{\partial\sqrt{r}}{\partial t}\right)\cdot J_0 ,$$

nur mit dem Unterschiede, dass die Zahl N den Werth 1 oder -1 oder 0 hat, je nachdem man der ersten oder zweiten oder dritten Theorie sich anschliesst; was angedeutet sein mag durch die Notizen:

$$(1a.)\qquad N_{W.W.} = 1 , \qquad N_{F.N.} = -1 , \qquad N_{C.N.} = 0 .$$

Dabei ist in (1.) unter A^2 die schon früher (Seite 72) genannte Constante zu verstehen.

Berücksichtigt man die identische Gleichung:

$$2\frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s_1}\frac{\partial^2\sqrt{r}}{\partial s_0 \partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s_1}\frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s_0}\right) + \frac{\partial}{\partial s_0}\left(\frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s_1}\frac{\partial\sqrt{r}}{\partial t}\right) - \frac{\partial}{\partial s_1}\left(\frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s_0}\frac{\partial\sqrt{r}}{\partial t}\right),$$

so kann man der Formel (1.) auch folgende Gestalt geben:

$$(2.)\qquad \mathfrak{E} = 4A^2 Ds_0 \cdot J_0\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s_1}\frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s_0}\right) + N\frac{\partial}{\partial s_0}\left(\frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s_1}\frac{\partial\sqrt{r}}{\partial t}\right) - \frac{\partial}{\partial s_1}\left(\frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s_0}\frac{\partial\sqrt{r}}{\partial t}\right)\right]$$
$$+ 4A^2 Ds_0 \frac{dJ_0}{dt}\frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s_0}\frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s_1} ,$$

*) Vgl. die Bemerkung Seite 77, und auch die Seiten 94, 95.

oder (was dasselbe ist) auch folgende Gestalt:

$$(3.)\quad \mathfrak{E} = A^2 Ds_0 \cdot J_0 \left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial r}{\partial s_1}\frac{\partial r}{\partial s_0}\right) + N\frac{\partial}{\partial s_0}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial r}{\partial s_1}\frac{\partial r}{\partial t}\right) - \frac{\partial}{\partial s_1}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial r}{\partial s_0}\frac{\partial r}{\partial t}\right)\right]$$

$$+ A^2 Ds_0 \frac{dJ_0}{dt}\frac{1}{r}\frac{\partial r}{\partial s_0}\frac{\partial r}{\partial s_1} \,.$$

Bemerkung. — *Hieraus ersieht man, dass das mit N behaftete Glied fortfällt, falls der Inducent ein* g e s c h l o s s e n e r *Strom ist, und dass also für diesen besondern Fall alle drei Theorien zu* e i n e r l e i *Resultaten führen.*

Sind ϑ_0, ϑ_1, ε die AMPÈRE'schen Winkel*), und Θ_0, Θ_1, E die Cosinus derselben, so gelten bekanntlich die Formeln:

$$(3\,\mathrm{a.})\quad \frac{\partial r}{\partial s_0} = -\Theta_0\,, \qquad \frac{\partial r}{\partial s_1} = +\Theta_1\,,$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial^2 r}{\partial s_0 \partial s_1} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial r}{\partial s_0}\frac{\partial r}{\partial s_1} = \frac{2\Theta_0\Theta_1 - \mathsf{E}}{r^2}\,.$$

Auf Grund dieser Formeln ergiebt sich:

$$(\alpha.)\quad \frac{1}{r}\frac{\partial r}{\partial s_0}\frac{\partial r}{\partial s_1} = -\frac{\Theta_0\Theta_1}{r}\,,$$

$$(\beta.)\quad \frac{\partial}{\partial s_0}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial r}{\partial s_1}\frac{\partial r}{\partial t}\right) = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial^2 r}{\partial s_0 \partial s_1} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial r}{\partial s_0}\frac{\partial r}{\partial s_1}\right)\frac{\partial r}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial r}{\partial s_1}\frac{\partial^2 r}{\partial s_0 \partial t}\,,$$

$$= \frac{2\Theta_0\Theta_1 - \mathsf{E}}{r^2}\frac{\partial r}{\partial t} - \frac{\Theta_1}{r}\frac{\partial \Theta_0}{\partial t}\,,$$

und in analoger Art:

$$(\gamma.)\quad \frac{\partial}{\partial s_1}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial r}{\partial s_0}\frac{\partial r}{\partial t}\right) = \frac{2\Theta_0\Theta_1 - \mathsf{E}}{r^2}\frac{\partial r}{\partial t} - \frac{\Theta_0}{r}\frac{\partial \Theta_1}{\partial t}\,.$$

Substituirt man diese Werthe (α.), (β.), (γ.) in (3.) so erhält man:

$$\mathfrak{E} = A^2 Ds_0 \cdot J_0 \left[-\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\Theta_0\Theta_1}{r}\right) + (N-1)\frac{2\Theta_0\Theta_1 - \mathsf{E}}{r^2}\frac{\partial r}{\partial t} - \frac{N\Theta_1}{r}\frac{\partial \Theta_0}{\partial t} + \frac{\Theta_0}{r}\frac{\partial \Theta_1}{\partial t}\right]$$

$$- A^2 Ds_0 \frac{dJ_0}{dt}\frac{\Theta_0\Theta_1}{r}\,,$$

oder, etwas anders geordnet:

$$\mathfrak{E} = A^2 Ds_0 \cdot J_0 \left[\left(\frac{\Theta_0\Theta_1}{r^2} + (N-1)\frac{2\Theta_0\Theta_1 - \mathsf{E}}{r^2}\right)\frac{\partial r}{\partial t} - (N+1)\frac{\Theta_1}{r}\frac{\partial \Theta_0}{\partial t}\right]$$

$$- A^2 Ds_0 \cdot \frac{dJ_0}{dt}\frac{\Theta_0\Theta_1}{r}\,,$$

*) nämlich ϑ_0 und ϑ_1 die Winkel der Richtung $r(Ds_0 \longrightarrow Ds_1)$ gegen Ds_0 und Ds_1, und ε derjenige Winkel, unter welchem die beiden Elemente Ds_0 und Ds_1 gegen einander geneigt sind.

oder, falls man die mit Θ_1 behafteten Glieder voranstellt:

$$\mathfrak{E} = A^2 Ds_0 \left\{ \begin{array}{l} \Theta_1 \left[(2N-1) \frac{J_0 \Theta_0}{r^2} \frac{\partial r}{\partial t} - (N+1) \frac{J_0}{r} \frac{\partial \Theta_0}{\partial t} - \frac{\Theta_0}{r} \frac{dJ_0}{dt} \right] \\ - (N-1) \frac{J_0 \mathsf{E}}{r^2} \frac{\partial r}{\partial t} \end{array} \right\},$$

oder, falls man endlich noch mit dt multiplicirt:

$$(1.) \quad \mathfrak{E}\, dt = A^2 Ds_0 \left\{ \begin{array}{l} \Theta_1 \left[(2N-1) \frac{J_0 \Theta_0 dr}{r^2} - (N+1) \frac{J_0 d\Theta_0}{r} - \frac{\Theta_0 dJ_0}{r} \right] \\ - (N-1) \frac{J_0 \mathsf{E} dr}{r^2} \end{array} \right\}.$$

Hier repräsentiren alsdann:

$$dr = \frac{\partial r}{\partial t} dt \quad \text{und} \quad d\Theta_0 = \frac{\partial \Theta_0}{\partial t} dt \quad \text{und} \quad dJ_0$$

die Zuwüchse der Grössen r, Θ_0, J_0 während der Zeit dt.

$\mathfrak{E}$ repräsentirt, wie schon betont wurde, die *Componente* der in einem Punkte des Elementes Ds_1 erzeugten elektromotorischen Kraft E *nach der Richtung des Elementes* Ds_1. Es bleibt noch übrig, diese *Kraft selber* zu bestimmen, oder (was auf dasselbe hinauskommt) ihre Componenten Ξ, H, Z nach drei aufeinander senkrechten Axen ξ, η, ζ zu berechnen.

Offenbar ist:

$$\mathfrak{E} = \Xi \alpha_1 + \mathsf{H} \beta_1 + \mathsf{Z} \gamma_1 ,$$

wo α_1, β_1, γ_1 die Richtungs-Cosinus des Elementes Ds_1 in Bezug auf die Axen ξ, η, ζ vorstellen. Desgleichen ergiebt sich:

$$\Theta_1 = \mathsf{A} \alpha_1 + \mathsf{B} \beta_1 + \Gamma \gamma_1 ,$$
$$\mathsf{E} = \alpha_0 \alpha_1 + \beta_0 \beta_1 + \gamma_0 \gamma_1 ,$$

wo α_0, β_0, γ_0 die Richtungs-Cosinus von Ds_0, und A, B, Γ diejenigen der Linie $r(Ds_0 \longrightarrow Ds_1)$ vorstellen. Substituirt man diese drei Trinome in (1.), so folgt:

$$(\Xi \alpha_1 + \mathsf{H} \beta_1 + \mathsf{Z} \gamma_1)\, dt = A^2 Ds_0 \left\{ \begin{array}{l} (\mathsf{A} \alpha_1 + \mathsf{B} \beta_1 + \Gamma \gamma_1) F \\ - (\alpha_0 \alpha_1 + \beta_0 \beta_1 + \gamma_0 \gamma_1)(N-1) \frac{J_0 dr}{r^2} \end{array} \right\},$$

wo F den in (1.) in der eckigen Klammer stehenden Ausdruck repräsentirt. Diese Formel enthält, ausser α_1, β_1, γ_1, nur noch solche Grössen, welche (wie z. B. Ξ, H, Z, A, B, Γ, F, etc. etc.) von α_1, β_1, γ_1 *unabhängig* sind. Folglich müssen die Coefficienten von α_1, β, γ_1 auf beiden Seiten einzeln einander gleich sein. So erhält man z. B.:

$$\Xi dt = A^2 Ds_0 \left(\mathsf{A} F - \alpha_0 (N-1) \frac{J_0 dr}{r^2}\right),$$

oder, falls man für F seine eigentliche Bedeutung substituirt:

$$\Xi dt = A^2 Ds_0 \left\{ \begin{array}{l} \mathsf{A}\left[(2N-1)\frac{J_0 \Theta_0 dr}{r^2} - (N+1)\frac{J_0 d\Theta_0}{r} - \frac{\Theta_0 dJ_0}{r}\right] \\ -(N-1)\frac{J_0 \alpha_0 dr}{r^2} \end{array} \right\},$$

oder, was dasselbe ist:

$$(5.)\quad \Xi dt = A^2 Ds_0 \left(\mathsf{A}\left[(2N-1)\frac{J_0 \Theta_0 dr}{r^2} - N\frac{J_0 d\Theta_0}{r} - \frac{d(J_0\Theta_0)}{r}\right] - (N-1)\frac{J_0 \alpha_0 dr}{r^2}\right).$$

Analoge Werthe ergeben sich für H, Z. Und diese Ξ, H, Z repräsentiren also die Componenten derjenigen elektromotorischen Kraft E, welche durch das Stromelement $J_0 Ds_0$ erzeugt wird in irgend einem Punkte m_1 des Drahtelementes Ds_1. Rationeller dürfte es übrigens sein, statt Ξ, H, Z selber, die Producte Ξdt, $\mathsf{H} dt$, $\mathsf{Z} dt$ ins Auge zu fassen, und diese zu bezeichnen als die Componenten der von $J_0 Ds_0$ in einem Punkte des Elementes Ds_1 *während der Zeit* dt erzeugten elektromotorischen Kraft.

Wir gehen über zu einer etwas allgemeineren Betrachtung. Es sei nämlich m_1 ein Punkt innerhalb eines *körperlichen* Conductors M_1, daselbst etwa markirt als Schnittpunkt dreier durch die ponderable Masse des Conductors gelegter Ebenen. Es soll die elektromotorische Kraft angegeben werden, welche in diesem Punkte m_1 *während der Zeit* dt durch das gegebene Stromelement $J_0 Ds_0$ hervorgebracht wird.

Diese Kraft ist abhängig erstens von der *relativen Lage* zwischen m_1 und Ds_0, zweitens von der in Ds_0 vorhandenen *Stromstärke* J_0, und drittens von denjenigen *Aenderungen*, welche jene relative Lage und die Stromstärke J_0 erleiden während der gegebenen Zeit dt. Und zwar ist sie nach einem allgemeinen Grundsatze*) durch diese dreierlei Dinge vollkommen bestimmt, also unabhängig von irgend welchen sonstigen Umständen. Demgemäss ist diese Kraft also ein und dieselbe, einerlei ob der Conductor M_1 diese oder jene Gestalt besitzt, einerlei ob er ein körperlicher oder linearer Conductor ist.

---

*) Vgl. C. Neumann: Die elektrischen Kräfte, Leipzig bei Teubner, 1873, Seite 112, daselbst die erste Hypothese.

Die für den speciellen Fall eines linearen Conductors erhaltene Formel (5.) wird daher ohne Weiteres gültig sein auch für den Fall eines körperlichen Conductors. Und es ergiebt sich also, falls man der Bequemlichkeit willen, den Index 0 unterdrückt, folgender

Satz. — *Innerhalb eines beliebigen (linearen oder körperlichen) Conductors M_1 sei ein bestimmter Punkt m_1 markirt. Sind nun Ξdt, $\mathsf{H}dt$, $\mathsf{Z}dt$ die Componenten derjenigen elektromotorischen Kraft, welche in diesem Punkte m_1 während der Zeit dt erzeugt wird von einem linearen Stromelement JDs, so gelten die Formeln;*

$$\Xi dt = A^2 Ds \left(\mathsf{A} \left[(2N-1) \frac{J\Theta dr}{r^2} - N \frac{Jd\Theta}{r} - \frac{d(J\Theta)}{r} \right] - (N-1) \frac{J\alpha dr}{r^2} \right),$$

$$(6.) \quad \mathsf{H}dt = A^2 Ds \left(\mathsf{B} \left[\quad \text{derselbe Ausdruck} \quad \right] - (N-1) \frac{J\beta dr}{r^2} \right),$$

$$\mathsf{Z}dt = A^2 Ds \left(\Gamma \left[\quad \text{derselbe Ausdruck} \quad \right] - (N-1) \frac{J\gamma dr}{r^2} \right).$$

Hier bezeichnen r und A, B, Γ die Länge und die Richtungscosinus der Linie ($Ds \longrightarrow m_1$), Ferner bezeichnen α, β, γ die Richtungscosinus des Stromelementes JDs. Ferner repräsentirt Θ den Cosinus desjenigen Winkels, unter welchem dieses Element JDs gegen die Linie $r(Ds \longrightarrow m_1)$ geneigt ist, so dass also Θ den Werth hat:

$$(6a.) \qquad \Theta = \alpha\mathsf{A} + \beta\mathsf{B} + \gamma\Gamma\,.$$

Endlich bezeichnet die Charakteristik d die während des betrachteten Zeitelementes dt erfolgenden Zuwüchse von r, Θ und J.

Dabei können das Element JDs, der Conductor M_1 und das rechtwinklige Axensystem ξ, η, ζ (auf welches Ξ, H, Z, A, B, Γ und α, β, γ sich beziehen) in ganz beliebigen Bewegungen begriffen sein.

§ 2.

Fortsetzung. Statt des linearen Inducenten wird ein körperlicher Inducent betrachtet.

Das Element eines *körperlichen* Inducenten bietet die Eigenthümlichkeit dar, dass die in ihm vorhandene elektrische Strömung in Bezug auf die ponderable Masse des Elementes im Allgemeinen von Augenblick zu Augenblick ihre Richtung ändert. Ein solches Element ist daher *principaliter verschieden* von dem Element eines *linearen* Inducenten. Und es kann also z. B. das Gesetz (6.), wel-

ches speciell für *lineare* Elemente abgeleitet ist, noch keinerlei Auskunft geben über das Verhalten eines *körperlichen* Elementes.

Um diese Kluft zu überbrücken, adoptiren wir folgende allgemein für zuverlässig erachtete, meistentheils aber nur stillschweigend eingeführte

Hypothese*). — *Ist $D\tau$ irgend ein Volumelement eines körperlichen Inducenten M, und denkt man sich die in $D\tau$ vorhandene elektrische Strömung j in drei Componenten u, v, w zerlegt nach drei aufeinander senkrechten und mit der ponderablen Masse festverbundenen Axen ξ, η, ζ, so soll angenommen werden, dass die elektromotorische Wirkung von j auf ein beliebig gegebenes Object stets identisch ist mit der elektromotorischen Gesammtwirkung von u, v, w.*

Oder mit andern Worten: Denkt man sich das gegebene Element $jD\tau$ als eine Superposition der drei idealen Elemente $uD\tau$, $vD\tau$, $wD\tau$, so soll angenommen werden, dass die elektromotorische Einwirkung von $jD\tau$ auf irgend ein beliebiges Object stets ebenso gross ist, wie die elektromotorische Gesammtwirkung der drei idealen Elemente $uD\tau$, $vD\tau$, $wD\tau$.

Da die Axen ξ, η, ζ mit der ponderablen Masse des Inducenten M fest verbunden sind, so hat ein solches ideales Element, wie z. B. $uD\tau$, denselben Charakter wie ein *lineares* Element; — denn die in $uD\tau$ vorhandene Strömung ist beständig parallel der ξ-Axe, also von *constanter* Richtung mit Bezug auf die ponderable Masse. Und demgemäss ist die elektromotorische Einwirkung eines solchen idealen Elementes $uD\tau$ unmittelbar angebbar auf Grund des für lineare Elemente geltenden Satzes (6.).

Ist nun m_1 ein bestimmter ponderabler Massenpunkt innerhalb eines in beliebiger Bewegung begriffenen Conductors M_1, und bezeichnet man (unter Zugrundelegung jener mit dem Inducenten M fest verbundenen Axen ξ, η, ζ) die vom Element $jD\tau$ im Punkte m_1 erzeugte elektromotorische Kraft mit Ξ, H, Z, so wird z. B. zufolge unserer Hypothese

$$\Xi = \Xi' + \Xi'' + \Xi''' \tag{A.}$$

---

*) Auf die Nothwendigkeit, diesen allgemein acceptirten Grundsatz als eine *besondere Hypothese* zu bezeichnen, hat der Verf. schon früher aufmerksam gemacht in seinem Werke: »*Die elektrischen Kräfte*«, Leipzig, 1873, Seite 169, fünfte Hypothese.

sein, wo Ξ', Ξ'', Ξ''' die Componenten derjenigen elektromotorischen Kräfte vorstellen, die jene idealen Elemente $uD\tau$, $vD\tau$, $wD\tau$ *einzeln* genommen in m_1 hervorbringen.

Der Bequemlichkeit willen denken wir uns $D\tau$ als ein unendlich kleines den Axen ξ, η, ζ paralleles Parallelepipedum $D\xi D\eta D\zeta$, und bezeichnen die in den idealen Elementen $uD\xi D\eta D\zeta$, $vD\xi D\eta D\zeta$, $wD\xi D\eta D\zeta$ vorhandenen Stromstärken respective mit J', J'', J''':

$$\text{(B.)} \qquad J' = uD\eta D\zeta\,, \quad J'' = vD\zeta D\xi\,, \quad J''' = wD\xi D\eta\,.$$

Alsdann ergeben sich, auf Grund des Satzes (6.), für Ξ', Ξ'', Ξ''' folgende Werthe:

$$\Xi' dt = A^2 D\xi \left(\mathsf{A}\left[(2N-1)\frac{J'\mathsf{A}\,dr}{r^2} - N\frac{J'd\mathsf{A}}{r} - \frac{d(J'\mathsf{A})}{r} \right] - (N-1)\frac{J'dr}{r^2} \right),$$

$$\Xi'' dt = A^2 D\eta \left(\mathsf{A}\left[(2N-1)\frac{J''\mathsf{B}\,dr}{r^2} - N\frac{J''d\mathsf{B}}{r} - \frac{d(J''\mathsf{B})}{r} \right] - \text{Null} \right),$$

$$\Xi''' dt = A^2 D\zeta \left(\mathsf{A}\left[(2N-1)\frac{J'''\Gamma\,dr}{r^2} - N\frac{J'''d\Gamma}{r} - \frac{d(J'''\Gamma)}{r} \right] - \text{Null} \right).$$

Addirt man diese drei Formeln, nachdem zuvor für J', J'', J''' die Werthe (B.) substituirt sind, so ergiebt sich mit Rücksicht auf (A.):

$$\text{(C.)} \quad \Xi dt = A^2 D\xi D\eta D\zeta \left(\mathsf{A} \left\{ \begin{matrix} (2N-1)\dfrac{(u\mathsf{A}+v\mathsf{B}+w\Gamma)dr}{r^2} \\ -N\dfrac{(ud\mathsf{A}+\cdot\cdot)}{r} - \dfrac{d(u\mathsf{A}+\cdot\cdot)}{r} \end{matrix} \right\} - (N-1)\frac{u\,dr}{r^2} \right).$$

Analoge Formeln ergeben sich für H und Z.

Ist statt des kleinen Parallelepipedums $D\xi D\eta D\zeta$ ein Element $D\tau$ *von beliebiger Gestalt* gegeben, so erhält man im Wesentlichen dieselben Formeln. Denn welche Gestalt das unendlich kleine Element $D\tau$ auch haben mag, stets wird man dasselbe in unendlich kleine Elemente zweiter Ordnung zerlegen können, deren jedes ein den Axen ξ, η, ζ paralleles Parallelepipedum vorstellt. Demgemäss erhält man für das beliebig gestaltete Element $D\tau$ genau die in (C.) angegebene Formel, nur mit dem Unterschiede, dass statt des Factors $A^2 D\xi D\eta D\zeta$ der Factor $A^2 D\tau$ zu setzen ist. — Also folgender

Satz. — *Es sei $D\tau$ ein Volumelement des gegebenen körperlichen Inducenten M. Ferner seien u, v, w die Componenten der in $D\tau$ vorhandenen elektrischen Strömung, genommen nach drei in den Inducenten eingefügten Axen ξ, η, ζ.*

Alsdann werden die Componenten Ξ, H, Z der vom Element $D\tau$ in irgend einem Punkte m_1 eines gegebenen Conductors M_1 erzeugten elektromotorischen Kraft die Werthe haben:

$$\begin{aligned}\Xi dt &= A^2 D\tau\left(\mathsf{A} dF - (N-1)\frac{u\,dr}{r^2}\right),\\ \mathsf{H} dt &= A^2 D\tau\left(\mathsf{B} dF - (N-1)\frac{v\,dr}{r^2}\right),\\ \mathsf{Z} dt &= A^2 D\tau\left(\Gamma dF - (N-1)\frac{w\,dr}{r^2}\right),\end{aligned} \tag{7.}$$

wo dF die Bedeutung hat:

$$dF = (2N-1)\frac{(u\mathsf{A}+\cdot\cdot)dr}{r^2} - N\frac{(u\,d\mathsf{A}+\cdot\cdot)}{r} - \frac{d(u\mathsf{A}+\cdot\cdot)}{r}. \tag{7a.}$$

Hier bezeichnen r und A, B, Γ *die Länge und die Richtungscosinus der Linie ($D\tau \longrightarrow m_1$). Ferner bezeichnet die Charakteristik d die während der Zeit dt erfolgenden Zuwüchse.*

Bemerkung. — Ist der Inducent identisch mit dem inducirten Körper, gehören also $D\tau$ und m_1 ein und demselben starren Körper an, in welchen zugleich auch die Axen ξ, η, ζ eingefügt sind, so werden r und A, B, Γ *unveränderlich*, mithin

$$dr,\ d\mathsf{A},\ d\mathsf{B},\ d\Gamma \text{ alle} = 0$$

sein, wodurch die Formeln (7.) die Gestalt erhalten:

$$\begin{aligned}\Xi dt &= -A^2 D\tau \mathsf{A}\left(\frac{\mathsf{A}du + \mathsf{B}dv + \Gamma dw}{r}\right),\\ \mathsf{H} dt &= -A^2 D\tau \mathsf{B}(\text{ derselbe Ausdruck }),\\ \mathsf{Z} dt &= -A^2 D\tau \Gamma(\text{ derselbe Ausdruck }).\end{aligned} \tag{8.}$$

In diesem besondern Falle sind also die Formeln von N unabhängig. D. h. in diesem Falle führen die in Rede stehenden Inductionsgesetze alle zu *ein und demselben* Resultate.

§ 3.

Transformation des Inductionsgesetzes auf ein beliebiges Axensystem.

Nach wie vor seien der Inducent M und der inducirte Conductor M_1 in beliebigen Bewegungen begriffen. An Stelle des dem Inducenten M eingefügten Axensystems ξ, η, ζ soll aber jetzt ein ganz *beliebiges* Axensystem x, y, z angewendet werden, welches mit keinem jener beiden Körper verbunden ist. Dieses Axensystem x, y, z mag etwa eingefügt gedacht sein in die ponderable Masse

irgend eines dritten Körpers, der in irgend welcher *eignen* Bewegung sich befindet.

Die von einem Volumelement $D\tau$ des Inducenten M in einem Punkte m_1 des Conductors M_1 erzeugte elektromotorische Kraft bezeichnen wir mit E, und die Componenten dieser Kraft E nach den beiderlei Axensystemen mit Ξ, H, Z und X, Y, Z:

$$(9.)\qquad \begin{aligned} \Xi &= E\cos(E,\xi)\,, & X &= E\cos(E,x)\,,\\ \mathsf{H} &= E\cos(E,\eta)\,, & Y &= E\cos(E,y)\,,\\ \mathsf{Z} &= E\cos(E,\zeta)\,, & Z &= E\cos(E,z)\,. \end{aligned}$$

Desgleichen setzen wir:

$$(10.)\qquad \begin{aligned} \mathsf{A} &= \cos(r,\xi)\,, & A &= \cos(r,x)\,,\\ \mathsf{B} &= \cos(r,\eta)\,, & B &= \cos(r,y)\,,\\ \Gamma &= \cos(r,\zeta)\,, & C &= \cos(r,z)\,, \end{aligned}$$

wo r die Länge und Richtung der Linie $(D\tau \longrightarrow m_1)$ vorstellen soll.

Die im Element $D\tau$ augenblicklich vorhandene elektrische Strömung j können wir uns ihrer Grösse und Richtung nach dargestellt denken durch eine von $D\tau$ ausgehende *Linie* j. Die Componenten dieser Linie j nach den beiderlei Axensystemen bezeichnen wir mit u, v, w und a, b, c:

$$(11.)\qquad \begin{aligned} u &= j\cos(j,\xi)\,, & a &= j\cos(j,x)\,,\\ v &= j\cos(j,\eta)\,, & b &= j\cos(j,y)\,,\\ w &= j\cos(j,\zeta)\,, & c &= j\cos(j,z)\,. \end{aligned}$$

Alsdann repräsentiren u, v, w, ebenso wie bisher, die den Axen ξ, η, ζ entsprechenden Strömungscomponenten, während a, b, c als die den Axen x, y, z entsprechenden Strömungscomponenten zu bezeichnen sein werden.

Es handelt sich nun darum, in den Formeln (7.) *an Stelle von* Ξ, H, Z, A, B, Γ, u, v, w *die neuen Grössen* X, Y, Z, A, B, C, a, b, c *einzuführen.* Nach (9.) ist:

$$X = E\cos(E,x) = E[\cos(E,\xi)\cos(x,\xi) + \cos(E,\eta)\cos(x,\eta) + \cdots]\,,$$

also mit abermaliger Benutzung von (9.):

$$(12.)\qquad X = \Xi\cos(\xi,x) + \mathsf{H}\cos(\eta,x) + \mathsf{Z}\cos(\zeta,x)\,.$$

Ebenso ergiebt sich aus (10.):

$$(13.)\qquad A = \mathsf{A}\cos(\xi,x) + \mathsf{B}\cos(\eta,x) + \Gamma\cos(\zeta,x)\,,$$

und ebenso aus (11.):

(14.) $$a = u\cos(\xi, x) + v\cos(\eta, x) + w\cos(\zeta, x) \ .$$

Multiplicirt man jetzt die Formeln (7.) mit $\cos(\xi, x)$, $\cos(\eta, x)$, $\cos(\zeta, x)$, und addirt, so ergiebt sich mit Rücksicht auf (12.), (13.), (14.) die erste Formel folgenden Systems:

(15.) $$\begin{aligned} X\,dt &= A^2 D\tau\left(A\,dF - (N-1)\frac{a\,dr}{r^2}\right) , \\ Y\,dt &= A^2 D\tau\left(B\,dF - (N-1)\frac{b\,dr}{r^2}\right) , \\ Z\,dt &= A^2 D\tau\left(C\,dF - (N-1)\frac{c\,dr}{r^2}\right) . \end{aligned}$$

Die beiden letzten Formeln ergeben sich in analoger Art. Dabei hat dF nach wie vor die Bedeutung (7a.):

$$dF = (2N-1)\frac{(u\mathsf{A}+\cdot\cdot)\,dr}{r^2} - N\frac{(u\,d\mathsf{A}+\cdot\cdot)}{r} - \frac{d(u\mathsf{A}+\cdot\cdot)}{r} \ .$$

Es bleibt also nur noch übrig, dieses dF zu transformiren, d. h. hier ebenfalls A, B, C, a, b, c statt A, B, Γ, u, v, w einzuführen. Nun ist nach (10.), (11.) offenbar:

(16.) $$u\mathsf{A} + v\mathsf{B} + w\Gamma = aA + bB + cC \ ,$$

wodurch dF übergeht in:

(17.) $$dF = (2N-1)\frac{(aA+\cdot\cdot)\,dr}{r^2} - N\frac{(u\,d\mathsf{A}+\cdot\cdot)}{r} - \frac{d(aA+\cdot\cdot)}{r} \ ;$$

so dass also nur noch die Transformation des *mittleren* Gliedes übrig bleibt.

Bemerkung. — Für den speciellen Fall des von mir proponirten Inductionsgesetzes bedarf es einer solchen Mühe nicht. Denn für diesen Fall ist, vgl. (1a.), $N = 0$, also jenes mittlere Glied ebenfalls $= 0$.

Es bezeichne S die *räumliche Lage* der betrachteten ponderablen Massen, und J den augenblicklichen *elektrischen Zustand* des Inducenten. Alsdann ist der zeitliche Zuwachs d zerlegbar in zwei partielle Zuwüchse:

(α.) $$d = \delta + \Delta \ ,$$

der Art, dass δ denjenigen Zuwachs vorstellt, welcher eintreten würde, falls *nur* S sich änderte, während andererseits Δ denjenigen

Zuwachs repräsentirt, welcher eintreten würde, falls *nur* J sich änderte. Solches festgesetzt, gelten die Formeln:

$$(\beta.)\qquad dr = \delta r\ ,$$

$$(\gamma.)\qquad dA = \delta A\ ,\quad dB = \delta B\ ,\quad dC = \delta C\ ,$$

$$(\delta.)\qquad d\mathsf{A} = \delta\mathsf{A}\ ,\quad d\mathsf{B} = \delta\mathsf{B}\ ,\quad d\Gamma = \delta\Gamma\ ;$$

denn r, A, B, C, A, B, Γ hängen lediglich von der Lage der ponderablen Massen ab, d. h. lediglich von S. Andererseits aber ergiebt sich:

$$(\varepsilon.)\qquad du = \Delta u\ ,\quad dv = \Delta v\ ,\quad dw = \Delta w\ ,$$

und

$$(\zeta.)\qquad \delta u = \delta v = \delta w = 0\ ;$$

denn u, v, w hängen lediglich von J ab.

Aus (δ.) und (ζ.) folgt sofort:

$$u\,d\mathsf{A} + v\,d\mathsf{B} + w\,d\Gamma = \delta(u\mathsf{A} + v\mathsf{B} + w\Gamma)\ ,$$

d. i. nach (16.)

$$u d\mathsf{A} + v d\mathsf{B} + w d\Gamma = \delta(aA + bB + cC)\ ,$$

d. i.

$$u\,d\mathsf{A} + \cdots = (a\delta A + \cdots) + (A\delta a + \cdots)\ ,$$

also mit Rücksicht auf (γ.):

$$(18.)\qquad u\,d\mathsf{A} + \cdots = (a dA + \cdots) + (A\delta a + \cdots)\ .$$

Hier sind a, b, c die den Axen x, y, z entsprechenden Componenten der im Inducenten M construirten Linie j. Und δa, δb, δc sind diejenigen Aenderungen, welche a, b, c in der Zeit dt erleiden würden, falls die Linie j während dieser Zeit dt mit der ponderablen Masse des Inducenten M fest verbunden bliebe. Mit andern Worten: Denkt man sich innerhalb des Inducenten M zwei ponderable Massenpunkte m und m' markirt, der Art, dass zu *Anfang* des Zeitelementes dt diese Punkte m und m' zusammenfallen mit dem Anfangs- und Endpunkte der Linie j; — alsdann repräsentiren δa, δb, δc die Aenderungen der Componenten der Linie mm' während der Zeit dt.

Es seien ξ, η, ζ und x, y, z die Coordinaten des Punktes m in den beiderlei Axensystemen. Alsdann sind ξ, η, ζ *unveränderlich*, weil die Axen ξ, η, ζ, ebenso wie m, mit der ponderablen Masse des Inducenten M fest verbunden sind. Andererseits werden für x, y, z Gleichungen gelten von der Form:

$$
(19.)\quad \begin{aligned}
x &= x^0 + C^{11}\xi + C^{12}\eta + C^{13}\zeta\ ,\\
y &= y^0 + C^{21}\xi + C^{22}\eta + C^{23}\zeta\ ,\\
z &= z^0 + C^{31}\xi + C^{32}\eta + C^{33}\zeta\ ,
\end{aligned}
$$

wo x^0, y^0, z^0 und die C^{gh} Functionen der Zeit sind. Hieraus folgt durch Umkehrung:

$$
(20.)\quad \begin{aligned}
\xi &= C^{11}(x-x^0) + C^{21}(y-y^0) + C^{31}(z-z^0)\ ,\\
\eta &= C^{12}(x-x^0) + C^{22}(y-y^0) + C^{32}(z-z^0)\ ,\\
\zeta &= C^{13}(x-x^0) + C^{23}(y-y^0) + C^{33}(z-z^0)\ .
\end{aligned}
$$

Für die dem Zeitelement dt entsprechenden Zuwüchse dx, dy, dz, dx^0, dy^0, dz^0, dC^{gh} ergeben sich aus (19.) die Formeln:

$$
(21.)\quad \begin{aligned}
dx &= dx^0 + \xi dC^{11} + \eta dC^{12} + \zeta dC^{13}\ ,\\
dy &= dy^0 + \xi dC^{21} + \eta dC^{22} + \zeta dC^{23}\ ,\\
dz &= dz^0 + \xi dC^{31} + \eta dC^{32} + \zeta dC^{33}\ .
\end{aligned}
$$

Und diese Formeln gewinnen, falls man für ξ, η, ζ die Werthe (20.) substituirt, die Gestalt:

$$
(22.)\quad \begin{aligned}
dx &= dx^0 + (z-z^0)\,d\beta^0 - (y-y^0)\,d\gamma^0\ ,\\
dy &= dy^0 + (x-x^0)\,d\gamma^0 - (z-z^0)\,d\alpha^0\ ,\\
dz &= dz^0 + (y-y^0)\,d\alpha^0 - (x-x^0)\,d\beta^0\ ,
\end{aligned}
$$

wo $d\alpha^0$, $d\beta^0$, $d\gamma^0$ die Bedeutungen haben:

$$
(23.)\quad \begin{aligned}
d\alpha^0 &= \sum C^{2h}\,dC^{3h}\ ,\\
d\beta^0 &= \sum C^{3h}\,dC^{1h}\ ,\\
d\gamma^0 &= \sum C^{1h}\,dC^{2h}\ .
\end{aligned}
$$

Diese $d\alpha^0$, $d\beta^0$, $d\gamma^0$ repräsentiren die kleinen Winkel, um welche der Inducent M während der Zeit dt um die drei Axen x, y, z sich dreht.

Sind x', y', z' die Coordinaten des Massenpunktes m' zu Anfang der Zeit dt, so ergeben sich die mit (22.) analogen Formeln:

$$
dx' = dx^0 + (z'-z^0)\,d\beta^0 - (y'-y^0)\,d\gamma^0\ ,
$$

etc. etc.

Subtrahirt man hiervon die Formeln (22.), so folgt:

$$
(24.)\quad \begin{aligned}
d(x'-x) &= (z'-z)\,d\beta^0 - (y'-y)\,d\gamma^0\ ,\\
d(y'-y) &= (x'-x)\,d\gamma^0 - (z'-z)\,d\alpha^0\ ,\\
d(z'-z) &= (y'-y)\,d\alpha^0 - (x'-x)\,d\beta^0\ .
\end{aligned}
$$

Zufolge der Construction von m und m' [vergl. die Worte zwischen (18.) und (19.)] sind aber $(x'-x)$, $(y'-y)$, $(z'-z)$ identisch mit

a, b, c und andererseits $d(x' - x)$, $d(y' - y)$, $d(z' - z)$ identisch mit δa, δb, δc. Somit folgt aus (24.) sofort:

$$\begin{aligned} \delta a &= c\,d\beta^0 - b\,d\gamma^0\,, \\ \delta b &= a\,d\gamma^0 - c\,d\alpha^0\,, \\ \delta c &= b\,d\alpha^0 - a\,d\beta^0\,. \end{aligned} \tag{25.}$$

Dies in (18.) substituirt, folgt:

$$u dA + \cdot\cdot = (a dA + \cdot\cdot) + (bC - cB)\,d\alpha^0 + (cA - aC)\,d\beta^0 + (aB - bA)\,d\gamma^0\,,$$

wodurch die Formel (17.) übergeht in:

$$dF = (2N - 1)\frac{(aA + \cdot\cdot)dr}{r^2} - \frac{d(aA + \cdot\cdot)}{r} - N\left(\frac{adA + \cdot\cdot\cdot}{r} + \frac{(bC - cB)d\alpha^0 + \cdot\cdot\cdot}{r}\right). \tag{26.}$$

Auf Grund der Formeln (15.) und (26.) gelangen wir zu folgendem Resultate:

Satz. *Ein körperlicher Inducent M, ein Conductor M_1 und ein rechtwinkliges Axensystem x, y, z seien unabhängig von einander in beliebigen Bewegungen begriffen. Im Inducenten M sei irgend ein Volumelement $D\tau$ markirt; und es seien a, b, c die den Axen x, y, z entsprechenden Componenten der in $D\tau$ vorhandenen elektrischen Strömung. Andererseits sei innerhalb des Conductors M_1 irgend ein Punkt m_1 markirt.*

Alsdann werden die Componenten X, Y, Z der vom Element $D\tau$ im Punkte m_1 erzeugten elektromotorischen Kraft die Werthe haben:

$$\begin{aligned} Xdt &= A^2 D\tau\left(A\,dF - (N - 1)\frac{a\,dr}{r^2}\right), \\ Ydt &= A^2 D\tau\left(B\,dF - (N - 1)\frac{b\,dr}{r^2}\right), \\ Zdt &= A^2 D\tau\left(C\,dF - (N - 1)\frac{c\,dr}{r^2}\right), \end{aligned} \tag{27.}$$

wo dF als Abbreviatur dient für den Ausdruck:

$$dF = (2N - 1)\frac{(aA + \cdot\cdot\cdot)dr}{r^2} - \frac{d(aA + \cdot\cdot)}{r} - N\left(\frac{adA + \cdot\cdot\cdot}{r} + \frac{(bC - cB)d\alpha^0 + \cdot\cdot\cdot}{r}\right). \tag{27a.}$$

Hier bezeichnen r und A, B, C die Länge und die Richtungscosinus der Linie $(D\tau \longrightarrow m_1)$. Die Charakteristik d bezeichnet die Zuwüchse der betreffenden Grössen während der Zeit dt. Insbesondere

sind unter $d\alpha^0$, $d\beta^0$, $d\gamma^0$ die kleinen Winkel zu verstehen, um welche der Inducent M während der Zeit dt um die Axen x, y, z sich dreht. [Vgl. (22.), (23.).]

Erste Bemerkung. — Es sei noch hervorgehoben, dass r, A, B, C, a, b, c auf *bestimmt markirte ponderable Massenpunkte* $D\tau$ und m_1 sich beziehen. Will man also die zeitlichen Zuwüchse dr, dA, dB, dC, da, db, dc haben, so hat man diese im Allgemeinen in Bewegung begriffenen ponderablen Massenpunkte $D\tau$ und m_1 im Auge zu behalten, und festzustellen, um wieviel die denselben zugehörigen Grössen r, A, B, C, a, b, c während der Zeit dt zunehmen.

Zweite Bemerkung. — Ist insbesondere das Axensystem x, y, z mit dem Inducenten M fest verbunden, so sind $d\alpha^0$, $d\beta^0$, $d\gamma^0$ alle $= 0$, wodurch alsdann die Formeln (27.), (27a.) zurückfallen in die früheren Formeln (7.), (7a.).

Das F. Neumann'sche Gesetz. — Die Behauptung, dass das zu Anfang dieses Capitels aufgestellte Inductionsgesetz für den Fall $N = -1$ identisch sei mit dem F. NEUMANN'schen Gesetz, ist *nicht* völlig zutreffend.

Jenes hier zu Anfang des Capitels aufgestellte Gesetz (1.), Seite 81, geht nämlich, wie aus (2.) sich leicht ergiebt, für den Fall $N = -1$ über in:

$$\mathfrak{E} = -8A^2 Ds_0 J_0 \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial t} \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial s_0 \partial s_1} + 4A^2 Ds_0 \frac{dJ_0}{dt} \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s_0} \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial s_1},$$

eine Formel, die mit Rücksicht auf (3a.) auch so sich schreiben lässt:

$$(\alpha.) \qquad \mathfrak{E} = -8A^2 Ds_0 J_0 \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial t} \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial s_0 \partial s_1} - A^2 Ds_0 \frac{dJ_0}{dt} \frac{\Theta_0 \Theta_1}{r}.$$

Andererseits lautet das F. NEUMANN'sche Inductionsgesetz*):

$$\mathfrak{E} = -J_0 Ds_0 \mathsf{P} \frac{\partial r}{\partial t} + \frac{dJ_0}{dt} Ds_0 \Phi,$$

oder, falls man hier für P seine eigentliche Bedeutung**)

$$\mathsf{P} = 4A^2 \frac{1}{\sqrt{r}} \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial s_0 \partial s_1}$$

substituirt:

---

*) Vgl. C. NEUMANN: Die elektrischen Kräfte, Leipzig bei Teubner, 1873; daselbst Seite 221, Formel (20b.).

**) *l. c.* Seite 45, (39c.)

$$\mathfrak{E} = -4A^2 Ds_0 J_0 \frac{1}{\sqrt{r}} \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial s_0 \partial s_1} \frac{\partial r}{\partial t} + \frac{dJ_0}{dt} Ds_0 \cdot \Phi ,$$

oder, was dasselbe ist:

$$(\beta.) \qquad \mathfrak{E} = -8A^2 Ds_0 J_0 \frac{\partial \sqrt{r}}{\partial t} \frac{\partial^2 \sqrt{r}}{\partial s_0 \partial s_1} + Ds_0 \frac{dJ_0}{dt} \Phi .$$

Nun ist aber von meinem Vater das hier vorliegende Inductionsgesetz (β.) nicht mit voller Bestimmtheit ausgesprochen worden. Vielmehr sind von ihm für das in diesem Gesetz (β.) enthaltene Φ zwei ganz verschiedene Ausdrücke proponirt worden:

$$(\gamma.) \qquad \Phi = -A^2 \frac{\Theta_0 \Theta_1}{r} \quad \text{und} \quad \Phi = -A^2 \frac{\mathsf{E}}{r} ,$$

ohne bestimmte Entscheidung zu Gunsten des einen oder andern*). Bei Annahme des *ersten* Ausdrucks findet zwischen den Gesetzen (α.) und (β.) volle Uebereinstimmung statt, bei Annahme des *zweiten* aber nicht.

Das C. Neumann'sche Gesetz. — Dass das zu Anfang dieses Capitels angegebene Gesetz (1.) für den Fall $N = 0$ identisch ist mit dem vom Verfasser dieser Abhandlung aufgestellten Inductionsgesetz, kann leicht dargethan werden. Jenes Gesetz (1.) ist nämlich, wie im Vorhergehenden gezeigt wurde, in die Gestalt (4.) versetzbar, und geht daher für $N = 0$ über in

$$(\delta.) \qquad \mathfrak{E} dt = A^2 Ds_0 \left\{ \begin{array}{l} \Theta_1 \left[-\dfrac{J_0 \Theta_0 dr}{r^2} - \dfrac{J_0 d\Theta_0}{r} - \dfrac{\Theta_0 dJ_0}{r} \right] \\ + \dfrac{J_0 \mathsf{E} dr}{r^2} \end{array} \right\} ,$$

d. i. in

$$(\varepsilon.) \qquad \mathfrak{E} dt = -A^2 Ds_0 \left[\Theta_1 \frac{d(J_0 \Theta_0)}{r} + \frac{J_0 (\Theta_0 \Theta_1 - \mathsf{E}) dr}{r^2} \right] .$$

Dies aber ist die vom Verfasser aufgestellte Formel**).

---

*) *l. c.* Seite 222, (23 ξ, η.). Mehrfach ist im Lauf der letzten 22 Jahre behauptet worden, dass der *zweite* Ausdruck $\left(\text{also speciell der Ausdruck } \frac{\cos \varepsilon}{r}\right)$ *charakteristisch* sei für die F. Neumann'schen Potential- und Inductions-Gesetze. Diese Behauptung ist eine durchaus irrthümliche. Weder aus den Abhandlungen noch aus den Vorlesungen meines Vaters wird man irgend welchen Beleg dafür beibringen können.

**) *l. c.* Seite 218, Formel (14 a.).

(19.), (22.), so erkennt man sofort, dass die damaligen Grössen x^0, y^0, z^0 und $d\alpha^0$, $d\beta^0$, $d\gamma^0$ im gegenwärtigen Falle folgende Werthe haben:

$$
(31a.) \qquad \begin{aligned} x^0 &= 0\,, & d\alpha^0 &= d\psi = \lambda\,dt\,, \\ y^0 &= 0\,, & d\beta^0 &= 0\,, \\ z^0 &= 0\,, & d\gamma^0 &= 0\,. \end{aligned}
$$

Dies vorangeschickt, gehen wir über zu unserer eigentlichen Aufgabe: Innerhalb des rotirenden Conductors M ist irgend ein ponderables Massenelement $D\tau$ markirt mit den augenblicklichen Coordinaten x, y, z. Es handelt sich um die Berechnung derjenigen elektromotorischen Kräfte Xdt, Ydt, Zdt, welche die in diesem Element $D\tau$ vorhandene elektrische Strömung (a, b, c) in irgend einem Punkte $m_1(x_1, y_1, z_1)$ des ruhenden Conductors M_1 während der Zeit dt hervorbringt.

Um diese Aufgabe auf Grund des Satzes (27.) zu absolviren, sind zuvörderst die Zuwüchse zu berechnen, welche die den ponderablen Massenpunkten $D\tau$ und m_1 zugehörigen Grössen r, A, B, C, a, b, c während der Zeit dt erfahren. Hierbei ist Gebrauch zu machen von den Formeln:

$$
(32.) \qquad \begin{gathered} r^2 = (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2\,, \\ A = \frac{x_1 - x}{r}\,, \qquad B = \frac{y_1 - y}{r}\,, \qquad C = \frac{z_1 - z}{r}\,, \\ a = a(x, y, z)\,, \quad b = b(x, y, z)\,, \quad c = c(x, y, z)\,, \quad [\text{vgl. } (28.)]\,, \end{gathered}
$$

und zugleich auch von der Abbreviatur:

$$
(32a.) \qquad f = aA + bB + cC\,.
$$

Da der Punkt $m_1(x_1, y_1, z_1)$ ruht, und nur allein das Element $D\tau(x, y, z)$ *sich bewegt*, so werden die Grössen (32.), (32a.) während der Zeit dt nur allein deswegen sich ändern, weil die Argumente x, y, z während dieser Zeit die Zuwüchse (31.) erhalten. Bezeichnet man also die Zuwüchse jener Grössen (32.), (32a.) während der Zeit dt mit

$$
dr\,, \quad dA\,, \quad dB\,, \quad dC\,, \quad da\,, \quad db\,, \quad dc\,, \quad df\,,
$$

so ergiebt sich aus (32.) z. B.:

$$
dr = \frac{x - x_1}{r}\,dx + \frac{y - y_1}{r}\,dy + \frac{z - z_1}{r}\,dz\,,
$$

also, falls man für dx, dy, dz die Werthe (31.) substituirt:

$$dr = -\frac{yz_1 - zy_1}{r}\, d\psi\,. \tag{33.}$$

Desgleichen ergiebt sich aus (32.):

$$dA = -\frac{dx}{r} - \frac{x_1 - x}{r^2}\, dr\,,$$

oder, was dasselbe ist:

$$dA = -\frac{dx}{r} - \frac{Adr}{r}, \quad \text{und ebenso:}$$

$$dB = -\frac{dy}{r} - \frac{Bdr}{r}\,,$$

$$dC = -\frac{dz}{r} - \frac{Cdr}{r}\,.$$

Aus den drei letzten Formeln folgt durch Multiplication mit a, b, c und Addition:

$$adA + bdB + cdC = -\frac{(adx + \cdot\cdot)}{r} - \frac{(aA + \cdot\cdot)dr}{r}\,,$$

also, falls man für dx, dy, dz und dr die Werthe (31.) und (33.) substituirt:

$$adA + bdB + cdC = \frac{bz - cy}{r}\, d\psi + \frac{(aA + \cdot\cdot\cdot)(yz_1 - zy_1)}{r^2}\, d\psi\,. \tag{34.}$$

Was endlich das in (32a.) angegebene Trinom f betrifft, so ist offenbar:

$$df = \frac{\partial f}{\partial x}\, dx + \frac{\partial f}{\partial y}\, dy + \frac{\partial f}{\partial z}\, dz\,,$$

also, falls man für dx, dy, dz, die Werthe (31.) einsetzt:

$$df = \left(y\frac{\partial f}{\partial z} - z\frac{\partial f}{\partial y}\right) d\psi\,,$$

also, falls man für f seine eigentliche Bedeutung (32a.) eintreten lässt:

$$d(aA + bB + cC) = \left(y\frac{\partial(aA + \cdot\cdot)}{\partial z} - z\frac{\partial(aA + \cdot\cdot)}{\partial y}\right) d\psi\,. \tag{35.}$$

Nunmehr folgt aus (27.) durch Substitution des Werthes (33.):

$$\left\{\begin{aligned} Xdt &= A^2D\tau\left(AdF + (N-1)\frac{a(yz_1 - zy_1)}{r^3}\, d\psi\right), \\ Ydt &= A^2D\tau\left(BdF + (N-1)\frac{b(yz_1 - zy_1)}{r^3}\, d\psi\right), \\ Zdt &= A^2D\tau\left(CdF + (N-1)\frac{c(yz_1 - zy_1)}{r^3}\, d\psi\right), \end{aligned}\right. \tag{36.}$$

wo $D\tau$ das Volumen des Massenelementes $D\tau$ vorstellt. Ferner folgt aus (27a.) mittelst der Substitutionen (31a.) und (33.), (34.), (35.):

$$dF = -(2N-1)\frac{(aA+\cdot\cdot)(yz_1-zy_1)}{r^3}d\psi - \left(y\frac{\partial(aA+\cdot\cdot)}{\partial z} - z\frac{\partial(aA+\cdot\cdot)}{\partial y}\right)\frac{d\psi}{r}$$
$$-N\left(\frac{bz-cy}{r^2} + \frac{(aA+\cdot\cdot)(yz_1-zy_1)}{r^3} + \frac{bC-cB}{r}\right)d\psi\,.$$

Dieser Ausdruck reducirt sich, weil [vgl. (32.)]:

$$\frac{bC-cB}{r} = \frac{bz_1-cy_1}{r^2} - \frac{bz-cy}{r^2}$$

ist, auf:

$$(36a.)\quad dF = -(3N-1)\frac{(aA+\cdot\cdot\cdot)(yz_1-zy_1)}{r^3}d\psi - N\frac{bz_1-cy_1}{r^2}d\psi$$
$$-\left(y\frac{\partial(aA+\cdot\cdot)}{\partial z} - z\frac{\partial(aA+\cdot\cdot\cdot)}{\partial y}\right)\frac{d\psi}{r}\,.$$

Diese Formeln (36.), (36a.) sind, falls man für $d\psi$ seinen Werth λdt substituirt, und überdies

$$\frac{dF}{d\psi} = \frac{dF}{\lambda dt} \text{ kurzweg } = \mathfrak{F}$$

setzt, auch so darstellbar:

$$(37.)\quad \begin{cases} X = A^2\lambda D\tau\left(A\mathfrak{F} + (N-1)\dfrac{a(yz_1-zy_1)}{r^3}\right), \\ Y = A^2\lambda D\tau\left(B\mathfrak{F} + (N-1)\dfrac{b(yz_1-zy_1)}{r^3}\right), \\ Z = A^2\lambda D\tau\left(C\mathfrak{F} + (N-1)\dfrac{c(yz_1-zy_1)}{r^3}\right), \end{cases}$$

wo alsdann $\mathfrak{F}$ die Bedeutung hat:

$$(37a.)\quad \mathfrak{F} = -(3N-1)\frac{(aA+\cdot\cdot\cdot)(yz_1-zy_1)}{r^3} - N\frac{bz_1-cy_1}{r^2}$$
$$-\left(y\frac{\partial(aA+\cdot\cdot\cdot)}{\partial z} - z\frac{\partial(aA+\cdot\cdot\cdot)}{\partial y}\right)\frac{1}{r}\,.$$

Diese Formeln (37.), (37a.) *repräsentiren bereits die Lösung der gestellten Aufgabe. Doch sind dieselben noch einer weiteren Vereinfachung fähig.* — Setzt man zur Abkürzung:

$$(38.)\quad \Phi = a(x_1-x) + b(y_1-y) + c(z_1-z)\,,$$

und beachtet man, dass a, b, c [vgl. (28.)] nur von x, y, z abhängen, so folgt:

$$(39.)\quad \frac{\partial\Phi}{\partial x_1} = a\,,\quad \frac{\partial\Phi}{\partial y_1} = b\,,\quad \frac{\partial\Phi}{\partial z_1} = c\,.$$

Zugleich ergiebt sich alsdann [vergl. (32.)]:

$$(40.)\quad aA + bB + cC = \frac{a(x_1 - x) + b(y_1 - y) + c(z_1 - z)}{r} = \frac{\Phi}{r}.$$

Somit folgt aus (37a.):

$$\mathfrak{F} = -(3N - 1)\frac{\Phi(yz_1 - zy_1)}{r^4} - N\frac{bz_1 - cy_1}{r^2} - \left(\frac{y}{r}\frac{\partial}{\partial z}\frac{\Phi}{r} - \frac{z}{r}\frac{\partial}{\partial y}\frac{\Phi}{r}\right)$$

oder anders geordnet:

$$\mathfrak{F} = \frac{\Phi(yz_1 - zy_1)}{r^4} - \left(\frac{y}{r}\frac{\partial}{\partial z}\frac{\Phi}{r} - \frac{z}{r}\frac{\partial}{\partial y}\frac{\Phi}{r}\right) - N\left(3\,\frac{\Phi(yz_1 - zy_1)}{r^4} + \frac{bz_1 - cy_1}{r^2}\right),$$

oder durch weitere Ausführung der im mittleren Gliede auftretenden Differentiationen:

$$(41.)\quad \mathfrak{F} = -\frac{1}{r^2}\left(y\frac{\partial\Phi}{\partial z} - z\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right) + N\left(-3\,\frac{\Phi(yz_1 - zy_1)}{r^4} - \frac{bz_1 - cy_1}{r^2}\right).$$

Führen wir jetzt, um einigermassen schnell vorwärts zu kommen, den Ausdruck ein:

$$(42.)\quad \mathfrak{G} = \frac{1}{r}\left(y\frac{\partial\Phi}{\partial z} - z\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right) + N\left(\frac{\Phi(yz_1 - zy_1)}{r^3} + \frac{bz_1 - cy_1}{r}\right),$$

so ergiebt sich, unter Rücksichtnahme auf (41.), sofort:

$$\frac{\partial\mathfrak{G}}{\partial x_1} = \mathfrak{F}\frac{\partial r}{\partial x_1} + \frac{1}{r}\left(y\frac{\partial^2\Phi}{\partial z\partial x_1} - z\frac{\partial^2\Phi}{\partial y\partial x_1}\right) + N\frac{\partial\Phi}{\partial x_1}\frac{yz_1 - zy_1}{r^3}.$$

Es ist aber nach (32.): $\frac{\partial r}{\partial x_1} = \frac{x_1 - x}{r} = A$, und überdies nach (39.): $\frac{\partial\Phi}{\partial x_1} = a$. Dies substituirt, erhält man die erste Formel des folgenden Systems:

$$(43.)\quad \begin{cases} \frac{\partial\mathfrak{G}}{\partial x_1} = A\mathfrak{F} + \frac{1}{r}\left(y\frac{\partial a}{\partial z} - z\frac{\partial a}{\partial y}\right) + N\frac{a(yz_1 - zy_1)}{r^3} \\ \frac{\partial\mathfrak{G}}{\partial y_1} = B\mathfrak{F} + \frac{1}{r}\left(y\frac{\partial b}{\partial z} - z\frac{\partial b}{\partial y}\right) + N\left(\frac{b(yz_1 - zy_1)}{r^3} - \frac{\Phi z}{r^3} - \frac{c}{r}\right), \\ \frac{\partial\mathfrak{G}}{\partial z_1} = C\mathfrak{F} + \frac{1}{r}\left(y\frac{\partial c}{\partial z} - z\frac{\partial c}{\partial y}\right) + N\left(\frac{c(yz_1 - zy_1)}{r^3} + \frac{\Phi y}{r^3} + \frac{b}{r}\right), \end{cases}$$

dessen beide andern Formeln in analoger Art sich ergeben. Substituirt man jetzt die aus diesen drei letzten Formeln für $A\mathfrak{F}$, $B\mathfrak{F}$, $C\mathfrak{F}$ entspringenden Werthe in den für X, Y, Z erhaltenen Ausdrücken (37.), so gelangt man schliesslich zu folgendem Ergebniss:

Satz. — *Es sei M ein gegebener Conductor, der die Gestalt eines Umdrehungskörpers hat, und der um seine geometrische Axe mit con-*

stanter Winkelgeschwindigkeit λ rotirt. Diese festliegende Axe sei die x-Axe eines ruhenden positiven Axensystems x, y, z. Und die Rotation des Conductors finde statt in der yz-Richtung.

Befinden sich nun in der Nähe irgend welche ruhenden und unveränderlichen Inducenten M_0, so wird durch diese Inducenten M_0 in dem rotirenden Conductor M ein elektrischer Strömungszustand hervorgerufen werden, der mit Bezug auf das ruhende Axensystem x, y, z fortdauernd constant bleibt. Ist also $D\tau$ irgend ein ponderables Massenelement des rotirenden Conductors M, so werden die in $D\tau$ erzeugten jenen Axen parallelen Strömungscomponenten a, b, c lediglich abhängen von den augenblicklichen Coordinaten x, y, z des Elementes $D\tau$:

$$(44.)\qquad a = a(x, y, z)\,,\quad b = b(x, y, z)\,,\quad c = c(x, y, z)\,.$$

Gleiches wird offenbar auch gelten von den Dichtigkeiten ε und e der etwa im Conductor enthaltenen freien Elektricität; so dass also die Formeln zuzufügen sind:

$$(44\text{a.})\qquad \varepsilon = \varepsilon(x, y, z) \quad \text{und} \quad e = e(x, y, z)\,.$$

Es sei nun (x_1, y_1, z_1) irgend ein bestimmter Punkt innerhalb eines in der Nähe befindlichen ruhenden Conductors M_1. Alsdann wird jenes Element $D\tau(x, y, z)$, vermöge der in ihm vorhandenen elektrischen Strömungen, in diesem Punkte (x_1, y_1, z_1) bestimmte elektromotorische Kräfte X, Y, Z hervorrufen. Für diese Kräfte gelten die Formeln:

$$(45.)\qquad \begin{aligned}
X &= A^2\lambda D\tau \left\{\frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial x_1} - \left[\frac{1}{r}\left(y\frac{\partial a}{\partial z} - z\frac{\partial a}{\partial y}\right) + \frac{a(yz_1 - zy_1)}{r^3}\right]\right\},\\
Y &= A^2\lambda D\tau \left\{\frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial y_1} - \left[\frac{1}{r}\left(y\frac{\partial b}{\partial z} - z\frac{\partial b}{\partial y}\right) + \frac{b(yz_1 - zy_1)}{r^3}\right] + N\left(\frac{\Phi z}{r^3} + \frac{c}{r}\right)\right\},\\
Z &= A^2\lambda D\tau \left\{\frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial z_1} - \left[\frac{1}{r}\left(y\frac{\partial c}{\partial z} - z\frac{\partial c}{\partial y}\right) + \frac{c(yz_1 - zy_1)}{r^3}\right] - N\left(\frac{\Phi y}{r^3} + \frac{b}{r}\right)\right\},
\end{aligned}$$

wo $D\tau$ das Volumen des Elementes $D\tau$ bezeichnet, und wo $\mathfrak{S}$ folgenden Ausdruck vorstellt [vgl. (42.)]:

$$(45\text{a.})\qquad \mathfrak{S} = \frac{1}{r}\left(y\frac{\partial \Phi}{\partial z} - z\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right) + N\left(\frac{\Phi(yz_1 - zy_1)}{r^3} + \frac{bz_1 - cy_1}{r}\right).$$

Dabei haben r und Φ [vgl. (38.)] *die Bedeutungen:*

$$(45\text{b.})\qquad \begin{aligned}
r^2 &= (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2\,,\\
\Phi &= a(x_1 - x) + b(y_1 - y) + c(z_1 - z)\,.
\end{aligned}$$

§ 2.

Fortsetzung. Integration der erhaltenen Formeln.

Es handelt sich jetzt darum, die Formeln (45.) zu integriren über alle Elemente $D\tau(x, y, z)$ des *rotirenden* Conductors M. In solcher Weise werden sich alsdann diejenigen elektromotorischen Kräfte $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ ergeben, welche der *ganze* Conductor M in dem Punkte (x_1, y_1, z_1) des *ruhenden* Conductors M_1 hervorbringt.

Es sei f irgend welche Function von x, y, z. Offenbar ist:

$$\frac{f(yz_1 - zy_1)}{r^3} = f\,\frac{y(z_1 - z) - z(y_1 - y)}{r^3}\,,$$

d. i.

$$\frac{f(yz_1 - zy_1)}{r^3} = f\left(y\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial z} - z\frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial y}\right),$$

oder, was auf dasselbe hinauskommt:

$$\frac{f(yz_1 - zy_1)}{r^3} = \left(\frac{\partial}{\partial z}\frac{fy}{r} - \frac{\partial}{\partial y}\frac{fz}{r}\right) - \left(\frac{y}{r}\frac{\partial f}{\partial z} - \frac{z}{r}\frac{\partial f}{\partial y}\right),$$

oder ein wenig anders geordnet:

$$\frac{1}{r}\left(y\frac{\partial f}{\partial z} - z\frac{\partial f}{\partial y}\right) + \frac{f(yz_1 - zy_1)}{r^3} = \frac{\partial}{\partial z}\frac{fy}{r} - \frac{\partial}{\partial y}\frac{fz}{r}\,.$$

Integrirt man diese Gleichung über alle Volumelemente $D\tau(x, y, z)$ des Conductors M, und beachtet man, dass der gegebene Punkt (x_1, y_1, z_1) *ausserhalb* M (nämlich in M_1 liegt), so ergiebt sich mittelst einer bekannten Green'schen Formel:

$$(46.)\qquad \int\left[\frac{1}{r}\left(y\frac{\partial f}{\partial z} - z\frac{\partial f}{\partial y}\right) + \frac{f(yz_1 - zy_1)}{r^3}\right]D\tau =$$
$$= -\int\frac{f}{r}\Big(y\cos(\nu, z) - z\cos(\nu, y)\Big)\,D\sigma\,,$$

das Integral rechts hinerstreckt gedacht über alle Elemente $D\sigma$ der Oberfläche des Conductors M; dabei bezeichnet ν die auf $D\sigma$ errichtete *innere* Normale.

Der Conductor M hat die Gestalt eines Rotationskörpers. Folglich gehen die auf seiner Oberfläche errichteten Normalen ν alle durch seine geometrische Axe, d. i. dur[illegible] Folglich findet für jedweden Oberflächenpunkt $(x, y$ [illegible] [illegible]t:

$$y : z = \cos(\nu, y) : \cos(\nu, z) .$$

Demgemäss *verschwindet* die rechte Seite der Formel (46.), so dass man also erhält:

$$(47.)\qquad \int\left[\frac{1}{r}\left(y\frac{\partial f}{\partial z} - z\frac{\partial f}{\partial y}\right) + \frac{f(yz_1 - zy_1)}{r^3}\right] D\tau = 0 .$$

Dabei kann f eine ganz *beliebige* Function von x, y, z sein. Nur wird vorausgesetzt, dass f, $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$, $\frac{\partial f}{\partial z}$ innerhalb M *stetig* sind; denn sonst würde die GREEN'sche Formel (46.) mehr oder weniger unzuverlässig sein.

Integriren wir jetzt die Formeln (45.) über alle Elemente $D\tau(x, y, z)$ des Conductors M, so werden die in jenen Formeln in eckigen Klammern enthaltenen Glieder *verschwinden*, zufolge (47.). Die in Rede stehende Integration liefert also für die zu Anfang dieses Paragraphs genannten Componenten $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ die Werthe:

$$(48.)\qquad \begin{aligned} \mathfrak{X} &= A^2\lambda\,\frac{\partial \mathfrak{U}}{\partial x_1} \\ \mathfrak{Y} &= A^2\lambda\left(\frac{\partial \mathfrak{U}}{\partial y_1} + N\mathfrak{J}^c\right), \\ \mathfrak{Z} &= A^2\lambda\left(\frac{\partial \mathfrak{U}}{\partial z_1} - N\mathfrak{J}^b\right), \end{aligned}$$

wo $\mathfrak{U}$ und $\mathfrak{J}^b$, $\mathfrak{J}^c$ die Bedeutungen haben:

$$(49.)\qquad \mathfrak{U} = \int \mathfrak{S}\, D\tau ,$$

$$(50.)\qquad \begin{cases} \mathfrak{J}^b = \int\left(\frac{\Phi y}{r^3} + \frac{b}{r}\right) D\tau , \\ \mathfrak{J}^c = \int\left(\frac{\Phi z}{r^3} + \frac{c}{r}\right) D\tau . \end{cases}$$

Der Ausdruck $\mathfrak{S}$ (45a.) ist so darstellbar:

$$\mathfrak{S} = \left[\frac{1}{r}\left(y\frac{\partial\Phi}{\partial z} - z\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right) + \frac{\Phi(yz_1 - zy_1)}{r^3}\right] + \\ + (N-1)\left[\frac{\Phi(yz_1 - zy_1)}{r^3} + \frac{bz_1 - cy_1}{r}\right] + \frac{bz_1 - cy_1}{r} .$$

Integrirt man diese Formel über alle Elemente $D\tau$ des Conductors M, so folgt mit Rücksicht auf (49.) und (47.) sofort:

$$\mathfrak{U} = (N-1)\int\left[\frac{\Phi(yz_1 - zy_1)}{r^3} + \frac{bz_1 - cy_1}{r}\right] D\tau + \int\frac{bz_1 - cy_1}{r}\, D\tau .$$

also mit Rücksicht auf (50.):

(51.) $$\mathfrak{U} = (N-1)(z_1\mathfrak{J}^b - y_1\mathfrak{J}^c) + z_1\int\frac{bD\tau}{r} - y_1\int\frac{cD\tau}{r}\,.$$

Auf Grund der Formeln (48.) und (50.), (51.) ergiebt sich folgendes Resultat:

Satz. — *Man halte fest an den Vorstellungen und Bezeichnungen des letzten Satzes (Seite 101), und verstehe überdies unter $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ diejenigen elektromotorischen Kräfte, welche der ganze rotirende Conductor M, vermöge der in ihm vorhandenen elektrischen Strömungen, in irgend einem Punkte (x_1, y_1, z_1) des ruhenden Conductors M_1 hervorbringt. Alsdann haben $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ die Werthe:*

(52.) $$\begin{aligned}\mathfrak{X} &= A^2\lambda\frac{\partial\mathfrak{U}}{\partial x_1}\\ \mathfrak{Y} &= A^2\lambda\left(\frac{\partial\mathfrak{U}}{\partial y_1} + N\mathfrak{J}^c\right),\\ \mathfrak{Z} &= A^2\lambda\left(\frac{\partial\mathfrak{U}}{\partial z_1} - N\mathfrak{J}^b\right),\end{aligned}$$

wo $\mathfrak{U}$ die Bedeutung hat:

(53.) $$\mathfrak{U} = (N-1)(z_1\mathfrak{J}^b - y_1\mathfrak{J}^c) + z_1\int\frac{bD\tau}{r} - y_1\int\frac{cD\tau}{r}\,.$$

Dabei bezeichnen $\mathfrak{J}^b$ und $\mathfrak{J}^c$ die Integrale:

(54.) $$\begin{aligned}\mathfrak{J}^b &= \int\left(\frac{\Phi y}{r^3} + \frac{b}{r}\right)D\tau,\\ \mathfrak{J}^c &= \int\left(\frac{\Phi z}{r^3} + \frac{c}{r}\right)D\tau, \quad \text{wo}\quad \Phi = a(x_1 - x) + b(y_1 - y) + c(z_1 - z).\end{aligned}$$

Die Integrationen in (53.), (54.) sind hinerstreckt zu denken über alle Volumelemente $D\tau$ (x, y, z) des rotirenden Conductors M.

Es bleibt noch übrig, einige Zusätze zu machen hinsichtlich der Integrale $\mathfrak{J}^b$ und $\mathfrak{J}^c$.

Erster Zusatz. — *Die Integrale $\mathfrak{J}^b$, $\mathfrak{J}^c$ (54.) sind folgendermassen darstellbar:*

(55.) $$\begin{aligned}\mathfrak{J}^b &= -\int\frac{y}{r}\left[\frac{\partial a}{\partial x} + \cdot\ \cdot\right]D\tau - \int\frac{y}{r}\left[a\cos(\nu, x) + \cdot\ \cdot\right]D\sigma\,,\\ \mathfrak{J}^c &= -\int\frac{z}{r}\left[\frac{\partial a}{\partial x} + \cdot\ \cdot\right]D\tau - \int\frac{z}{r}\left[a\cos(\nu, x) + \cdot\ \cdot\right]D\sigma\,,\end{aligned}$$

wo in den eckigen Klammern die beiden Trinome

(55a.) $$\frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial b}{\partial y} + \frac{\partial c}{\partial z} \quad \text{und} \quad a\cos(\nu, x) + b\cos(\nu, y) + c\cos(\nu, z)$$

zu denken sind. Ueberdies ist zu bemerken, dass in (55.) die Inte-

grationen auszudehnen sind über alle Volumelemente $D\tau$, resp. über alle Oberflächenelemente $D\sigma$ des Conductors M, und dass ν die auf $D\sigma$ errichtete innere Normale repräsentirt.

Dieser Satz bedarf kaum noch einer weiteren Erläuterung. Beachtet man nämlich, dass Φ das in (54.) angegebene Trinom repräsentirt, so ergiebt sich:

$$\frac{\Phi y}{r^3} + \frac{b}{r} = \frac{y[a(x_1 - x) + \cdot \cdot]}{r^3} + \frac{b}{r}$$

$$= ya\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} + yb\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y} + yc\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z} + \frac{b}{r},$$

oder ein wenig anders geschrieben:

$$\frac{\Phi y}{r^3} + \frac{b}{r} = \left(\frac{\partial}{\partial x}\frac{ya}{r} + \frac{\partial}{\partial y}\frac{yb}{r} + \frac{\partial}{\partial z}\frac{yc}{r}\right) - \frac{y}{r}\left[\frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial b}{\partial y} + \frac{\partial c}{\partial z}\right].$$

Integrirt man aber diese Gleichung über alle Volumelemente $D\tau$ des Conductors M, so folgt mit Hinblick auf (54.) sofort:

$$\mathfrak{J}^b = -\int \frac{y}{r}[a \cos(\nu, x) + \cdot \cdot]\, D\sigma - \int \frac{y}{r}\left[\frac{\partial a}{\partial x} + \cdot \cdot\right] D\tau;$$

und dies ist die eine der zu beweisenden Formeln (55.).

Eine andere Umgestaltung der Integrale $\mathfrak{J}^b$, $\mathfrak{J}^c$ beruht auf den bekannten KIRCHHOFF'schen Gleichungen. Bezeichnet man nämlich die beiderlei Coordinaten des *Volumelementes* $D\tau$ (ebenso wie auf Seite 97) mit x, y, z und ξ, η, ζ, ferner die Componenten der in $D\tau$ vorhandenen elektrischen Strömung mit Bezug auf die beiderlei Axensysteme (x, y, z) und (ξ, η, ζ) resp. mit a, b, c und u, v, w, so ist nach KIRCHHOFF:

(A.) $$\frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial v}{\partial \eta} + \frac{\partial w}{\partial \zeta} = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}, \quad \text{[vgl. Seite 79]},$$

wo ε die Dichtigkeit der in $D\tau$ vorhandenen *freien* Elektricität vorstellt. Nimmt man ferner statt $D\tau$ irgend ein *Oberflächenelement* $D\sigma$, und bezeichnet man die Coordinaten dieses Elementes wiederum mit x, y, z resp. ξ, η, ζ und die Componenten der in unmittelbarer Nähe von $D\sigma$ vorhandenen elektrischen Strömung wiederum mit a, b, c resp. u, v, w, so ist nach KIRCHHOFF:

(B.) $$u \cos(\nu, \xi) + v \cos(\nu, \eta) + w \cos(\nu, \zeta) = -\frac{\partial e}{\partial t}, \quad \text{[vgl. Seite 79]},$$

wo e die Flächendichtigkeit der auf $D\sigma$ vorhandenen *freien* Elektricität vorstellt, während ν die auf $D\sigma$ errichtete *innere* Normale bezeichnet.

In diesen Formeln (A.), (B.) sind u, v, w, ε, e als Functionen von ξ, η, ζ, t anzusehen:

$$(\alpha.)\qquad \begin{aligned} u &= u(\xi, \eta, \zeta, t), \qquad & \varepsilon &= F(\xi, \eta, \zeta, t), \\ v &= v(\xi, \eta, \zeta, t), & e &= G(\xi, \eta, \zeta, t). \\ w &= w(\xi, \eta, \zeta, t), \end{aligned}$$

Nun ist bekanntlich [vgl. Seite 97]:

$$(\beta.)\qquad \begin{aligned} x &= \xi, \\ y &= \eta \cos \lambda t - \zeta \sin \lambda t, \\ z &= \eta \sin \lambda t + \zeta \cos \lambda t, \end{aligned}$$

und hiermit analog:

$$(\gamma.)\qquad \begin{aligned} a &= u, \\ b &= v \cos \lambda t - w \sin \lambda t, \\ c &= v \sin \lambda t + w \cos \lambda t, \end{aligned}$$

Denkt man sich aus den 11 Gleichungen ($\alpha.$), ($\beta.$), ($\gamma.$) die sechs Grössen ξ, η, ζ, u, v, w eliminirt, so entspringen fünf Gleichungen von der Gestalt:

$$(\delta.)\qquad \begin{aligned} a &= a(x, y, z, t), \qquad & \varepsilon &= f(x, y, z, t), \\ b &= b(x, y, z, t), & e &= g(x, y, z, t). \\ c &= c(x, y, z, t), \end{aligned}$$

Uebrigens sind während des hier zu betrachtenden stationären Zustandes a, b, c und ebenso auch ε und e *unabhängig von der Zeit* [vgl. (44.) und (44 a.)]. Es sind mithin die zuletzt genannten Functionen

$$(\Delta.)\qquad a,\ b,\ c,\ f,\ g \text{ unabhängig von } t;$$

so dass also in den Formeln ($\delta.$) das Argument t überall zu streichen ist.

Wir stellen uns nun die Aufgabe, in den Kirchhoff'schen Gleichungen (A.), (B.) *statt der Functionen* ($\alpha.$) *die Functionen* ($\delta.$) *einzuführen.*

Auf Grund der Formeln ($\alpha.$), ($\beta.$), ($\gamma.$), ($\delta.$) ergeben sich zuvörderst durch bekannte einfache Operationen die Transformationen:

$$(\text{C.})\qquad \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial v}{\partial \eta} + \frac{\partial w}{\partial \zeta} = \frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial b}{\partial y} + \frac{\partial c}{\partial z},$$

$$(\text{D.})\qquad \begin{aligned} & u \cos(\nu, \xi) + v \cos(\nu, \eta) + w \cos(\nu, \zeta) \\ &= a \cos(\nu, x) + b \cos(\nu, y) + c \cos(\nu, z). \end{aligned}$$

Beachtet man nun ferner, dass die in ($\delta.$) angegebene Function $\varepsilon = f(x, y, z, t)$ mittest der Substitutionen ($\beta.$) sich zurückverwandeln muss in die ursprüngliche in ($\alpha.$) aufgeführte Function $\varepsilon = F(\xi, \eta, \zeta, t)$, so ergiebt sich:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial t},$$

also mit Rücksicht auf (β.):

$$\frac{\partial F}{\partial t} = -\frac{\partial f}{\partial y}\lambda(\eta \sin \lambda t + \zeta \cos \lambda t) + \frac{\partial f}{\partial z}\lambda(\eta \cos \lambda t - \zeta \sin \lambda t) + \frac{\partial f}{\partial t},$$

also mit abermaliger Rücksicht auf (β.), und mit gleichzeitiger Rücksicht auf ($\varDelta$.):

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \lambda\left(y\frac{\partial f}{\partial z} - z\frac{\partial f}{\partial y}\right).$$

Es sind aber F und f beides Ausdrücke der Dichtigkeit ε, nur von verschiedener Gestalt. Demgemäss ist die letzte Formel auch so darstellbar:

$$\text{(E.)} \qquad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \lambda\left(y\frac{\partial \varepsilon}{\partial z} - z\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}\right),$$

wo alsdann das ε *links* als Function von ξ, η, ζ, t, hingegen das ε *rechts* als Function von x, y, z anzusehen ist, [vgl. (α.) und (δ.), ($\varDelta$.)].

Analog mit (E.) wird nun offenbar auch folgende Formel sich ableiten lassen:

$$\text{(F.)} \qquad \frac{\partial e}{\partial t} = \lambda\left(y\frac{\partial e}{\partial z} - z\frac{\partial e}{\partial y}\right),$$

wo wiederum das e *links* als abhängig von ξ, η, ζ, t, und das e *rechts* als abhängig von x, y, z anzusehen ist.

Substituirt man jetzt in den KIRCHHOFF'schen Gleichungen (A.), (B.) die Werthe (C.), (D.), (E.), (F.), so folgt:

$$\text{(H.)} \qquad \frac{\partial a}{\partial x} + \frac{\partial b}{\partial y} + \frac{\partial c}{\partial z} = -\lambda\left(y\frac{\partial \varepsilon}{\partial z} - z\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}\right),$$

$$\text{(I.)} \qquad a\cos(\nu, x) + b\cos(\nu, y) + c\cos(\nu, z) = -\lambda\left(y\frac{\partial e}{\partial z} - z\frac{\partial e}{\partial y}\right).$$

Die hier auf der rechten Seite stehenden Binome sind einer einfacheren Darstellung fähig. Führt man nämlich statt der Coordinaten x, y, z drei neue Argumente σ, τ, φ ein, indem man unter φ das Azimuth der Meridianebene, andererseits aber unter σ, τ die zur Ortsbestimmung in dieser Ebene dienenden Coordinaten versteht, setzt man also:

$$\text{(K.)} \qquad \begin{aligned} x &= f(\sigma, \tau), \\ y &= F(\sigma, \tau)\cos\varphi, \\ z &= F(\sigma, \tau)\sin\varphi, \end{aligned}$$

und betrachtet man ε [ebenso wie in (δ.), (Δ.)] als Function von x, y, z, so ergiebt sich:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial \varphi} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial \varphi} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial \varphi},$$

also mit Rücksicht auf (K.):

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial y} F(\sigma, \tau) \sin \varphi + \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} F(\sigma, \tau) \cos \varphi,$$

also mit abermaliger Rücksicht auf (K.):

$$\text{(L.)} \qquad \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} = y \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} - z \frac{\partial \varepsilon}{\partial y}.$$

In analoger Weise wird sich ergeben:

$$\text{(M.)} \qquad \frac{\partial e}{\partial \varphi} = y \frac{\partial e}{\partial z} - z \frac{\partial e}{\partial y}.$$

Die Formeln (H.), (I.) und (L.), (M.) führen zu folgendem Zusatz:

Zweiter Zusatz. — *Für die in den Integralen* $\mathfrak{J}^b$, $\mathfrak{J}^c$ (55.) *enthaltenen Trinome gelten folgende Formeln*:

$$\text{(56.)} \qquad \begin{aligned} \left[\frac{\partial a}{\partial x} + \cdots\right] &= -\lambda \left(y \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} - z \frac{\partial \varepsilon}{\partial y}\right) = -\lambda \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi}, \\ \left[a \cos(\nu, x) + \cdots\right] &= -\lambda \left(y \frac{\partial e}{\partial z} - z \frac{\partial e}{\partial y}\right) = -\lambda \frac{\partial e}{\partial \varphi}: \end{aligned}$$

so dass also jene Integrale z. B. auch so ausdrückbar sind:

$$\text{(57.)} \qquad \begin{aligned} \mathfrak{J}^b &= \lambda \int \frac{y}{r} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} D\tau + \lambda \int \frac{y}{r} \frac{\partial e}{\partial \varphi} D\sigma, \\ \mathfrak{J}^c &= \lambda \int \frac{z}{r} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} D\tau + \lambda \int \frac{z}{r} \frac{\partial e}{\partial \varphi} D\sigma. \end{aligned}$$

Dabei sind ε *und* e *ebenso wie* a, b, c *als Functionen von* x, y, z *zu denken* [vgl. (44.) und (44a.)]. *Ueberdies bezeichnet* φ *dasjenige Azimuth, welches durch die Formeln* (K.) *Seite* 108 *definirt ist.*

Viertes Kapitel.

Die elektromotorischen Kräfte, welche in einem ruhenden Conductor durch eine Metallkugel hervorgerufen werden, falls diese letztere innerhalb eines constant-elektrischen Feldes mit constanter Geschwindigkeit rotirt.

§ 1.

Der elektrische Zustand einer mit constanter Geschwindigkeit in einem constant-elektrischen Felde rotirenden Kugel.

Eine massive Metallkugel vom Radius R rotire um einen festen Durchmesser mit *constanter* Geschwindigkeit λ. Dieser Durchmesser sei die x-Axe eines *ruhenden* positiven Axensystems, dessen Anfangspunkt im Centrum der Kugel liegt. Die Rotation finde statt in der yz-Richtung. Ferner mögen die Polarcoordinaten eines beliebigen Punktes (x, y, z) mit $(\varrho, \vartheta, \varphi)$ bezeichnet sein:

$$(1.)\qquad \begin{aligned} x &= \varrho \cos \vartheta , \\ y &= \varrho \sin \vartheta \cos \varphi , \\ z &= \varrho \sin \vartheta \sin \varphi . \end{aligned}$$

Auf die rotirende Kugel mögen nun von aussen her gegebene *elektrostatische Kräfte* einwirken, die ihrer Stärke und Richtung nach (im Raume der Kugel) *constant* sind, so dass also das Potential F^0 dieser Kräfte innerhalb jenes Raumes den Werth hat:

$$F^0 = -(A^0 x + B^0 y + C^0 z) ,$$

wo A^0, B^0, C^0 gegebene Constanten sind. Uebrigens kann man das ruhende Axensystem x, y, z sich so orientirt denken, dass C^0 verschwindet, wodurch F^0 den etwas einfacheren Werth erhält:

$$(2.)\qquad F^0 = -(A^0 x + B^0 y) .$$

Die Kugel befindet sich alsdann in einem durch die Constanten

$$(2a.)\qquad A^0, \; B^0, \; 0$$

charakterisirten *constant-elektrischen Felde* (vgl. Seite 68, 69).

Offenbar wird nun die rotirende Kugel unter Einwirkung jener *elektrostatischen Kräfte* in einen stationären elektrischen Zustand gerathen, d. h. in einen Zustand, der mit Bezug auf das ruhende

Axensystem x, y, z *constant* bleibt. Es handelt sich darum, die diesem Zustande eigenthümlichen Functionen [vgl. Seite 102]:

$$(3.)\qquad a = a(x, y, z)\,, \quad b = b(x, y, z)\,, \quad c = c(x, y, z)\,,$$
$$\varepsilon = \varepsilon(x, y, z)\,, \quad e = e(x, y, z)$$

näher zu erforschen.

Zur Bestimmung dieser fünf unbekannten Functionen können folgende fünf Gleichungen dienen:

$$(4.)\qquad \begin{cases} \varkappa a = -\dfrac{\partial F^0}{\partial x} - \dfrac{\partial \Omega}{\partial x}\,, \\ \varkappa b = -\dfrac{\partial F^0}{\partial y} - \dfrac{\partial \Omega}{\partial y}\,, \\ \varkappa c = -\dfrac{\partial F^0}{\partial z} - \dfrac{\partial \Omega}{\partial z}\,, \end{cases}$$

$$(5.)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial a}{\partial x} + \dfrac{\partial b}{\partial y} + \dfrac{\partial c}{\partial z} = -\lambda\dfrac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi}\,, \\ a\cos(\nu, x) + b\cos(\nu, y) + c\cos(\nu, z) = -\lambda\dfrac{\partial e}{\partial \varphi}\,. \end{cases}$$

Die Gleichungen (4.) sind die KIRCHHOFF'schen (Seite 80). In ihnen bezeichnet $\varkappa$ den specifischen Widerstand der Kugel, und Ω das elektrostatische Potential aller in der Kugel vorhandenen *freien* Elektricität.

Die Gleichungen (5.) sind die kürzlich von uns aufgestellten, [vgl. (56.) Seite 109]. In ihnen bezeichnet ν die *innere* Normale der Kugeloberfläche und φ das durch die Formeln (1.) definirte Azimuth, endlich λ die constante Winkelgeschwindigkeit der rotirenden Kugel.

Aus den fünf Gleichungen (4.), (5.) folgt durch Elimination von a, b, c:

$$\Delta F^0 + \Delta\Omega = \varkappa\lambda\frac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi}\,,$$
$$\frac{dF^0}{d\nu} + \frac{d\Omega}{d\nu} = \varkappa\lambda\frac{\partial e}{\partial \varphi}\,.$$

Nun ist aber nach (2.): $\Delta F^0 = 0$. Ferner ist bekanntlich $\Delta\Omega = -4\pi\varepsilon$. Führt man also statt ν die Polarcoordinate ϱ ein, so gelangt man zu folgenden beiden Gleichungen:

$$(6.)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial \varepsilon}{\partial \varphi} = -\dfrac{4\pi}{\varkappa\lambda}\,\varepsilon\,, \\ \dfrac{\partial e}{\partial \varphi} = -\dfrac{1}{\varkappa\lambda}\left(\dfrac{\partial F^0}{\partial \varrho} + \dfrac{\partial \Omega}{\partial \varrho}\right), \end{cases}$$

in denen alle Functionen ε, e, F^0, Ω ausgedrückt zu denken sind durch die Polarcoordinaten ϱ, ϑ, φ.

Aus der ersten der beiden Gleichungen (6.) ergiebt sich sofort [vergl. die folgende Erläuterung], dass

$$\varepsilon = 0 \tag{7.}$$

ist, ***dass also zur Zeit des stationären Zustandes im Innern der Kugel keine freie Elektricität vorhanden ist.***

Erläuterung. — Die erste der Gleichungen (6.) lautet:

$$\frac{\partial \log \varepsilon}{\partial \varphi} = -\frac{4\pi}{\varkappa\lambda}, \tag{α.}$$

wo $\varkappa$, λ gegebene Constanten sind, während ε eine noch unbekannte Function von ϱ, ϑ, φ vorstellt. Somit folgt durch Integration:

$$\varepsilon = C e^{-\frac{4\pi}{\varkappa\lambda}\varphi}, \tag{β.}$$

wo C eine noch unbekannte Function von ϱ, ϑ vorstellt. Da nun ε bei gegebenen Werthen von ϱ, ϑ für die Azimuthe

$$\varphi, \quad \varphi + 2\pi, \quad \varphi + 4\pi, \quad \text{etc.}$$

einerlei Werth haben muss, so folgt aus (β.) sofort, dass $C = 0$, mithin auch

$$\varepsilon = 0 \tag{γ.}$$

sein muss. — *Q. e. d.*

Was die Berechnung von e betrifft, so wollen wir uns e nach Kugelfunctionen entwickelt denken:

$$e = \sum Y_n(\mu, \varphi), \quad \text{wo} \quad \mu = \cos\vartheta. \tag{8.}$$

Das Potential Ω der in der Kugel enthaltenen freien Elektricität, kann, weil $\varepsilon = 0$ ist [vergl. (7.)]., nur allein von e herrühren, und wird daher, bei Zugrundelegung des Ausdruckes (8.), für irgend welchen ***innern*** Punkt (ϱ, μ, φ) den Werth haben:

$$\Omega = R^2 \sum \frac{4\pi}{2n+1} \frac{\varrho^n}{R^{n+1}} Y_n(\mu, \varphi), \quad (\varrho < R), \tag{9.}$$

wo R den Kugelradius bezeichnet. Hieraus folgt sofort:

$$\frac{\partial\Omega}{\partial\varrho} = R^2 \sum \frac{4\pi}{2n+1} \frac{n\varrho^{n-1}}{R^{n+1}} Y_n(\mu, \varphi), \quad (\varrho < R),$$

also speciell für $\varrho = R$:

$$\frac{\partial\Omega}{\partial\varrho} = \sum \frac{4\pi n}{2n+1} Y_n(\mu, \varphi), \quad (\varrho = R). \tag{9a.}$$

Andererseits ergiebt sich aus (2.) und (1.):

(10.) $$F^0 = -\varrho(A^0 \cos\vartheta + B^0 \sin\vartheta\cos\varphi)\,,$$

mithin:

(10a.) $$\frac{\partial F^0}{\partial\varrho} = -(A^0 \cos\vartheta + B^0 \sin\vartheta\cos\varphi)\,.$$

Substituirt man jetzt die Werthe (8.), (9a.), (10a.) in die zweite der Gleichungen (6.), so folgt:

(11.) $$-\varkappa\lambda\sum\frac{\partial Y_n}{\partial\varphi} = -(A^0 \cos\vartheta + B^0 \sin\vartheta\cos\varphi) + \sum\frac{4\pi n}{2n+1}Y_n\,.$$

Alle Terme dieser Gleichung sind Kugelfunctionen. Denn der in Klammern stehende Term ist eine Kugelfunction erster Ordnung; und $\frac{\partial Y_n}{\partial\varphi}$ ist (ebenso wie Y_n selber) eine Kugelfunction n^{ter} Ordnung. Nach bekanntem Satze ergeben sich daher aus (11.) die Formeln:

(𝔄.) $$0 = 0\,,$$

(𝔅.) $$-\varkappa\lambda\frac{\partial Y_1}{\partial\varphi} = -(A^0 \cos\vartheta + B^0 \sin\vartheta\cos\varphi) + \frac{4\pi}{3}Y_1\,,$$

(ℭ.) $$-\varkappa\lambda\frac{\partial Y_n}{\partial\varphi} = \frac{4\pi n}{2n+1}Y_n\,,\quad \text{für}\quad n = 2, 3, 4, \cdots.$$

Ueber Y_0 geben diese Formeln keinerlei Aufschluss; so dass also Y_0 vorläufig eine unbekannte Constante bleibt. Was ferner die Y_n für $n = 2, 3, 4, \ldots$ betrifft, so hat die Formel (ℭ.) genau dieselbe Beschaffenheit wie die erste der Gleichungen (6.). Ebenso wie jene Gleichung (6.) zum Resultat $\varepsilon = 0$ (7.) führte, ebenso wird offenbar die Formel (ℭ.) das Resultat ergeben:

(12.) $$Y_n = 0\,,\quad \text{für}\quad n = 2, 3, 4, \cdots.$$

Was endlich Y_1 betrifft, so wird diese Function (als Kugelfunction erster Ordnung) nothwendiger Weise die Gestalt haben:

(13.) $$Y_1 = \alpha\cos\vartheta + \beta\sin\vartheta\cos\varphi + \gamma\sin\vartheta\sin\varphi = \frac{\alpha x + \beta y + \gamma z}{\varrho}\,,$$

wo α, β, γ noch unbekannte Constanten sind. Substituirt man diesen Ausdruck in (𝔅.), so folgt:

$$-\varkappa\lambda(-\beta\sin\vartheta\sin\varphi + \gamma\sin\vartheta\cos\varphi) = -(A^0\cos\vartheta + B^0\sin\vartheta\cos\varphi)$$
$$+\frac{4\pi}{3}\Big(\alpha\cos\vartheta + \beta\sin\vartheta\cos\varphi + \gamma\sin\vartheta\sin\varphi\Big)\,.$$

Hieraus aber entspringen zur Bestimmung jener Constanten α, β, γ die drei Gleichungen:

$$0 = - A^0 + \frac{4\pi}{3}\alpha,$$

$$-\varkappa\lambda\gamma = - B^0 + \frac{4\pi}{3}\beta,$$

$$+\varkappa\lambda\beta = \quad 0 + \frac{4\pi}{3}\gamma.$$

Diese Gleichungen nehmen durch Anwendung der Abbreviatur:

$$q = \frac{3\varkappa\lambda}{4\pi} \tag{14.}$$

die Gestalt an:

$$0 = \alpha - \frac{3}{4\pi}A^0,$$

$$-q\gamma = \beta - \frac{3}{4\pi}B^0,$$

$$+q\beta = \gamma,$$

und liefern daher für jene Constanten die Werthe:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{3}{4\pi}A^0, \\ \beta &= \frac{3}{4\pi}\frac{B^0}{1+q^2}, \\ \gamma &= \frac{3}{4\pi}\frac{B^0 q}{1+q^2}, \end{aligned} \tag{15.}$$

so dass man also schliesslich für Y_1 (13.) den Ausdruck erhält:

$$Y_1 = \frac{3}{4\pi}\left(A^0 \cos\vartheta + \frac{B^0(\sin\vartheta\cos\varphi + q\sin\vartheta\sin\varphi)}{1+q^2}\right) \tag{16.}$$

d. i.

$$Y_1 = \frac{3}{4\pi\varrho}\left(A^0 x + \frac{B^0(y+qz)}{1+q^2}\right). \tag{16a.}$$

Wir wollen jetzt die gefundenen Werthe der Y's substituiren in die Formeln (8.), (9.). Zuvörderst ergiebt sich aus diesen Formeln mit Hinblick auf (12.):

$$\begin{aligned} e &= Y_0 + Y_1, \\ \Omega &= 4\pi R Y_0 + \frac{4\pi}{3}\varrho Y_1. \end{aligned} \tag{17.}$$

Und hieraus folgt, falls man für Y_1 den Werth (16a.) substituirt:

$$(18.)\qquad e = Y_0 + \frac{3}{4\pi\varrho}\left(A^0 x + \frac{B^0(y+qz)}{1+q^2}\right), \qquad (\varrho = R);$$

$$(19.)\qquad \Omega = 4\pi R Y_0 + A^0 x + \frac{B^0(y+qz)}{1+q^2}, \qquad (\varrho < R).$$

***Hiermit sind e und* Ω *berechnet, bis auf die noch unbekannte Constante* Y_0.**

Substituirt man jetzt die Werthe (19.) und (2.) in die Formeln (4.), so erhält man:

$$\varkappa a = 0,$$

$$\varkappa b = \frac{B^0 q^2}{1+q^2},$$

$$\varkappa c = -\frac{B^0 q}{1+q^2}.$$

Multiplicirt man diese Gleichungen mit der aus (14.) entspringenden Relation:

$$\frac{1}{\varkappa} = \frac{1}{q}\frac{3\lambda}{4\pi},$$

so folgt:

$$a = 0,$$

$$(20.)\qquad b = \frac{3\lambda}{4\pi}\frac{B^0 q}{1+q^2},$$

$$c = -\frac{3\lambda}{4\pi}\frac{B^0}{1+q^2}, \quad \text{wo } q = \frac{3\varkappa\lambda}{4\pi}.$$

Hiermit sind also* a, b, c *vollständig berechnet.

Nach (20.) haben a, b, c *constante* Werthe. Die zur Zeit des stationären Zustandes im Innern der Kugel vorhandene elektrische Strömung a, b, c ist also an allen Stellen von ***einerlei Richtung und Stärke, und zwar parallel zur Aequatorebene, d. i. zur yz-Ebene.***

Es sei gestattet, noch einen Blick zu werfen auf die sogenannten *elektrischen Momente* A, B, Γ der Kugel zur Zeit des stationären Zustandes. Diese Momente haben, weil $\varepsilon = 0$ ist (7.), die Werthe:

$$(21.)\qquad \mathsf{A} = \int x e D\sigma, \qquad \mathsf{B} = \int y e D\sigma, \qquad \Gamma = \int z e D\sigma,$$

die Integrationen ausgedehnt gedacht über alle Kugeloberflächen-Elemente $D\sigma$. Substituirt man nun in A für e den Werth (17.), indem man dabei für Y_1 den Werth (13.) eintreten lässt, so erhält man:

$$\mathsf{A} = \int x \left(Y_0 + \frac{\alpha x + \beta y + \gamma z}{R} \right) D\sigma\,.$$

also, weil Y_0, α, β, γ Constanten sind:

$$\mathsf{A} = \frac{\alpha}{R} \int x^2 D\sigma\,.$$

Das hier auftretende Integral ist, wie man leicht übersieht, $= \frac{4\pi R^4}{3}$. Somit erhält man:

$$(22.)\qquad \mathsf{A} = \frac{4\pi R^3}{3}\,\alpha\,, \qquad \mathsf{B} = \frac{4\pi R^3}{3}\,\beta\,. \qquad \Gamma = \frac{4\pi R^3}{3}\,\gamma\,.$$

oder, falls man für α, β, γ ihre Werthe (15.) einsetzt:

$$(23.)\qquad \begin{aligned} \mathsf{A} &= R^3 A^0\,, \\ \mathsf{B} &= \frac{R^3 B^0}{1+q^2}\,, \\ \Gamma &= \frac{R^3 B^0 q}{1+q^2}\,. \end{aligned}$$

Nunmehr folgt aus (20.) und (23.) sofort:

$$(24.)\qquad a\mathsf{A} + b\mathsf{B} + c\Gamma = 0\,,$$

und ebenso auch:

$$(25.)\qquad b\mathsf{B} + c\Gamma = 0\,.$$

Die elektrische Strömung a, b, c ist, wie schon bemerkt wurde, *parallel zur Aequatorebene, d. i. zur yz-Ebene.* Ueberdies ist sie, wie aus (24.) folgt, *senkrecht zur Richtung des elektrischen Hauptmomentes* A, B, Γ. Endlich ist, zufolge (25.), zu bemerken, *dass diese beiden Richtungen a, b, c und* A, B, Γ *in zwei zu einander senkrechten Meridianebenen gelegen sind.*

Uebrigens ist, wie sogleich gezeigt werden soll, die Constante q *ausserordentlich klein*; so dass also a, b, c (20.) nahezu parallel der z-Axe, und A, B, Γ (23.) nahezn parallel der xy-Ebene liegt.

Es ist nämlich die Winkelgeschwindigkeit λ der Kugel $= \frac{2\pi}{\tau}$, falls man die Zeit einer einmaligen Umdrehung derselben mit τ bezeichnet. Somit hat jene Constante q (14.) den Werth:

$$(26.)\qquad q = \frac{3}{2}\,\frac{\varkappa}{\tau}\,.$$

Nun ist aber, falls z. B. die Kugel aus Kupfer besteht:

$$\varkappa = \frac{1}{425370}\left(\frac{1}{10}\right)^{12} \text{ Secunde}, \text{ [vgl. Seite 73]};$$

andererseits ist:

$$\tau \text{ stets} > \frac{1}{1000} \text{ Secunde};$$

denn es dürfte unmöglich sein, der Kugel mehr als 1000 Umdrehungen in der Secunde zu geben. Aus diesen Zahlenangaben aber folgt, dass q (26.) stets einen *ganz ausserordentlich kleinen* Werth hat. — *Q. e. d.*

Wir werden also ohne merklichen Fehler die in unsern Formeln mit q behafteten Glieder vernachlässigen dürfen. Alsdann erhalten wir aus (7.) und (18.):

$$(27.) \qquad \varepsilon = 0, \qquad e = Y_0 + \frac{3}{4\pi R}(A^0 x + B^0 y),$$

ferner aus (19.):

$$(28.) \qquad \Omega = 4\pi R Y_0 + (A^0 x + B^0 y), \qquad (\varrho < R),$$

endlich aus (20.) und (23.):

$$(29.) \qquad a = 0, \qquad b = 0, \qquad c = -\frac{3\lambda}{4\pi} B^0,$$

$$(30.) \qquad \mathsf{A} = R^3 A^0, \qquad \mathsf{B} = R^3 B^0, \qquad \Gamma = 0.$$

Aus (28.) ergiebt sich leicht auch das Potential Ω für *äussere* Punkte, d. i. für $\varrho > R$. Zu diesem Zwecke hat man nur im Ausdruck (28.) den ersten Term mit $\frac{R}{\varrho}$, und den zweiten mit $\left(\frac{R}{\varrho}\right)^3$ zu multipliciren. Man erhält in solcher Weise:

$$(31.) \qquad \Omega = \frac{4\pi R^2 Y_0}{\varrho} + \frac{R^3(A^0 x + B^0 y)}{\varrho^3}, \quad (\varrho > R).$$

Das Product $\varrho\Omega$ convergirt bekanntlich, bei ins Unendliche wachsendem ϱ, gegen die Gesammtmasse M der in der Kugel enthaltenen freien Elektricität. Somit folgt aus (31.):

$$(32.) \qquad \mathsf{M} = 4\pi R^2 Y_0;$$

und hierdurch bestimmt sich schliesslich die Constante Y_0.

Die Formeln (27.) bis (31.) führen nun, falls man in ihnen für Y_0 den aus (32.) entspringenden Werth substituirt, zu folgendem Resultate:

Satz. — *Eine massive Metallkugel vom Radius R rotire innerhalb eines* c o n s t a n t - e l e k t r i s c h e n F e l d e s *mit constanter Winkelgeschwin-*

digkeit λ um einen festen Durchmesser. Dieser Durchmesser sei die x-Axe eines ruhenden positiven Axensystems x, y, z, dessen Anfangspunkt im Centrum der Kugel liegt. Und die Rotation finde statt in der yz-Richtung.

Alsdann werden nach Eintritt des stationären Zustandes parallele geradlinige elektrische Strömungen im Innern der Kugel, und zugleich auch eine gewisse Ansammlung freier Elektricität an ihrer Oberfläche vorhanden sein. In ihrem Innern wird keine freie Elektricität sich vorfinden.

Denkt man sich die das gegebene constant-elektrische Feld charakterisirenden Constanten mit

$$(33.)\qquad A^0\,,\quad B^0\,,\quad 0\,,\qquad \text{[vgl. Seite 68, 69]}\,,$$

bezeichnet, so haben die Componenten a, b, c jener elektrischen Strömungen und die Flächendichtigkeit e jener an der Kugeloberfläche vorhandenen freien Elektricität die Werthe:

$$(34.)\qquad \begin{aligned} a = 0\,,\qquad b = 0\,,\qquad c = -\frac{3\lambda}{4\pi}B^0\,,\\ e = \frac{\mathsf{M}}{4\pi R^2} + \frac{3(A^0x + B^0y)}{4\pi R}\,. \end{aligned}$$

In der letzten Formel bezeichnen x, y, z die Coordinaten des betrachteten Oberflächenpunktes. Ferner ist daselbst unter M die Gesammtmasse der in der Kugel vorhandenen freien Elektricität zu verstehen).*

Dabei sei noch bemerkt, dass die (von e herrührenden) elektrischen Momente A, B, Γ die Werthe haben;

$$(35.)\qquad \mathsf{A} = R^3A^0\,,\qquad \mathsf{B} = R^3B^0\,,\qquad \Gamma = 0\,.$$

Endlich sei bemerkt, dass das (von e herrührende) elektrostatische Potential Ω der Kugel in Bezug auf einen beliebigen innern oder äussern Punkt (x, y, z) die Werthe hat:

$$(36.)\qquad \begin{aligned} \Omega &= \frac{\mathsf{M}}{R} + (A^0x + B^0y)\,,\qquad (\varrho < R)\,,\\ \Omega &= \frac{\mathsf{M}}{\varrho} + \frac{R^3(A^0x + B^0y)}{\varrho^3}\,,\qquad (\varrho > R)\,, \end{aligned}$$

wo $\varrho^2 = x^2 + y^2 + z^2$ ist.

---

*) Ist also z. B. die Kugel isolirt, und war ihr Zustand von Hause aus ein unelektrischer, so wird $\mathsf{M} = 0$ sein.

Bemerkung. — Die Formeln (34.) geben für a, b, c Werthe, die unabhängig sind vom specifischen Widerstand $\varkappa$ der rotirenden Kugel. Es müssten also die Strömungen a, b, c für eine Glaskugel dieselben Werthe haben, wie für eine Kupferkugel; — was *absurd* wäre.

Diese Absurdität verschwindet, wenn man beachtet, dass die Formeln (34.) nur *approximativ* gelten, und zwar nur für *gute* Leiter. Die eigentlich *strengen* Formeln (20.) lauten:

$$a = 0\ ,$$
$$b = \frac{3\lambda}{4\pi}\frac{B^0 q}{1+q^2}\ ,$$
$$c = -\frac{3\lambda}{4\pi}\frac{B^0}{1+q^2}\ , \qquad \text{wo } q = \frac{3\varkappa\lambda}{4\pi}\ .$$

Bringt man nun aber diese strengen Formeln auf einen Isolator d. i. auf $\varkappa = \infty$ in Anwendung, so wird q ebenfalls $= \infty$, und folglich:

$$a = b = c = 0\ ;$$

wie *a priori* zu erwarten stand.

§ 2.

Einige Hülfsformeln.

Es sei

$$V = \int \frac{D\tau}{r}$$

das Potential eines *beliebigen Körpers* von der Dichtigkeit 1 auf einen *äussern* Punkt (x_1, y_1, z_1). Dabei soll $D\tau(x, y, z)$ das Volumelement des Körpers sein, und r die Entfernung vorstellen:

$$r^2 = (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2\ .$$

Ausser dem Potential V mögen noch andere Integrale L, U, W in Betracht gezogen werden, definirt durch die Formeln:

$$(\alpha.) \qquad L = \int r^3 D\tau\ , \quad U = \int r D\tau\ , \quad V = \int \frac{D\tau}{r}\ , \quad W = \int \frac{D\tau}{r^3}\ .$$

Alsdann ergeben sich leicht die Formeln:

$$(\beta.) \qquad \begin{aligned} \Delta_1 L &= 3 \cdot 4 \cdot U\ , \\ \Delta_1 U &= 1 \cdot 2 \cdot V\ , \\ \Delta_1 V &= 0\ , \end{aligned}$$

wo

$$\Delta_1 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_1^2}$$

sein soll.

Ferner ergiebt sich z. B.:

$$\frac{\partial V}{\partial x_1} = \int \frac{x - x_1}{r^3} D\tau ,$$

d. i.

$$\frac{\partial V}{\partial x_1} = \int \frac{x}{r^3} D\tau - x_1 \int \frac{D\tau}{r^3} ,$$

also mit Rücksicht auf (α.):

$$\frac{\partial V}{\partial x_1} = \int \frac{x}{r^3} D\tau - x_1 W ,$$

oder, was dasselbe ist:

$$(\gamma.) \qquad \int \frac{x}{r^3} D\tau = \frac{\partial V}{\partial x_1} + x_1 W .$$

In ähnlicher Weise ergeben sich die Formeln:

$$(\delta.) \qquad \begin{aligned} \int \frac{x}{r} D\tau &= -\frac{\partial U}{\partial x_1} + x_1 V , \\ \int \frac{x^2}{r^3} D\tau &= -\frac{\partial^2 U}{\partial x_1^2} + \left(V + 2x_1 \frac{\partial V}{\partial x_1}\right) + x_1^2 W , \\ \int \frac{xy}{r^3} D\tau &= -\frac{\partial^2 U}{\partial x_1 \partial y_1} + \left(x_1 \frac{\partial V}{\partial y_1} + y_1 \frac{\partial V}{\partial x_1}\right) + x_1 y_1 W . \end{aligned}$$

Ferner ergeben sich in ähnlicher Art auch folgende Formeln:

$$(\varepsilon.) \qquad \begin{aligned} \int x r D\tau &= -\frac{1}{3} \frac{\partial L}{\partial x_1} + x_1 U , \\ \int \frac{x^2}{r} D\tau &= +\frac{1}{3} \frac{\partial^2 L}{\partial x_1^2} - \left(U + 2x_1 \frac{\partial U}{\partial x_1}\right) + x_1^2 V , \\ \int \frac{xy}{r} D\tau &= +\frac{1}{3} \frac{\partial^2 L}{\partial x_1 \partial y_1} - \left(x_1 \frac{\partial U}{\partial y_1} + y_1 \frac{\partial U}{\partial x_1}\right) + x_1 y_1 V . \end{aligned}$$

Ist insbesondere der gegebene Körper ein *Rotationskörper*, und seine geometrische Axe identisch mit der x-Axe des Coordinatensystems, so ist offenbar:

(ζ.) $\quad \dfrac{\partial L}{\partial y_1} : \dfrac{\partial L}{\partial z_1} = y_1 : z_1$. — Gleichzeitig werden alsdann analoge Formeln gelten für U, V und W.

Ist endlich der Körper eine *Kugel*, deren Mittelpunkt im Anfangspunkte des Coordinatensystems liegt, so ist:

(η.) $\quad \dfrac{\partial L}{\partial x_1} : \dfrac{\partial L}{\partial y_1} : \dfrac{\partial L}{\partial z_1} = x_1 : y_1 : z_1$. — Gleichzeitig werden alsdann analoge Formeln gelten für U, V, W.

Uebrigens sind im Fall der *Kugel* die eigentlichen Werthe der Integrale (α.) leicht angebbar. Man findet:

$$(\vartheta.)\quad \begin{cases} L = \dfrac{4\pi R^3}{3}\varrho_1^2 + \dfrac{8\pi R^5}{5}\varrho_1 + \dfrac{4\pi R^7}{35}\dfrac{1}{\varrho_1}\,, \\ U = \dfrac{4\pi R^3}{3}\varrho_1 + \dfrac{4\pi R^5}{15}\dfrac{1}{\varrho_1}\,, \\ V = \dfrac{4\pi R^3}{3}\dfrac{1}{\varrho_1}\,, \\ W = -\dfrac{4\pi R}{\varrho_1} - 2\pi \log\dfrac{\varrho_1 - R}{\varrho_1 + R}\,, \end{cases}$$

wo ϱ_1 den Centralabstand des äussern Punktes (x_1, y_1, z_1) vorstellt, während R den Kugelradius bezeichnet.

§ 3.

Ueber die elektromotorischen Kräfte, welche die in der rotirenden Kugel vorhandenen geradlinigen elektrischen Strömungen in einem ruhenden Conductor induciren.

Wir halten fest an den Vorstellungen und Bezeichnungen des Satzes Seite 117; überdies aber denken wir uns in der Nähe der rotirenden Kugel irgend einen *ruhenden Conductor* M_1, und innerhalb dieses Conductors einen bestimmten Punkt (x_1, y_1, z_1) markirt.

In diesem Punkte (x_1, y_1, z_1) werden durch die in der Kugel vorhandenen elektrischen Strömungen (34.)

$$(37.)\qquad a = 0\,,\qquad b = 0\,,\qquad c = -\frac{3\lambda}{4\pi}B^0$$

bestimmte elektromotorische Kräfte $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ inducirt, welche, zufolge des allgemeinen Satzes (Seite 105), die Werthe haben:

$$(38.)\qquad \begin{aligned} \mathfrak{X} &= A^2\lambda\frac{\partial\mathfrak{U}}{\partial x_1}\,, \\ \mathfrak{Y} &= A^2\lambda\left(\frac{\partial\mathfrak{U}}{\partial y_1} + N\mathfrak{Z}^c\right), \\ \mathfrak{Z} &= A^2\lambda\left(\frac{\partial\mathfrak{U}}{\partial z_1} - N\mathfrak{Z}^b\right), \end{aligned}$$

wo im gegenwärtigen Fall $\mathfrak{U}$, $\mathfrak{J}^b$, $\mathfrak{J}^c$ folgende Bedeutungen besitzen:

$$\begin{aligned} \mathfrak{U} &= (N-1)(z_1\mathfrak{Z}^b - y_1\mathfrak{Z}^c) - cy_1\int\frac{D\tau}{r}\,, \\ \mathfrak{Z}^b &= c\int\frac{(z_1 - z)y}{r^3}D\tau\,, \\ \mathfrak{Z}^c &= c\int\frac{(z_1 - z)z}{r^3}D\tau + c\int\frac{D\tau}{r}\,; \end{aligned}$$

denn es ist zu beachten, dass im gegenwärtigen Falle [vgl. (37.)] $a = b = 0$ und $c =$ Const. ist. Dabei ist:

$$r^2 = (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2 .$$

Bedient man sich der in (α.), (γ.), (δ.) Seite 119, 120 gegebenen Formeln und Bezeichnungen, so ist der Werth von $\mathfrak{U}$ auch so darstellbar:

$$\mathfrak{U} = (N-1)(z_1 \mathfrak{J}^b - y_1 \mathfrak{J}^c) - c y_1 V . \tag{39.}$$

In gleicher Weise ergeben sich für $\mathfrak{J}^b$, $\mathfrak{J}^c$ die Ausdrücke:

$$\mathfrak{J}^b = c z_1 \left(\frac{\partial V}{\partial y_1} + y_1 W\right) - c\left[-\frac{\partial^2 U}{\partial y_1 \partial z_1} + \left(y_1 \frac{\partial V}{\partial z_1} + z_1 \frac{\partial V}{\partial y_1}\right) + y_1 z_1 W\right] ,$$

$$\mathfrak{J}^c = c z_1 \left(\frac{\partial V}{\partial z_1} + z_1 W\right) - c\left[-\frac{\partial^2 U}{\partial z_1^2} + \left(V + 2 z_1 \frac{\partial V}{\partial z_1}\right) + z_1^2 W\right] + cV .$$

Hier heben sich viele Glieder fort, so dass man erhält:

$$\begin{aligned} \mathfrak{J}^b &= c \frac{\partial^2 U}{\partial y_1 \partial z_1} - c y_1 \frac{\partial V}{\partial z_1} , \\ \mathfrak{J}^c &= c \frac{\partial^2 U}{\partial z_1^2} - c z_1 \frac{\partial V}{\partial z_1} ; \end{aligned} \tag{40.}$$

woraus z. B. folgt:

$$z_1 \mathfrak{J}^b - y_1 \mathfrak{J}^c = c\left(z_1 \frac{\partial^2 U}{\partial y_1 \partial z_1} - y_1 \frac{\partial^2 U}{\partial z_1^2}\right) ,$$

$$\text{d. i.} = c \frac{\partial}{\partial z_1}\left(z_1 \frac{\partial U}{\partial y_1} - y_1 \frac{\partial U}{\partial z_1}\right) - c \frac{\partial U}{\partial y_1} .$$

Nun ist aber nach (ζ.) Seite 120:

$$\frac{\partial U}{\partial y_1} : \frac{\partial U}{\partial z_1} = y_1 : z_1 .$$

Somit folgt:

$$z_1 \mathfrak{J}^b - y_1 \mathfrak{J}^c = - c \frac{\partial U}{\partial y_1} ,$$

wodurch die Formel (39.) übergeht in:

$$\mathfrak{U} = -(N-1) c \frac{\partial U}{\partial y_1} - c y_1 V . \tag{41.}$$

Substituirt man schliesslich für U, V ihre eigentlichen Werthe (ϑ.) Seite 121, so gewinnen die Formeln (41.) und (40.) folgende Gestalt:

$$\begin{aligned} \mathfrak{U} &= c\left[(N-1) \frac{4\pi R^5}{15} \frac{y_1}{\varrho_1^3} - N \frac{4\pi R^3}{3} \frac{y_1}{\varrho_1}\right] , \\ \mathfrak{J}^b &= c\left[\frac{4\pi R^5}{15} \frac{3 y_1 z_1}{\varrho_1^5}\right] , \\ \mathfrak{J}^c &= c\left[\frac{4\pi R^5}{15}\left(\frac{3 z_1^2}{\varrho_1^5} - \frac{1}{\varrho_1^3}\right) + \frac{4\pi R^3}{3} \frac{1}{\varrho_1}\right] , \end{aligned} \tag{42.}$$

wo $\varrho_1^2 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2$ ist.

Bemerkung. — Man kann (was als Controle zweckmässig ist) zur Berechnung von $\mathfrak{Z}^b$, $\mathfrak{Z}^c$ auch folgenden Weg einschlagen. Es ist nach Seite 109 (57.):

$$(\alpha.)\qquad \mathfrak{Z}^b = \lambda\int\frac{y}{r}\frac{\partial\varepsilon}{\partial\varphi}D\tau + \lambda\int\frac{y}{r}\frac{\partial e}{\partial\varphi}D\sigma\,,$$

$$\mathfrak{Z}^c = \lambda\int\frac{z}{r}\frac{\partial\varepsilon}{\partial\varphi}D\tau + \lambda\int\frac{z}{r}\frac{\partial e}{\partial\varphi}D\sigma\,,$$

wo $r^2 = (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2$ ist.

Andererseits ist, wie sich aus (7.) und (34.) leicht ergiebt:

$$(\beta.)\qquad \frac{\partial\varepsilon}{\partial\varphi} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial e}{\partial\varphi} = -\frac{3B^0}{4\pi}\frac{z}{R}\,.$$

Substituirt man diese Werthe (β.) in (α.), so sind die Integrationen durch Entwicklung nach Kugelfunctionen leicht ausführbar. Und man gelangt so zu den in (42.) für $\mathfrak{Z}^b$, $\mathfrak{Z}^c$ angegebenen Werthen.

Bezeichnet man schliesslich den betrachteten Punkt des *ruhenden* Conductors M_1 nicht mit $(x_1, y_1, z_1, \varrho_1)$, sondern einfacher mit (x, y, z, ϱ), so gelangt man, auf Grund der Formeln (38.) und (42.), zu folgendem Resultate:

Satz. — *Man halte fest an den Vorstellungen und Bezeichnungen des vorhergehenden Satzes Seite 117, und denke sich überdies in der Nähe der rotirenden Kugel irgend welchen ruhenden Conductor M_1, und innerhalb dieses Conductors einen bestimmten Punkt (x, y, z).*

In diesem Punkte (x, y, z) wird alsdann die rotirende Kugel, vermöge der in ihr vorhandenen elektrischen Strömungen a, b, c,) bestimmte elektromotorische Kräfte $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ hervorrufen. Diese Kräfte lauten:*

$$(43.)\qquad \begin{aligned} \mathfrak{X} &= A^2\lambda\frac{\partial\mathfrak{U}}{\partial x}\,,\\ \mathfrak{Y} &= A^2\lambda\left(\frac{\partial\mathfrak{U}}{\partial y} + N\mathfrak{Z}^c\right),\\ \mathfrak{Z} &= A^2\lambda\left(\frac{\partial\mathfrak{U}}{\partial z} - N\mathfrak{Z}^b\right), \end{aligned}$$

wo $\mathfrak{U}$, $\mathfrak{Z}^b$, $\mathfrak{Z}^c$ die Bedeutungen besitzen:

$$(44.)\qquad \begin{aligned} \mathfrak{U} &= c\left[(N-1)\frac{4\pi R^5}{15}\frac{y}{\varrho^3} - N\frac{4\pi R^3}{3}\frac{y}{\varrho}\right],\\ \mathfrak{Z}^b &= c\left[\frac{4\pi R^5}{15}\frac{3yz}{\varrho^5}\right],\\ \mathfrak{Z}^c &= c\left[\frac{4\pi R^5}{15}\left(\frac{3z^2}{\varrho^5} - \frac{1}{\varrho^3}\right) + \frac{4\pi R^3}{3}\frac{1}{\varrho}\right]. \end{aligned}$$

*) Diese beschränkende Ausdrucksweise ist Schlussbemerkung auf Seite 132.

Hier ist $\varrho^2 = x^2 + y^2 + z^2$. *Ueberdies sind unter A und N die Constanten des Inductionsgesetzes* (Seite 81) *zu verstehen.*

Bemerkung. — Für den speciellen Fall $N = 0$ würden die Kräfte $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ (43.) ein *Potential* besitzen. Sollte also $N = 0$ sein, so würde durch diese elektromotorischen Kräfte in einem ruhenden Drahtringe kein dauernder Strom hervorgerufen werden.

Ist hingegen N verschieden von 0, so entsteht in einem solchen Ringe ein andauernder und constant bleibender Strom, dessen Stärke, wie man aus (43.), (44.) leicht erkennt, mit N proportional ist; so dass also dieser Strom z. B. entgegengesetzte Richtungen haben wird, je nachdem $N = + 1$ oder $N = - 1$ ist.

§ 4.

Sich anschliessende Betrachtungen.

Aus den Untersuchungen dieses Capitels (vgl. namentlich die Sätze auf Seite 117 und 123) können wir folgenden Satz herausheben:

Eine massive Metallkugel M vom Radius R rotire um einen festen Durchmesser mit constanter Winkelgeschwindigkeit λ. *Dieser feste Durchmesser sei die x-Axe eines ruhenden positiven Axensystems x, y, z. Und das Kugelcentrum sei der Anfangspunkt dieses Systems. Die Rotation finde statt in der yz-Richtung.*

In der rotirenden Kugel M mag nun (in Folge irgend welcher Ursachen, deren Beschaffenheit ganz dahingestellt bleiben soll) *ein fortdauernder elektrischer Strömungszustand vorhanden sein, welcher mit Bezug auf das ruhende Axensystem x, y, z constant ist. Und zwar seien diese elektrischen Strömungen innerhalb der Kugel überall parallel der z-Axe und überall von einerlei Stärke, so dass also für die Strömungscomponenten a, b, c in jedwedem Punkte der Kugel die Formeln gelten:*

$$(1.)\qquad \begin{aligned} a &= 0\ , \\ b &= 0\ , \\ c &= \text{Const.}\ , \end{aligned}$$

wobei unter der Constante eine bestimmt gegebene Zahl zu verstehen ist.

Alsdann werden von diesen Strömungen in irgend einem Punkte (x, y, z) *eines ruhenden Conductors* M_1 *bestimmte elektromotorische Kräfte* $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ *hervorgebracht werden. Dieselben haben die Werthe:*

$$(2.)\qquad \begin{aligned} \mathfrak{X} &= A^2\lambda\frac{\partial\mathfrak{U}}{\partial x}\,,\\ \mathfrak{Y} &= A^2\lambda\left(\frac{\partial\mathfrak{U}}{\partial y} + N\mathfrak{J}^c\right),\\ \mathfrak{Z} &= A^2\lambda\left(\frac{\partial\mathfrak{U}}{\partial z} - N\mathfrak{J}^b\right). \end{aligned}$$

Hier haben $\mathfrak{U}$ *und* $\mathfrak{J}^b$, $\mathfrak{J}^c$ *die Bedeutungen:*

$$(3.)\qquad \begin{aligned} \mathfrak{U} &= c\left[(N-1)\frac{4\pi R^5}{15}\frac{y}{\varrho^3} - N\frac{4\pi R^3}{3}\frac{y}{\varrho}\right],\\ \mathfrak{J}^b &= c\left[\frac{4\pi R^5}{15}\frac{3yz}{\varrho^5}\right],\\ \mathfrak{J}^c &= c\left[\frac{4\pi R^5}{15}\left(\frac{3z^2}{\varrho^5} - \frac{1}{\varrho^3}\right) + \frac{4\pi R^3}{3}\frac{1}{\varrho}\right]. \end{aligned}$$

Dabei bezeichnet (x, y, z) ***den gegebenen Punkt des ruhenden Conductors*** M_1, ***und*** ϱ ***den Abstand dieses Punktes von Mittelpunkte der Kugel*** M; ***so dass also*** $\varrho^2 = x^2 + y^2 + z^2$ ***ist. Ferner bezeichnen*** A ***und*** N ***die Constanten des zu Grunde gelegten Inductionsgesetzes*** (vgl. Seite 81).

Wäre $N = 0$, so würden die Kräfte (2.) ein Potential besitzen, also in einem ruhenden Metallringe keinen dauernden elektrischen Strom hervorbringen können. Möglicherweise hat aber N [vgl. (1 a.) Seite 81] einen der Werthe 1 oder -1. Und alsdann besitzen die Kräfte (2.) *kein* Potential; so dass sie also in diesem Falle in einem ruhenden Metallringe in der That einen dauernden elektrischen Strom zu erzeugen im Stande sind. Es fragt sich, wie *stark* ein solcher Strom etwa sein würde, in welchem Verhältniss seine Stärke stehen würde zur Stärke jener primären, in der Kugel vorhandenen Ströme (1.)

Bemerkung. — In welcher Art jene primären Strömungen (1.) hervorgebracht werden, ist für die weiter folgenden Betrachtungen durchaus gleichgültig.

Man denke sich z. B. den Strom einer constanten Galvanischen Batterie durch einen massiven Kupfercylinder der Art hindurchgeleitet, dass die elektrische Strömung innerhalb des Cylinders möglichst *gleichförmig* (überall von gleicher Stärke und überall parallel der Cylinderaxe) ist. Man denke sich ferner innerhalb des Cylinders eine Kugelfläche construirt, und durch diese Fläche die ganze Kupfermasse des massiven Cylinders in zwei Theile *zerlegt*, von denen der äussere *ruht*, während die den inneren Theil repräsentirende Kugel um einen festen und zur Cylinderaxe senkrechten Durchmesser in gleichförmiger *Rotation* erhalten wird, (etwa mittelst eines Uhrwerkes). Alsdann

werden offenbar im Innern dieser rotirenden Kugel elektrische Strömungen vom Charakter (1.) vorhanden sein, — vorausgesetzt, dass der metallische Contact jener beiden Kupfermassen ein absolut vollkommener ist, ebenso vollkommen, wie er *vor* der Zerlegung und Rotation war.

Diese Voraussetzung wird man niemals zu erfüllen im Stande sein. Und demgemäss soll also das soeben Gesagte keine praktische Methode sein, vielleicht aber eine Anregung geben, nach einer solchen zu suchen.

Jedenfalls wird es nicht leicht sein, in der rotirenden Kugel elektrische Strömungen vom Charakter (1.) und zugleich von *ansehnlicher Stärke* wirklich herzustellen. Die früher (Satz, Seite 117) besprochene Methode des constant-elektrischen Feldes liefert allerdings derartige Strömungen, aber leider nur von sehr geringer Stärke.

Um nun auf unser eigentliches Thema näher einzugehen, stellen wir uns folgende Aufgabe:

Aufgabe. — *Es ist gegeben ein linearer homogener Metallring, d. h. ein in sich zurücklaufender Draht von beliebiger Gestalt, von überall gleich grossem Querschnitt, und vom specifischen Widerstand $\varkappa$. Dieser Ring sei fest aufgestellt. Auch sei für denselben von vornherein* (etwa durch einen eingravirten Pfeil) *eine bestimmte Umlaufsrichtung festgesetzt.*

Es soll die elektrische Strömung j ermittelt werden, welche in diesem Draht durch die Kräfte (2.) *erzeugt wird, wobei j zu rechnen ist in jener festgesetzten Umlaufsrichtung. (Man beachte die Schlussbemerkung auf Seite 132.)*

Insbesondere soll untersucht werden das Verhältniss der Strömungsstärke) j zu der in der rotirenden Kugel vorhandenen Strömungsstärke c.*

Wir denken uns ein Flächenstück ω construirt, der Art, dass der Rand desselben durch den gegebenen Metallring gebildet wird. Irgend ein Element dieses Flächenstückes ω bezeichnen wir mit $D\omega$, und die Richtungscosinus der Normale des Elementes $D\omega$ mit α, β, γ. Und zwar mag diese Normale *positiv* liegen in Bezug auf die festge-

---

*) Der Verf. unterscheidet (wie stets in seinen Abhandlungen) zwischen *Strömungs*stärke und *Strom*stärke. In dem hier betrachteten Draht z. B. stehen die Strömungsstärke j und die Stromstärke J zu einander in der Beziehung:

$$J = qj\,,$$

wo q den Querschnitt des Drahtes vorstellt. Die *Strömung* [illegible] identisch mit dem, was Kirchhoff als *Stromdichtigkeit* be[illegible]

setzte Umlaufsrichtung. Denken wir uns also in einem Elemente des Ringes eine von jener Umlaufsrichtung von Fuss zu Kopf durchflossene menschliche Figur liegend und nach $D\omega$ hinsehend, so soll α, β, γ diejenige Richtung sein, welche diese Figur mit ausgestrecktem linken Arm angiebt.

Dies vorausgeschickt, markiren wir auf dem Ringe irgend zwei in seiner Umlaufsrichtung auf einander folgende Punkte (x, y, z) und $(x + Dx, y + Dy, z + Dz)$, und bezeichnen das zwischen denselben befindliche Ringelement seiner Länge nach mit Ds. Zugleich setzen wir:

$$
(4.)\qquad \begin{aligned} \mathsf{A}\,Ds &= Dx\;, \\ \mathsf{B}\,Ds &= Dy\;, \\ \Gamma\,Ds &= Dz\;: \end{aligned}
$$

so dass also A, B, Γ die Richtungscosinus des Elementes Ds vorstellen, diese Richtung genommen im Sinne der festgesetzten Umlaufsrichtung. Sind nun u, v, w die Componenten der in Ds durch die Kräfte $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ (2.) erzeugten elektrischen Strömung j, so ist nach den Kirchhoff'schen Formeln (Seite 79):

$$
(5.)\qquad \begin{aligned} \varkappa u &= \mathfrak{X} - \frac{\partial \Phi}{\partial x}\;, \\ \varkappa v &= \mathfrak{Y} - \frac{\partial \Phi}{\partial y}\;, \\ \varkappa w &= \mathfrak{Z} - \frac{\partial \Phi}{\partial z}\;, \end{aligned}
$$

wo Φ das noch unbekannte elektrostatische Potential vorstellt.

Aus den Formeln (4.), (5.) folgt durch Multiplication und Addition:

$$
\begin{aligned} \varkappa(\mathsf{A}u + \mathsf{B}v + \Gamma w)Ds = {} & (\mathfrak{X}Dx + \mathfrak{Y}Dy + \mathfrak{Z}Dz) \\ & - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}Dx + \frac{\partial \Phi}{\partial y}Dy + \frac{\partial \Phi}{\partial z}Dz\right). \end{aligned}
$$

Und hieraus folgt weiter durch Integration über alle Elemente Ds des Ringes:

$$
\varkappa\int(\mathsf{A}u + \mathsf{B}v + \Gamma w)Ds = \int(\mathfrak{X}Dx + \mathfrak{Y}Dy + \mathfrak{Z}Dz)\;.
$$

Das Trinom $\mathsf{A}u + \mathsf{B}v + \Gamma w$ ist offenbar nichts anderes als die zu berechnende Strömungsstärke j. Zur Zeit des stationären Zustandes — auf diesen beschränken wir uns — wird aber die Strömungs[illegible]m Ringe überall einerlei Werth haben. Demgemäss

$$\varkappa j\int Ds = \int(\mathfrak{X}Dx + \mathfrak{Y}Dy + \mathfrak{Z}Dz)\ ,$$

oder, was dasselbe ist:

$$\varkappa j l = \int(\mathfrak{X}Dx + \mathfrak{Y}Dy + \mathfrak{Z}Dz)\ , \tag{6.}$$

wo l die *Länge* (d. i. den *Umfang*) des Ringes vorstellt, während $\varkappa$ seinen *specifischen Widerstand* bezeichnet.

Das hier in (6.) auftretende über die Ring*curve* erstreckte Integral ist verwandelbar in ein über die Ring*fläche* ω sich ausdehnendes Integral. Und zwar erhält man mittelst bekannter Sätze*):

$$\varkappa lj = \int\left\{\alpha\left(\frac{\partial\mathfrak{Z}}{\partial y} - \frac{\partial\mathfrak{Y}}{\partial z}\right) + \beta\left(\frac{\partial\mathfrak{X}}{\partial z} - \frac{\partial\mathfrak{Z}}{\partial x}\right) + \gamma\left(\frac{\partial\mathfrak{Y}}{\partial x} - \frac{\partial\mathfrak{X}}{\partial y}\right)\right\} D\omega\ , \tag{7.}$$

wo $D\omega$ und α, β, γ die schon genannten Bedeutungen haben. — Diese Formel (7.) ist zur wirklichen Berechnung von j meistentheils bequemer als die Formel (6.).

Für die in (7.) enthaltenen Binome ergeben sich aus (2.) die Werthe:

$$\begin{aligned} \frac{\partial\mathfrak{Z}}{\partial y} - \frac{\partial\mathfrak{Y}}{\partial z} &= -NA^2\lambda\left(\frac{\partial\mathfrak{J}^b}{\partial y} + \frac{\partial\mathfrak{J}^c}{\partial z}\right)\ , \\ \frac{\partial\mathfrak{X}}{\partial z} - \frac{\partial\mathfrak{Z}}{\partial x} &= +NA^2\lambda\frac{\partial\mathfrak{J}^b}{\partial x}\ , \\ \frac{\partial\mathfrak{Y}}{\partial x} - \frac{\partial\mathfrak{X}}{\partial y} &= +NA^2\lambda\frac{\partial\mathfrak{J}^c}{\partial x}\ . \end{aligned} \tag{8.}$$

Hieraus aber folgt, falls man für $\mathfrak{J}^b$, $\mathfrak{J}^c$ die Ausdrücke (3.) substituirt, sofort:

$$\begin{aligned} \frac{\partial\mathfrak{Z}}{\partial y} - \frac{\partial\mathfrak{Y}}{\partial z} &= NA^2\lambda c\left[\frac{4\pi R^5}{15}\left(-\frac{12z}{\varrho^5} + \frac{15z(z^2+y^2)}{\varrho^7}\right) + \frac{4\pi R^3}{3}\frac{z}{\varrho^3}\right], \\ \frac{\partial\mathfrak{X}}{\partial z} - \frac{\partial\mathfrak{Z}}{\partial x} &= NA^2\lambda c\left[\frac{4\pi R^5}{15}\left(-\frac{15xyz}{\varrho^7}\right)\right], \\ \frac{\partial\mathfrak{Y}}{\partial x} - \frac{\partial\mathfrak{X}}{\partial y} &= NA^2\lambda c\left[\frac{4\pi R^5}{15}\left(\frac{3x}{\varrho^5} - \frac{15xz^2}{\varrho^7}\right) + \frac{4\pi R^3}{3}\left(-\frac{x}{\varrho^3}\right)\right]. \end{aligned} \tag{9.}$$

Hieraus folgt durch Multiplication mit x, y, z und Addition:

$$x\left(\frac{\partial\mathfrak{Z}}{\partial y} - \frac{\partial\mathfrak{Y}}{\partial z}\right) + y\left(\frac{\partial\mathfrak{X}}{\partial z} - \frac{\partial\mathfrak{Z}}{\partial x}\right) + z\left(\frac{\partial\mathfrak{Y}}{\partial x} - \frac{\partial\mathfrak{X}}{\partial y}\right) = NA^2\lambda c\frac{4\pi R^5}{15}\left(-\frac{9xz}{\varrho^5}\right), \tag{10.}$$

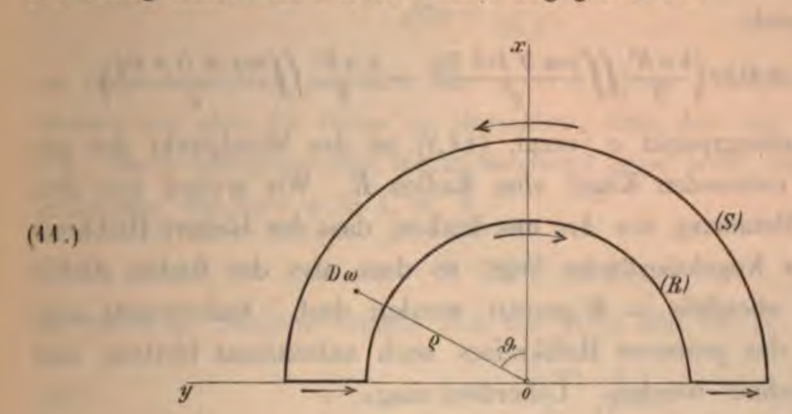
eine Formel, die für die Berechnung des Integrals (7.) *dann* von Nutzen sein wird, wenn die Fläche ω ein Stück einer um den Anfangspunkt beschriebenen Kugelfläche ist.

---

*) Vgl. C. Neumann: Die elektrischen Kräfte, bei Teubner, 1873. Seite 88, 89.

Bei der Bemühung, den betrachteten Metallring der Art einzurichten, dass die in ihm durch die Kräfte (2.) erzeugte Strömung j möglichst stark ist, bin ich nach mancherlei Versuchen zu derjenigen Lage und Gestalt des Ringes geführt worden, die in der folgenden Zeichnung durch die *starken* Linien angegeben ist:

(11.)



Der Ring soll also aus vier Drähten zusammengesetzt sein, von welchen zwei geradlinig, die beiden andern aber Halbkreise sind, deren Centrum in o, d. i. im Anfangspunkte des Coordinatensystems, d. i. im Mittelpunkte der um die x-Axe rotirenden Kugel liegt. Die für den Ring von Hause aus festgesetzte Umlaufsrichtung soll durch die beigesetzten Pfeile angedeutet sein. Die ganze Figur (11.) liegt in der xy-Ebene; so dass also zur Fläche ω derjenige Theil dieser Ebene genommen werden darf, welcher innerhalb des Ringes liegt. Die in einem Element $D\omega$ dieser Fläche errichtete *positive* Normale (α, β, γ) ist alsdann (die Ebene der Zeichnung horizontal gedacht) nach *oben* gerichtet, mithin:

(12.) $$\alpha = 0\,, \quad \beta = 0\,, \quad \gamma = 1\,;$$

denn es ist zu beachten, dass das Axensystem x, y, z ein *positives* sein soll, und dass also seine z-Axe ebenfalls nach *oben* gerichtet ist.

Substituirt man die Werthe (12.) in (7.) so folgt

(13.) $$\varkappa l j = \int \left(\frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial y} \right) D\omega\,.$$

Substituirt man hier für den Ausdruck unter dem Integralzeichen den in (9.) angegebenen Werth, und beachtet man, dass die Fläche ω in der xy-Ebene liegt, dass also das z für alle Punkte dieser Fläche $= 0$ ist, so erhält man:

$$(14.)\qquad \varkappa lj = NA^2\lambda c\int\left(\frac{4\pi R^5}{15}\frac{3x}{\varrho^5} - \frac{4\pi R^3}{3}\frac{x}{\varrho^3}\right)D\omega\,.$$

Führt man hier [vergl. (11.)] die Polarcoordinaten ϱ, ϑ ein, setzt man also:

$$x = \varrho\cos\vartheta \quad \text{und} \quad D\omega = \varrho D\varrho D\vartheta\,,$$

so ergiebt sich:

$$(15.)\quad \varkappa lj = NA^2\lambda c\left(\frac{4\pi R^5}{5}\iint\frac{\cos\vartheta\, D\vartheta\, D\varrho}{\varrho^3} - \frac{4\pi R^3}{3}\iint\frac{\cos\vartheta\, D\vartheta\, D\varrho}{\varrho}\right).$$

Der Anfangspunkt o [vergl. (11.)] ist der Mittelpunkt der um die x-Axe rotirenden Kugel vom Radius R. Wir wollen nun den gegebenen Metallring der Art uns denken, dass der *kleinere* Halbkreis *dicht* an der Kugeloberfläche liegt, so dass also der Radius dieses Halbkreises ebenfalls $= R$ gesetzt werden darf. Andererseits mag der Radius des *grösseren* Halbkreises noch unbestimmt bleiben, und mit S bezeichnet werden. Ueberdies mag:

$$(16.)\qquad \frac{S}{R} = \sigma$$

gesetzt werden. — Alsdann ergeben sich für die in (15.) stehenden Integrale die Werthe:

$$\iint\frac{\cos\vartheta\cdot D\vartheta\cdot D\varrho}{\varrho^3} = 2\int_R^S\frac{D\varrho}{\varrho^3} = \frac{1}{R^2}\,\frac{\sigma^2-1}{\sigma^2}\,,$$

$$\iint\frac{\cos\vartheta\cdot D\vartheta\cdot D\varrho}{\varrho} = 2\int_R^S\frac{D\varrho}{\varrho} = 2\log\sigma\,.$$

Dies in (15.) substituirt, ergiebt sich:

$$(17.)\qquad \varkappa lj = NA^2\lambda c\left(\frac{8\pi R^3}{10}\,\frac{\sigma^2-1}{\sigma^2} - \frac{8\pi R^3}{3}\log\sigma\right).$$

Andererseits hat der Umfang l des Ringes den Werth:

$$l = 2(S-R) + \pi(S+R)\,,$$

d. i.

$$(18.)\qquad l = R\big(2(\sigma-1) + \pi(\sigma+1)\big)\,.$$

Nunmehr folgt aus (17.), (18.) durch Division:

$$(19.)\qquad \varkappa j = -\,NA^2\lambda c\,\frac{8\pi R^2}{3}\left(\underbrace{\frac{\log\sigma - \frac{3}{10}\,\frac{\sigma^2-1}{\sigma^2}}{2(\sigma-1)+\pi(\sigma+1)}}_{f\,=\,f(\sigma)}\right).$$

Berechnet man die hier mit f oder $f(\sigma)$ bezeichnete Function für $\sigma = 1, 2, 3, 4, 5$, so erhält man:

$$(20.)\qquad f(1) = 0\,,\quad f(2) = \frac{1}{22{,}8}\,,\quad f(3) = \frac{1}{20{,}7}\,,\quad f(4) = \frac{1}{19{,}7}\,,$$
$$f(5) = \frac{1}{20{,}6}\,,$$

so dass also $f(\sigma)$ ungefähr für $\sigma = 4$ einen *Maximalwerth* hat. Wollen wir also die Dinge so einrichten, dass der aus der Formel (19.) für j entspringende Werth *möglichst gross* wird, so ist es angemessen, die Zahl $\sigma = 4$, d. h.

$$(21.)\qquad S = 4R$$

zu machen. Alsdann ergiebt sich aus (19.) und (20.):

$$(22.)\qquad \varkappa j = -NA^2\lambda c\,\frac{8\pi R^3}{3}\,\frac{1}{19{,}7}\,,$$

oder, falls man die Umdrehungszeit der rotirenden Kugel mit τ bezeichnet, mithin $\lambda = \frac{2\pi}{\tau}$ setzt:

$$(23.)\qquad \frac{\varkappa j}{c} = -NA^2\,\frac{2\pi}{\tau}\,\frac{8\pi R^3}{3}\,\frac{1}{19{,}7}\,,$$

oder besser geordnet:

$$(24.)\qquad \frac{j}{c} = -N\,\frac{16\pi^2}{3\cdot 19{,}7}\,\frac{A^2}{\varkappa}\,\frac{R^3}{\tau}\,.$$

Um von diesem Werthe des Quotienten $\frac{j}{c}$ eine deutliche Vorstellung zu erhalten, wollen wir annehmen, der gegebene Drahtring bestände aus *Kupfer*, und es sei also [vergl. Seite 73, Formel (VIIa.)]:

$$(\alpha.)\qquad \frac{A^2}{\varkappa} = 44\left(\frac{1}{10}\right)^7 \frac{\text{Sec.}}{(\text{Mill.})^2}\,.$$

Ferner wollen wir annehmen, der Radius R der rotirenden Kugel sei $= 100$ Mill. Endlich wollen wir annehmen, die Kugel mache in der Secunde 100 Umdrehungen, ihre Umdrehungszeit τ sei also $= \frac{1}{100}$ Sec. Alsdann ist also:

$$R^3 = (10)^6\,(\text{Mill.})^3 \quad\text{und}\quad \tau = \frac{1}{(10)^2}\,\text{Sec.}\,,$$

folglich:

$$(\beta.)\qquad \frac{R^2}{\tau} = (10)^6 \frac{(\text{Mill.})^2}{\text{Sec.}}\,.$$

Substituiren wir diese Werthe (α.), (β.) in (24.), so folgt:

$$(25.)\qquad \frac{j}{c} = -N\left[\frac{16\cdot\pi^2}{3\cdot 19{,}7}\,\frac{44}{10}\right].$$

Der hier in der eckigen Klammer stehende Ausdruck ist offenbar *grösser* als

$$\frac{16\cdot 9}{3\cdot 20}\,\frac{44}{10} = \frac{8\cdot 3\cdot 44}{100} = 10{,}56\,,$$

also *a fortiori grösser* als 10.

Somit folgt aus (25.), *dass der absolute Werth des Quotienten* $\frac{j}{c}$ *grösser als* 10 *sein wird, falls man die Zahl* N (den Theorien von W. WEBER und F. NEUMANN entsprechend) *gleich* ± 1 *sich denkt.*

Mit andern Worten: Die im Ringe inducirte elektrische Strömung j wird bei Annahme des W. WEBER'schen Inductionsgesetzes, und ebenso auch bei Annahme des F. NEUMANN'schen Inductionsgesetzes mehr als zehnmal so stark sein, als die primäre in der rotirenden Kugel vorhandene Strömung c. Gleichzeitig ersieht man aus der Formel (25.), dass diese Strömung j im Falle des W. WEBER-schen Gesetzes ($N = 1$) die mit den Pfeilen in Figur (11.) *entgegengesetzte* Richtung hat, dass sie andererseits aber im Falle des F. NEUMANN'schen Gesetzes ($N = -1$) ihrer Richtung nach mit jenen Pfeilen *übereinstimmen* wird; vorausgesetzt, dass c positiv ist.

Dass endlich, bei Annahme des vom Verf. aufgestellten Inductionsgesetzes ($N = 0$), die im Ringe inducirte elektrische Strömung stets *Null* sein wird, ist schon vorhin bemerkt worden, ergiebt sich übrigens auch direct aus der Formel (25.).

Schlussbemerkung. — Im Satze Seite 123 sind 𝔛, 𝔜, 𝔷 absichtlich als diejenigen elektromotorischen Kräfte bezeichnet, welche die rotirende Kugel, *vermöge der in ihr vorhandenen Strömungen* a, b, c, im ruhenden Conductor inducirt. Offenbar sind nämlich in der rotirenden Kugel noch *andere* Umstände (wie z. B. die in ihr enthaltene statische Elektricität, vielleicht auch der in ihr vorhandene Tauschverkehr zwischen statischer und dynamischer Elektricität) namhaft zu machen, vermöge deren ebenfalls in dem ruhenden Conductor irgend welche elektromotorische Kräfte hervorgerufen werden.

Fünftes Kapitel.

Die elektromotorischen Kräfte, welche in einem ruhenden Conductor durch eine Metallkugel hervorgerufen werden, falls diese letztere innerhalb eines constant-magnetischen Feldes mit constanter Geschwindigkeit rotirt.

§ 1.

Der elektrische Zustand einer mit constanter Geschwindigkeit in einem constant-magnetischen Felde rotirenden Kugel.

In Bezug auf die *rotirende Kugel* und das *ruhende Axensystem* x, y, z wollen wir genau dieselben Vorstellungen adoptiren wie im vorhergehenden Kapitel (Seite 110). Auch wollen wir die Polarcoordinaten irgend eines Punktes (x, y, z) wiederum mit (ϱ, ϑ, φ) bezeichnen, so dass also, ebenso wie damals, die Relationen gelten:

$$(1.)\qquad \begin{aligned} x &= \varrho \cos \vartheta\,, \\ y &= \varrho \sin \vartheta \cos \varphi\,, \\ z &= \varrho \sin \vartheta \sin \varphi\,. \end{aligned}$$

Noch sei bemerkt, dass die Geschwindigkeiten der einzelnen ponderablen Massenpunkte der Kugel mit Leichtigkeit angebbar sind. Sind nämlich x, y, z die augenblicklichen Coordinaten eines solchen Punktes, so gelten für seine augenblicklichen Geschwindigkeitscomponenten die Formeln:

$$(2.)\qquad \frac{dx}{dt} = 0\,, \quad \frac{dy}{dt} = -\lambda z\,, \quad \frac{dz}{dt} = +\lambda y\,.$$

Diese Formeln, in denen λ die constante Winkelgeschwindigkeit der Kugel vorstellt, ergeben sich sofort aus (31.) Seite 97.

In der Nähe der rotirenden Kugel seien nun irgendwelche *Inducenten* M_0 aufgestellt, die theils aus geschlossenen elektrischen Strömen, theils aus Magneten bestehen. All' diese Inducenten M_0 seien von *unveränderlicher Lage und Beschaffenheit.*

Alsdann wird offenbar die rotirende Kugel durch die Einwirkung der Inducenten in einen stationären elektrischen Zustand gerathen, d. h. in einen Zustand, der in Bezug auf das ruhende

Axensystem x, y, z *constant* bleibt. Es handelt sich daurm, die diesem Zustande eigenthümlichen Functionen [vgl. Seite 97]:

$$(3.)\qquad a = a(x, y, z), \quad b = b(x, y, z), \quad c = c(x, y, z), \\ \varepsilon = \varepsilon(x, y, z), \quad e = e(x, y, z)$$

näher zu bestimmen.

Sind A^0, B^0, C^0 die Componenten derjenigen *ponderomotorischen* Kraft, welche die Inducenten M_0 auf einen magnetischen Massenpunkt (x, y, z) von der magnetischen Masse Eins ausüben würden, so werden die Componenten X, Y, Z derjenigen *elektromotorischen* Kraft, welche jene Inducenten in einem ponderablen Massenpunkte (x, y, z) der rotirenden Kugel induciren, die Werthe haben [vgl. (ξ.) Seite 79]:

$$X = A\left(C^0 \frac{dy}{dt} - B^0 \frac{dz}{dt}\right),$$

$$Y = A\left(A^0 \frac{dz}{dt} - C^0 \frac{dx}{dt}\right),$$

$$Z = A\left(B^0 \frac{dx}{dt} - A^0 \frac{dy}{dt}\right),$$

wo $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$ die augenblicklichen Geschwindigkeitscomponenten jenes ponderablen Massenpunktes (x, y, z) vorstellen. Substituirt man für diese Geschwindigkeitscomponenten ihre Werthe (2.), so ergiebt sich:

$$(4.)\qquad \begin{aligned} X &= -A\lambda(B^0 y + C^0 z), \\ Y &= +A\lambda \cdot A^0 y, \\ Z &= +A\lambda \cdot A^0 z. \end{aligned}$$

Der Einfachheit willen beschränken wir uns auf den besondern Fall, dass die Kraft A^0, B^0, C^0 im Raume der Kugel überall *einerlei Richtung und Stärke* hat, dass also A^0, B^0, C^0 *Constanten* sind. Die Kugel befindet sich alsdann in einem sogenannten *constant-magnetischen Felde*, dessen Beschaffenheit charakterisirt ist durch jene Constanten A^0, B^0, C^0 [vgl. Seite 68, 69].

Ohne weitere Beeinträchtigung der Allgemeinheit können wir uns nun das ruhende Axensystem x, y, z so orientirt denken, dass die Richtung A^0, B^0, C^0 des constant-magnetischen Feldes parallel der xy-Ebene liegt. Alsdann ist $C^0 = 0$, jenes Feld also charakterisirt durch die Constanten

$$A^0, \quad B^0, \quad 0.$$

Gleichzeitig gewinnen alsdann die elektromotorischen Kräfte (4.) die einfachere Gestalt:

$$(6.)\qquad \begin{aligned} X &= -A\lambda\cdot B^0 y\,,\\ Y &= +A\lambda\cdot A^0 y\,,\\ Z &= +A\lambda\cdot A^0 z\,. \end{aligned}$$

Somit ergeben sich, auf Grund der Kirchhoff'schen Gleichungen (Seite 80), zur Bestimmung der unbekannten Functionen (3.) die Formeln:

$$(7.)\qquad \begin{cases} \varkappa a = -A\lambda\cdot B^0 y - \dfrac{\partial\Omega}{\partial x}\,,\\ \varkappa b = +A\lambda\cdot A^0 y - \dfrac{\partial\Omega}{\partial y}\,,\\ \varkappa c = +A\lambda\cdot A^0 z - \dfrac{\partial\Omega}{\partial z}\,. \end{cases}$$

wo Ω das elektrostatische Potential aller in der Kugel enthaltenen freien Elektricität vorstellt, während $\varkappa$ den specifischen Widerstand der Kugel bezeichnet.

Zu diesen drei Formeln treten noch hinzu die früher von uns aufgestellten Gleichungen [(56.) Seite 109]:

$$(8.)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial a}{\partial x} + \dfrac{\partial b}{\partial y} + \dfrac{\partial c}{\partial z} = -\lambda\dfrac{\partial\varepsilon}{\partial\varphi}\,,\\ a\cos(\nu,x) + b\cos(\nu,y) + c\cos(\nu,z) = -\lambda\dfrac{\partial e}{\partial\varphi}\,, \end{cases}$$

wo ν die *innere* Normale der Kugeloberfläche, und φ das in (1.) angegebene Azimuth vorstellen.

Es handelt sich nun darum, die fünf unbekannten Functionen (3.) *mittelst der fünf Gleichungen* (7.), (8.) *wirklich zu berechnen.* — Substituirt man die Werthe (7.) in (8.), und beachtet man dabei, dass $\Delta\Omega = -4\pi\varepsilon$, und dass ferner

$$\cos(\nu,x) = -\frac{x}{R}\,,\quad \cos(\nu,y) = -\frac{y}{R}\,,\quad \cos(\nu,z) = -\frac{z}{R}$$

ist, so erhält man nach einfacher Rechnung die beiden Gleichungen:

$$(9.)\qquad \begin{cases} 2A\lambda A^0 + 4\pi\varepsilon = -\varkappa\lambda\dfrac{\partial\varepsilon}{\partial\varphi}\,,\\ \dfrac{A\lambda}{R}\,[B^0 xy - A^0(y^2+z^2)] + \dfrac{\partial\Omega}{\partial\varrho} = -\varkappa\lambda\dfrac{\partial e}{\partial\varphi}\,, \end{cases}$$

in denen x, y, z, Ω, ε, e als Functionen der Polarcoordinaten ϱ, ϑ, φ angesehen werden mögen.

Setzt man für den Augenblick die Constante $2A\lambda A^0 = 4\pi k$, so folgt aus der ersten der Gleichungen (9.):

$$4\pi(\varepsilon + k) = -\varkappa\lambda\frac{\partial(\varepsilon + k)}{\partial\varphi}.$$

Hieraus aber folgt sofort [vgl. (6.), (7.) Seite 111]:

$$\varepsilon + k = 0;$$

also, falls man für k seine eigentliche Bedeutung substituirt:

$$\varepsilon = -\frac{A\lambda A^0}{2\pi}. \tag{10.}$$

Hiermit ist ε berechnet, und zugleich dargethan, dass im stationären Zustande ein gewisses Quantum freier Elektricität im Innern der Kugel mit überall gleicher Dichtigkeit ausgebreitet sein wird.

Die zweite der Gleichungen (9.), welche sich ausschliesslich auf Oberflächenpunkte bezieht, ist offenbar auch so darstellbar:

$$A\lambda R\left[B^0\frac{xy}{\varrho^2} - A^0\frac{y^2+z^2}{\varrho^2}\right] + \frac{\partial\Omega}{\partial\varrho} = -\varkappa\lambda\frac{\partial e}{\partial\varphi};$$

oder auch so:

$$A\lambda R\left[A^0\frac{3x^2-\varrho^2}{3\varrho^2} + B^0\frac{xy}{\varrho^2}\right] - A\lambda R\frac{2A^0}{3} + \frac{\partial\Omega}{\partial\varrho} = -\varkappa\lambda\frac{\partial e}{\partial\varphi}. \tag{11.}$$

Um nun e, auf Grund dieser Gleichung (11.), zu berechnen, denken wir uns e nach Kugelfunctionen entwickelt:

$$e = \sum Y_n(\mu, \varphi), \quad \text{wo} \quad \mu = \cos\vartheta. \tag{12.}$$

Alsdann ist das Potential Ω, welches aus zwei respective von ε und e herrührenden Theilen besteht:

$$\Omega = \Omega^\varepsilon + \Omega^e \tag{13.}$$

leicht analytisch angebbar. Einerseits ergiebt sich nämlich aus (10.):

$$\Omega^\varepsilon = -A\lambda A^0\left(R^2 - \frac{\varrho^2}{3}\right); \tag{13a.}$$

und andererseits ergiebt sich auf Grund der Formel (12.):

$$\Omega^e = R^2\sum\frac{4\pi}{2n+1}\frac{\varrho^n}{R^{n+1}}Y_n(\mu, \varphi), \quad (\varrho < R). \tag{13b.}$$

Hieraus folgt:

$$\frac{\partial\Omega}{\partial\varrho} = \frac{2A\lambda A^0}{3}\varrho + R^2\sum\frac{4\pi n}{2n+1}\frac{\varrho^{n-1}}{R^{n+1}}Y_n(\mu, \varphi), \quad (\varrho < R),$$

also speciell für $\varrho = R$:

(14.) $$\frac{\partial\Omega}{\partial\varrho} = \frac{2A\lambda A^0}{3} R + \sum \frac{4\pi n}{2n+1} Y_n(\mu, \varphi), \quad (\varrho = R).$$

Substituirt man jetzt die Werthe (12.), (14.) in (11.), so folgt:

(15.) $$A\lambda R\left[A^0\frac{3x^2-\varrho^2}{3\varrho^2} + B^0\frac{xy}{\varrho^2}\right] + \sum' \frac{4\pi n}{2n+1} Y_n = -\varkappa\lambda\sum'\frac{\partial Y_n}{\partial\varphi}.$$

Alle Terme dieser Gleichung sind Kugelfunctionen. So z. B. repräsentirt der in den eckigen Klammern enthaltene Term, wie leicht zu erkennen ist, eine Kugelfunction zweiter Ordnung. Nach bekanntem Satze ergeben sich daher aus dieser Gleichung folgende Formeln:

(𝔄.) $$0 = 0,$$

(𝔅.) $$-\varkappa\lambda\frac{\partial Y_1}{\partial\varphi} = \frac{4\pi}{3} Y_1,$$

(ℭ.) $$-\varkappa\lambda\frac{\partial Y_2}{\partial\varphi} = \frac{2\cdot 4\pi}{5} Y_2 + A\lambda R\left[A^0\frac{3x^2-\varrho^2}{3\varrho^2} + B^0\frac{xy}{\varrho^2}\right],$$

(𝔇.) $$-\varkappa\lambda\frac{\partial Y_n}{\partial\varphi} = \frac{n\cdot 4\pi}{2n+1} Y_n, \quad \text{für } n = 3, 4, 5, \cdots.$$

Ueber Y_0 geben diese Formeln keinen Aufschluss, so dass also Y_0 vorläufig eine unbekannte Constante bleibt. Hingegen ergiebt sich aus den Formeln (𝔅.) und (𝔇.) sofort, dass die betreffenden Y's sämmtlich $= 0$ sind [vgl. (6.), (7.), Seite 111]. Also:

(16.) $$Y_1 = 0 \quad \text{und} \quad Y_3 = Y_4 = Y_5 = \cdots = 0.$$

Was endlich Y_2 betrifft, so muss diese Function (als Kugelfunction zweiter Ordnung) nothwendiger Weise die Gestalt haben:

(17.) $$Y_2 = \alpha\frac{3x^2-\varrho^2}{3\varrho^2} + \beta\frac{xy}{\varrho^2} + \gamma\frac{xz}{\varrho^2} + \delta\frac{y^2-z^2}{\varrho^2} + \varepsilon\frac{2yz}{\varrho^2},$$

wo α, β, γ, δ, ε noch unbekannte Constanten sind. Substituirt man diesen Werth (17.), der auch so darstellbar ist

(17a.) $$Y_2 = \alpha\left(\cos^2\vartheta - \frac{1}{3}\right) + \beta\cos\vartheta\sin\vartheta\cos\varphi + \gamma\cos\vartheta\sin\vartheta\sin\varphi$$
$$+ \delta\sin^2\vartheta\cos 2\varphi + \varepsilon\sin^2\vartheta\sin 2\varphi,$$

in (ℭ.), so folgt:

$$-\varkappa\lambda[-\beta\cos\vartheta\sin\vartheta\sin\varphi + \gamma\cos\vartheta\sin\vartheta\cos\varphi - 2\delta\sin^2\vartheta\sin 2\varphi + 2\varepsilon\sin^2\vartheta\cos 2\varphi]$$
$$= \frac{8\pi}{5}\left[\alpha\left(\cos^2\vartheta - \frac{1}{3}\right) + \beta\cos\vartheta\sin\vartheta\cos\varphi + \gamma\cos\vartheta\sin\vartheta\sin\varphi + \delta\sin^2\vartheta\cos 2\varphi + \varepsilon\sin^2\vartheta\right]$$
$$+ A\lambda R\left[A^0\left(\cos^2\vartheta - \frac{1}{3}\right) + B^0\cos\vartheta\sin\vartheta\cos\varphi\right].$$

Sämmtliche Terme dieser Formel sind Kugelfunctionen. Die Formel zerfällt daher in folgende fünf Gleichungen:

$$(18.)\quad \begin{aligned} 0 &= \frac{8\pi}{5}\alpha + A\lambda R A^0 , \\ +\varkappa\lambda\beta &= \frac{8\pi}{5}\gamma , \\ -\varkappa\lambda\gamma &= \frac{8\pi}{5}\beta + A\lambda R B^0 , \\ +2\varkappa\lambda\delta &= \frac{8\pi}{5}\varepsilon , \\ -2\varkappa\lambda\varepsilon &= \frac{8\pi}{5}\delta . \end{aligned}$$

Multiplicirt man die drei ersten dieser Gleichungen mit $\frac{5}{8\pi}$, und bedient man sich überdies der Abbreviatur

$$(19.)\quad q = \frac{5\varkappa\lambda}{8\pi} ,$$

so folgt:

$$\begin{aligned} 0 &= \alpha + \frac{5}{8\pi} A\lambda R A^0 , \\ +q\beta &= \gamma , \\ -q\gamma &= \beta + \frac{5}{8\pi} A\lambda R B^0 . \end{aligned}$$

Hieraus ergeben sich für α, β, γ die Werthe:

$$(20.)\quad \begin{aligned} \alpha &= -\frac{5}{8\pi} A\lambda R A^0 , \\ \beta &= -\frac{5}{8\pi}\frac{1}{1+q^2} A\lambda R B^0 , \\ \gamma &= -\frac{5}{8\pi}\frac{q}{1+q^2} A\lambda R B^0 . \end{aligned}$$

Ueberdies ergiebt sich aus den beiden letzten Gleichungen (18.) sofort:

$$(21.)\quad \delta = \varepsilon = 0 .$$

Substituirt man diese Werthe (20.), (21.) in (17.), so folgt:

$$(22.)\quad Y_2 = -\frac{5}{8\pi} A\lambda R\left[A^0\frac{3x^2-\varrho^2}{3\varrho^2} + \frac{B^0}{1+q^2}\frac{xy}{\varrho^2} + \frac{B^0 q}{1+q^2}\frac{xz}{\varrho^2}\right] .$$

Die hier auftretende Constante

$$q = \frac{5\varkappa\lambda}{8\pi} , \quad [\text{vgl. } (19.)] ,$$

ist von derselben Art wie die *frühere* Constante q (14.) Seite 114, und ebenso wie jene [vgl. (26.) Seite 116] von *ganz ausserordentlicher Kleinheit.* Ohne merklichen Fehler kann man daher q vernachlässigen und die Formel (22.) so schreiben:

$$(23.)\qquad Y_2 = -\frac{5}{8\pi} A\lambda R\left[A^0\frac{3x^2-\varrho^2}{3\varrho^2} + B^0\frac{xy}{\varrho^2}\right].$$

Substituirt man jetzt die Werthe der Y's (16.), (23.) in der für e geltenden Formel (12.) und in der aus (13.), (13a.), (13b.) für Ω entspringenden Formel, so erhält man:

$$(24.)\qquad e = Y_0 - \frac{5}{8\pi} A\lambda R\left[A^0\frac{3x^2-\varrho^2}{3\varrho^2} + B^0\frac{xy}{\varrho^2}\right], \quad (\varrho = R),$$

und andererseits:

$$(25.)\qquad \Omega = (4\pi R Y_0 - A\lambda A^0 R^2) + \frac{A\lambda A^0}{3}\varrho^2 - \frac{A\lambda}{2}\left[A^0\frac{3x^2-\varrho^2}{3} + B^0 xy\right],$$
$$\text{für } \varrho < R.$$

Hieraus ergiebt sich leicht das Potential in Bezug auf *äussere* Punkte. Man erhält für dasselbe den Werth:

$$(26.)\qquad \Omega = \frac{4\pi R^2 Y_0 - \frac{2}{3}A\lambda A^0 R^3}{\varrho} - \frac{A\lambda R^5}{2}\left[A^0\frac{3x^2-\varrho^2}{3\varrho^5} + B^0\frac{xy}{\varrho^5}\right],$$
$$\text{für } \varrho > R.$$

Hiermit sind e und Ω berechnet, bis auf die noch unbekannte Constante Y_0.

Nun convergirt bekanntlich das Product $\varrho\Omega$ für $\varrho = \infty$ gegen die Gesammtmasse M der in der Kugel enthaltenen freien Elektricität. Somit folgt aus (26.):

$$4\pi R^2 Y_0 - \frac{2}{3} A\lambda A^0 R^3 = \mathsf{M},$$

mithin:

$$(27.)\qquad Y_0 = \frac{\mathsf{M}}{4\pi R^2} + \frac{A\lambda A^0 R}{6\pi}.$$

Hiermit ist Y_0 gefunden.

Für einen *innern* Punkt (x, y, z, ϱ) hat Ω den Werth **(25.)**, d. i. den Werth:

$$\Omega = \text{Const.} + \frac{A\lambda}{2}\,[A^0(y^2 + z^2) - B^0 xy].$$

Dies in (7.) substituirt, erhält man:

$$\varkappa a = -\frac{A\lambda B^0}{2}y\,,$$

$$\varkappa b = +\frac{A\lambda B^0}{2}x\,,$$

$$\varkappa c = 0\,,$$

d. i.

(28.) $$a = -hy\,,\quad b = hx\,,\quad c = 0\,,\quad \text{wo}\quad h = \frac{A\lambda B^0}{2\varkappa}\,.$$

Hiermit sind a, b, c berechnet. Zugleich ergiebt sich, dass die Strömungen *a*, *b*, *c* *kreisförmig* sind. Die Ebenen dieser Kreise sind, wie man aus (28.) erkennt, alle parallel der xy-Ebene, und ihre Centra alle gelegen in der z-Axe.

Bemerkung. — Dieses Resultat ist bekanntlich nicht neu, sondern bereits vor langer Zeit von JOCHMANN erhalten (Crelle's J. Bd. 63, Seite 331).

Uebrigens bin ich, was hier nur historisch mitgetheilt sein mag, zu einem ganz analogen Resultate gelangt für das *Rotationsellipsoid*.

Rotirt nämlich ein solches Ellipsoid mit constanter Geschwindigkeit in einem constant-magnetischen Felde, so sind nach Eintritt des stationären Zustandes in diesem Ellipsoid lauter *elliptische* Strömungen vorhanden. All' diese Ellipsen sind *ähnlich* unter einander, und zugleich auch ähnlich mit dem Meridianschnitte des Ellipsoids. Auch werden die Ebenen dieser Ellipsen parallel zur xy-Ebene und ihre Mittelpunkte in der z-Axe gelegen sein, falls man das Axensytem x, y, z in analoger Weise wie bei der Kugel eingeführt sich denkt.

Die Formeln (10.) und (24.) bis (28.) führen, falls man in ihnen für Y_0 den Werth (27.) substituirt, zu folgendem Resultate:

Satz. — *Eine massive Metallkugel vom Radius R rotire innerhalb eines constant-magnetischen Feldes mit constanter Winkelgeschwindigkeit λ um einen festen Durchmesser. Dieser letztere sei die x-Axe eines ruhenden positiven Axensystems x, y, z, dessen Anfangspunkt im Centrum der Kugel liegt. Die Rotation finde statt in der yz-Richtung.*

Alsdann werden nach Eintritt des stationären Zustandes kreisförmige elektrische Strömungen im Innern der Kugel, und gleichzeitig bestimmte Ansammlungen freier Elektricität in ihrem Innern wie auch an ihrer Oberfläche vorhanden sein.

Denkt man sich das constant-magnetische Feld charakterisirt durch die Constanten

(29.) $$A^0\,,\quad B^0\,,\quad 0\,,\quad [\text{vgl. Seite 68, 69}]\,,$$

so haben die Componenten a, b, c jener elektrischen Strömungen und die Dichtigkeiten ε und e jener freien Elektricitäten die Werthe:

$$(30.)\qquad \begin{aligned} &a = -hy\,, \quad b = hx\,, \quad c = 0\,, \quad \text{wo} \quad h = \frac{A\lambda B^0}{2\varkappa}\,, \\ &\varepsilon = -\frac{A\lambda A^0}{2\pi}\,, \\ &e = \frac{\mathsf{M}}{4\pi R^2} + \frac{3A\lambda A^0 R}{8\pi} - \frac{5A\lambda}{8\pi R}(A^0x^2 + B^0xy)\,. \end{aligned}$$

Hier bezeichnet** $\varkappa$ **den specifischen Widerstand der Kugel und** M **die Gesammtmasse der in ihr vorhandenen freien Elektricität*), während A die eine Constante des Inductionsgesetzes** (Seite 81) **repräsentirt.

Noch sei bemerkt, dass das (von ε und e herrührende) elektrostatische Potential Ω der Kugel auf beliebige innere und äussere Punkte (x, y, z) die Werthe hat:

$$(31.)\qquad \begin{aligned} &\Omega = \frac{\mathsf{M}}{R} - \frac{A\lambda A^0 R^2}{3} + \frac{A\lambda}{2}[A^0(y^2 + z^2) - B^0xy]\,, \quad (\varrho < R)\,, \\ &\Omega = \frac{\mathsf{M}}{\varrho} - \frac{A\lambda R^5}{2}\left[A^0\frac{3x^2 - \varrho^2}{3\varrho^5} + B^0\frac{xy}{\varrho^5}\right], \quad (\varrho > R)\,, \end{aligned}$$

wo $\varrho^2 = x^2 + y^2 + z^2$ *ist.*

Beiläufig bemerkt, kann man der letzten Formel auch folgende Gestalt geben:

$$(32.)\qquad \Omega = \frac{\mathsf{M}}{\varrho} - \frac{A\lambda R^5}{6}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\frac{A^0}{\varrho}}{\partial x} + \frac{\partial\frac{B^0}{\varrho}}{\partial y}\right), \quad (\varrho > R)\,.$$

§ 2.

Ueber die elektromotorischen Kräfte, welche die in der rotirenden Kugel vorhandenen kreisförmigen elektrischen Strömungen in einem ruhenden Conductor induciren.

Zu den Vorstellungen des vorhergehenden Satzes (Seite 140) wollen wir jetzt noch die hinzufügen, dass in der Nähe der rotirenden Kugel ein *ruhender Conductor* M_1 von irgend welcher Gestalt sich befindet. Ein bestimmter Punkt dieses Conductors M_1 sei bezeichnet mit (x_1, y_1, z_1).

*) Ist z. B. die Kugel isolirt, und war ihr Zustand von Hause aus ein unelektrischer, so wird M = 0 sein.

In diesem Punkte (x_1, y_1, z_1) werden durch die in der rotirenden Kugel vorhandenen elektrischen Strömungen (30.):

$$a = -hy\,, \quad b = hx\,, \quad c = 0\,, \quad \left(h = \frac{A\lambda B^0}{2\varkappa}\right), \tag{32.}$$

bestimmte elektromotorische Kräfte $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ inducirt werden, welche, nach dem allgemeinen Satze Seite 105, die Werthe haben:

$$\begin{aligned} \mathfrak{X} &= A^2\lambda \frac{\partial \mathfrak{U}}{\partial x_1}\,, \\ \mathfrak{Y} &= A^2\lambda \left(\frac{\partial \mathfrak{U}}{\partial y_1} + N\mathfrak{J}^c\right), \\ \mathfrak{Z} &= A^2\lambda \left(\frac{\partial \mathfrak{U}}{\partial z_1} - N\mathfrak{J}^b\right); \end{aligned} \tag{33.}$$

und zwar besitzen die hier auftretenden Grössen $\mathfrak{U}$, $\mathfrak{J}^b$, $\mathfrak{J}^c$, wie aus jenem Satze mit Rücksicht auf (32.) sich sofort ergiebt, im gegenwärtigen Falle folgende Bedeutungen:

$$\begin{aligned} \mathfrak{U} &= (N-1)(z_1\mathfrak{J}^b - y_1\mathfrak{J}^c) + hz_1\int \frac{x}{r} D\tau\,, \\ \mathfrak{J}^b &= h\int\left(\frac{y(xy_1 - yx_1)}{r^3} + \frac{x}{r}\right) D\tau\,, \\ \mathfrak{J}^c &= h\int \frac{z(xy_1 - yx_1)}{r^3} D\tau\,, \end{aligned} \tag{34.}$$

wo

$$r^2 = (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2\,.$$

Zur Berechnung der Integrale $\mathfrak{J}^b$, $\mathfrak{J}^c$ bedienen wir uns der früher (Seite 119) angegebenen Bezeichnungen und Formeln (α.), (β), ... (ϑ.). Aus den dortigen Formeln (δ.) ergiebt sich:

$$\int \frac{x}{r} D\tau = -\frac{\partial U}{\partial x_1} + x_1 V\,; \tag{A.}$$

desgleichen folgt aus jenen Formeln (δ.):

$$\begin{aligned} \int \frac{xy}{r^3} D\tau &= -\frac{\partial^2 U}{\partial x_1 \partial y_1} + \left(x_1\frac{\partial V}{\partial y_1} + y_1\frac{\partial V}{\partial x_1}\right) + x_1 y_1 W\,, \\ \int \frac{y^2}{r^3} D\tau &= -\frac{\partial^2 U}{\partial y_1^2} + \left(V + 2y_1\frac{\partial V}{\partial y_1}\right) + y_1^2 W\,. \end{aligned}$$

Multiplicirt man die beiden letzten Gleichungen mit y_1 und $-x_1$, und addirt, so erhält man:

$$\int \frac{y(xy_1 - yx_1)}{r^3} D\tau = -\left[y_1\frac{\partial^2 U}{\partial x_1 \partial y_1} - x_1\frac{\partial^2 U}{\partial y_1^2}\right] + y_1\left(y_1\frac{\partial V}{\partial x_1} - x_1\frac{\partial V}{\partial y_1}\right)$$

wo offenbar der in den eckigen Klammern enthaltene Ausdruck auch so darstellbar ist:

$$\frac{\partial}{\partial y_1}\left(y_1 \frac{\partial U}{\partial x_1} - x_1 \frac{\partial U}{\partial y_1}\right) - \frac{\partial U}{\partial x_1}.$$

Beachtet man dies, und beachtet man ausserdem, dass nach (η.) Seite 120 die Proportionen stattfinden:

$$\frac{\partial U}{\partial x_1} : \frac{\partial U}{\partial y_1} = x_1 : y_1 \quad \text{und} \quad \frac{\partial V}{\partial x_1} : \frac{\partial V}{\partial y_1} = x_1 : y_1 ,$$

so reducirt sich die letzte Integralformel auf:

$$\text{(B.)} \qquad \int \frac{y(xy_1 - yx_1)}{r^3} D\tau = \frac{\partial U}{\partial x_1} - x_1 V .$$

Addirt man jetzt die Formeln (A.), (B.), so folgt mit Rücksicht auf (34.):

$$\text{(F.)} \qquad \mathfrak{J}^b = 0 .$$

In analoger Art (nur mit noch weniger Mühe) lässt sich $\mathfrak{J}^c$ berechnen. Man findet:

$$\text{(G.)} \qquad \mathfrak{J}^c = 0 .$$

Endlich kann man in (A.) für U und V ihre eigentlichen Werthe (ϑ.) Seite 121 substituiren, und erhält in solcher Weise:

$$\text{(H.)} \qquad \int \frac{x}{r} D\tau = \frac{4\pi R^5}{15} \frac{x_1}{\varrho_1^3} ,$$

wo R den Radius der Kugel, und ϱ_1 den Centralabstand des Punktes (x_1, y_1, z_1) bezeichnen.

Durch Substitution der Werthe (F.), (G.), (H.) gehen die Gleichungen (33.) über in:

$$\text{(35.)} \qquad \begin{aligned} \mathfrak{X} &= A^2 \lambda \frac{\partial \mathfrak{U}}{\partial x_1} , \\ \mathfrak{Y} &= A^2 \lambda \frac{\partial \mathfrak{U}}{\partial y_1} , \\ \mathfrak{Z} &= A^2 \lambda \frac{\partial \mathfrak{U}}{\partial z_1} ; \end{aligned}$$

während gleichzeitig durch jene Substitutionen aus (34.) sich ergiebt:

$$\text{(36.)} \qquad \mathfrak{U} = h \frac{4\pi R^5}{15} \frac{x_1 z_1}{\varrho_1^3} .$$

Diese letzte Formel erhält, falls man für h seinen Werth (32.) einsetzt, die Gestalt:

$$\text{(37.)} \qquad \mathfrak{U} = \frac{A\lambda B^a}{2\kappa} \frac{4\pi R^5}{15} \frac{x_1 z_1}{\varrho_1^3} .$$

Aufhellung des vitalen Getriebes gelingen wird. Für lückenlose Einsicht ist ja vollständiges Verständniss des Lebens Voraussetzung. Denn bei Verkettung alles Geschehens führt der weiter und weiter strebende Rückverfolg der näheren und fernsten Ursachen unvermeidlich auf das Innengetriebe des Protoplasten, von dem in letzter Instanz alles Vitale, die Thätigkeit und die Entwicklung des Organismus, abhängt. Somit führt der Weg endlich immer zu dem von lebender Substanz abstammenden und selbst ein Lebewesen vorstellenden Ausgangspunkt des werdenden Organismus, in welchem also schon die specifischen vitalen Constellationen gegeben sind, deren volle Durchsichtigkeit erst ermöglichen könnte zu verstehen, wie und warum der Organismus in bestimmte Entwicklungsbahnen gelenkt wird und seine specifische Thätigkeit entwickelt, in welcher in Wechselwirkung mit der Aussenwelt Stoffe und Kräfte dem Getriebe des Organismus dienstbar gemacht werden. Der Protoplast ist aber selbst ein complicirt aufgebauter Elementarorganismus, in welchem ebenso in dem allgemein gekennzeichneten Sinne specifische und wechselnde Constellationen die mannigfachen und veränderlichen Thätigkeiten bedingen und veranlassen[1]. Ja gerade in diesem Elementarorganismus müssen die für das vitale Getriebe massgebenden Constellationen eine besonders hervorragende Mannigfaltigkeit erreichen, während zugleich die Schwierigkeit der Entzifferung noch dadurch steigt, dass die selbst complex aufgebauten verschiedenartigen Organe und überhaupt die distincten Molekularcomplexe einfacher und höherer Ordnung, auf geringe Grösse, ja unter die Grenze optischer Wahrnehmung zurückgehen und in letzter Instanz die bewirkenden und veranlassenden Ursachen und Mittel in molekularen Veränderungen bestehen[2].

1) Nachdrücklichst sei betont, dass wir sachgemäss nur das mechanische Geschehen und die zur Realisirung dieses nothwendigen Kräfte und Bedingungen im Auge haben, also unter Ausgehen von gegebenen Objecten und Verhältnissen nicht zu beachten haben, in welcher Weise die Organismen überhaupt und die besonderen Species dieser in ihrer zweckentsprechenden Form und Thätigkeit entstanden sind und sich erhalten. Es ist hier also keine Rücksicht zu nehmen [illegible] phylogenetische und teleologische Betrachtungen, welche nur in Verkennung [illegible] ganz anderen Standpunktes der Beurtheilung sich zuweilen den Anschei[illegible] als wäre mit ihnen auch die Mechanik der Ausführung erklärt. Vgl. u. [illegible] Philosophie 1889, p. 327; Lotze, Mikrokosmus, Bd. I, [illegible]

2) Nach Vollendung dieses Manuscriptes erschi[illegible] S[illegible] Elementarstructur 1892. Da die Behandlung der [illegible]

Andere Methode zur Berechnung von $\mathfrak{J}^b$, $\mathfrak{J}^c$. — Nach Seite 109, (57.) ist:

$$(\alpha.)\qquad \begin{aligned} \mathfrak{J}^b &= \lambda\int\frac{y}{r}\,\frac{\partial\varepsilon}{\partial\varphi}\,D\tau + \lambda\int\frac{y}{r}\,\frac{\partial e}{\partial\varphi}\,D\sigma\,, \\ \mathfrak{J}^c &= \lambda\int\frac{z}{r}\,\frac{\partial\varepsilon}{\partial\varphi}\,D\tau + \lambda\int\frac{z}{r}\,\frac{\partial e}{\partial\varphi}\,D\sigma\,. \end{aligned}$$

Andererseits ist nach (30.) und unter Einführung der Constante q (19):

$$(\beta.)\qquad \varepsilon = \text{Const.}\,, \quad \text{und} \quad e = \text{Const.} - \frac{Aq}{R\varkappa}(A^0x^2 + B^0xy)\,.$$

Beachtet man nun die aus (1.) Seite 133 entspringenden Formeln:

$$\frac{\partial x}{\partial\varphi} = 0\,, \quad \frac{\partial y}{\partial\varphi} = -z\,, \quad \frac{\partial z}{\partial\varphi} = y\,,$$

so ergiebt sich aus (β.) sofort:

$$(\gamma.)\qquad \frac{\partial\varepsilon}{\partial\varphi} = 0\,, \quad \text{und} \quad \frac{\partial e}{\partial\varphi} = \frac{Aq}{R\varkappa}B^0xz\,.$$

Substituirt man diese Werthe (γ.) in (α.), so erhält man:

$$(\delta.)\qquad \begin{aligned} \mathfrak{J}^b &= \left(\frac{AB^0\lambda}{R\varkappa}\right)q\int\frac{xyz}{r}\,D\sigma\,, \\ \mathfrak{J}^c &= \left(\frac{AB^0\lambda}{R\varkappa}\right)q\int\frac{xz^2}{r}\,D\sigma\,. \end{aligned}$$

Andrerseits ist nach (37.):

$$(\varepsilon.)\qquad \mathfrak{U} = \left(\frac{AB^0\lambda}{R\varkappa}\right)\cdot\frac{2\pi R^6}{15}\,\frac{x_1 z_1}{\varrho_1^3}\,.$$

Denkt man sich nun diese Ausdrücke (δ.), (ε.) substituirt in den eigentlichen Hauptformeln (33.), so bemerkt man sofort dass die $\mathfrak{J}^b$, $\mathfrak{J}^c$, in Folge des in ihnen enthaltenen ausserordentlich kleinen Factors q, gegen die mit $\mathfrak{U}$ behafteten Glieder zu *vernachlässigen* sind. Oder kürzer ausgedrückt: Man erkennt, dass $\mathfrak{J}^b$, $\mathfrak{J}^c$ als *Null* zu betrachten sind; was in Einklang ist mit den Resultaten (F.), (G.) Seite 143.

Dritte Methode zur Berechnung von $\mathfrak{J}^b$, $\mathfrak{J}^c$. — Nach Seite 105, (55.) ist:

$$(\xi.)\qquad \begin{aligned} \mathfrak{J}^b &= -\int\frac{y}{r}\left[\frac{\partial a}{\partial x} + \cdot\cdot\right]D\tau - \int\frac{y}{r}[a\cos(\nu, x) + \cdot\cdot]\,D\sigma\,, \\ \mathfrak{J}^c &= -\int\frac{z}{r}\left[\frac{\partial a}{\partial x} + \cdot\cdot\right]D\tau - \int\frac{z}{r}[a\cos(\nu, x) + \cdot\cdot]\,D\sigma\,. \end{aligned}$$

Substituirt man hier für a, b, c ihre Werthe (30.):

$$(\eta.)\qquad a = -hy\,, \quad b = hx\,, \quad c = 0\,,$$

so findet man sofort:

$$(\zeta.)\qquad \mathfrak{J}^b = 0 \quad \text{und} \quad \mathfrak{J}^c = 0\,;$$

was in Einklang ist mit (F.), (G.) Seite 143.

Bezeichnet man schliesslich den Punkt $(x_1, y_1, z_1, \varrho_1)$ des *ruhenden* Conductors M_1 schlechtweg mit (x, y, z, ϱ), so gelangt man, auf Grund der Formeln (35.) und (37.), zu folgendem Resultate:

Satz. — *Man halte fest an den Vorstellungen und Bezeichnungen des vorhergehenden Satzes* (Seite 140). *Ausserdem aber denke man sich in der Nähe der rotirenden Kugel einen* r u h e n d e n *Conductor* M_1, *und innerhalb dieses Conductors* M_1 *einen bestimmten Punkt* (x, y, z) *markirt.*

In diesem Punkte (x, y, z) *wird alsdann die rotirende Kugel, vermöge der in ihr vorhandenen elektrischen Strömungen* $a, b, c,$*) *bestimmte elektromotorische Kräfte* $\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{Z}$ *induciren. Diese Kräfte lauten:*

$$(38.)\qquad \begin{aligned} \mathfrak{X} &= A^2\lambda \frac{\partial \mathfrak{U}}{\partial x}, \\ \mathfrak{Y} &= A^2\lambda \frac{\partial \mathfrak{U}}{\partial y}, \\ \mathfrak{Z} &= A^2\lambda \frac{\partial \mathfrak{U}}{\partial z}. \end{aligned}$$

Hier hat $\mathfrak{U}$ *die Bedeutung:*

$$(39.)\qquad \mathfrak{U} = \frac{A\lambda B^0}{2\varkappa} \frac{4\pi R^5}{15} \frac{xz}{\varrho^3},$$

wo $\varrho^2 = x^2 + y^2 + z^2$ *ist.*

Die Kräfte (38.) *sind, wie man sieht, unabhängig von der Zahl N. D. h. sie sind stets* d i e s e l b e n, *einerlei ob man das W. Weber'sche oder das F. Neumann'sche, oder das vom Verf. proponirte Inductionsgesetz adoptirt.*

Die Kräfte $\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{Z}$ (38.) besitzen ein *Potential* (vom Werthe $- A^2\lambda\mathfrak{U}$), und sie werden also in dem von uns betrachteten *ruhenden* Conductor M_1 niemals einen dauernden Strom, wohl aber eine bestimmte elektrische Vertheilung hervorzurufen im Stande sein.

Jenes Potential hat die Eigenschaft, der LAPLACE'schen Differentialgleichung $\Delta = 0$ *nicht* Genüge zu leisten. Denn es ist, nach (39.), $\Delta\mathfrak{U}$ *nicht* $= 0$, sondern vielmehr von folgendem Werthe:

$$(40.)\qquad \Delta\mathfrak{U} = -\frac{3A\lambda B^0}{\varkappa} \frac{4\pi R^5}{15} \frac{xz}{\varrho^5}.$$

*) Diese beschränkende Ausdrucksweise ist hier, ebenso wie im Satze auf Seite 123, *absichtlich* gewählt. Vergl. die Schlussbemerkung auf Seite 132.

Jene elektrische Vertheilung, welche durch die Kräfte $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ im ruhenden Conductor M_1 entsteht, wird daher der Art sein, dass freie Elektricität nicht nur an der Oberfläche, sondern auch im *Innern* des Conductors sich ansammelt. Bezeichnet man die Dichtigkeit dieser freien Elektricität in irgend einem *innerhalb* des Conductors befindlichen Punkte mit ζ, so ergiebt sich leicht die Formel:

$$(41.) \qquad \zeta = \frac{\Delta \mathfrak{B}}{4\pi},$$

wo $\mathfrak{B}$ das *Potential* der Kräfte $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ sein soll. Dieses Potential $\mathfrak{B}$ hat, nach (38.), den Werth:

$$\mathfrak{B} = - A^2 \lambda \mathfrak{U};$$

so dass also die Formel für ζ (41.) auch so darstellbar ist:

$$\zeta = - \frac{A^2 \lambda}{4\pi} \Delta \mathfrak{U}.$$

Und hieraus endlich folgt durch Substitution des Werthes (40.):

$$(42.) \qquad \zeta = \frac{A^2 \lambda \cdot A \lambda B^0}{\varkappa} \frac{R^5}{5} \frac{xz}{\varrho^5}.$$

Vergleicht man diese in einem Punkte (x, y, z, ϱ) des *ruhenden Conductors* erzeugte elektrische Dichtigkeit mit jener constanten elektrischen Dichtigkeit (10.):

$$(43.) \qquad \varepsilon = - \frac{A \lambda A^0}{2\pi},$$

die in allen Punkten der rotirenden Kugel sich vorfindet, so ergiebt sich:

$$\frac{\zeta}{\varepsilon} = - A^2 \lambda \frac{2\pi}{\varkappa} \frac{B^0}{A^0} \frac{R^5}{5} \frac{xz}{\varrho^5},$$

oder, falls man $\lambda = \frac{2\pi}{\tau}$ setzt, und den Ausdruck etwas besser ordnet:

$$(44.) \qquad \frac{\zeta}{\varepsilon} = - \frac{A^2 R^2}{\varkappa \tau} \frac{4\pi^2}{5} \frac{B^0}{A^0} \left(\frac{R}{\varrho}\right)^3 \frac{xz}{\varrho^2},$$

wo alsdann τ die *Umdrehungszeit* der Kugel vorstellt.

Um über die *Grösse* des Quotienten (44.) eine Vorstellung zu erhalten, wollen wir annehmen, die rotirende Kugel bestände aus *Kupfer*, ihr Radius R sei $= 100$ Millim., und sie mache in der Secunde 100 Umdrehungen, so dass also $\tau = \frac{1}{100}$ Secunde ist. Alsdann ist:

$$\frac{R^2}{\tau} = (100)^3 \frac{(\text{Millim.})^2}{\text{Secunde}}.$$

Andererseits ist, weil die Kugel aus Kupfer bestehen soll, nach Seite 73:

$$\frac{A^2}{\varkappa} = 44 \left(\frac{1}{10}\right)^7 \frac{\text{Secunde}}{(\text{Millim.})^2}.$$

Somit folgt:

$$\frac{A^2 R^2}{\varkappa r} = \frac{44}{10}.$$

Demgemäss geht die Formel (44.) über in:

$$(45.) \qquad \frac{\zeta}{\varepsilon} = -\frac{44}{10} \frac{4\pi^2}{5} \frac{B^0}{A^0} \left(\frac{R}{\varrho}\right)^3 \frac{xz}{\varrho^2};$$

woraus näherungsweise folgt

$$(45a.) \qquad \frac{\zeta}{\varepsilon} = -34 \cdot \frac{B^0}{A^0} \left(\frac{R}{\varrho}\right)^3 \frac{xz}{\varrho^2}.$$

Hieraus erkennt man, was die absoluten Werthe von ζ und ε betrifft, dass ζ unter Umständen *erheblich grösser* sein kann als ε.

Inhaltsübersicht.

Verbesserung.

In der Formel (4a.) Seite 70 muss A statt A^2, und ϱ^3 statt ϱ^5 gesetzt werden. Man vgl. die Formel (39.) Seite 145.

STUDIEN

ZUR

ENERGETIK DER PFLANZE

VON

W. PFEFFER,

ORD. MITGLIED DER KÖNIGL. SÄCHS. GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN.

Des XVIII. Bandes der Abhandlungen der mathematisch-physischen Classe
der Königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften

Nº III.

LEIPZIG

BEI S. HIRZEL.

1892.

Das Manuscript eingeliefert am 9. December 1891.
Der Druck beendet am 12. Februar 1892.

Inhaltsübersicht.

A. Allgemeiner Theil.

B. Specieller Theil.



STUDIEN

ZUR

ENERGETIK DER PFLANZE

VON

DR. W. PFEFFER.

F

STUDIEN

ZUR

ENERGETIK DER PFLANZE

VON

DR. W. PFEFFER.

A. Allgemeiner Theil.

I. Einleitung.

Gemeinsam mit aller Naturwissenschaft findet die Physiologie eine Hauptaufgabe darin, das Geschehen im Organismus auf nähere und fernere Ursachen zurückzuführen, also aus dem Zusammenhang und der Verkettung der bedingenden Factoren ein causales Verständniss der uns entgegentretenden Erscheinungen anzubahnen, und ein Fortschritt ist schon dann erreicht, wenn solche Zergliederung zunächst auf complexe Grössen führt, deren weitere Zerlegung eine fernere Aufgabe vorstellt[1]). Ist aber der empirischen Forschung die mehr oder weniger weitgehende Aufhellung einer Summe von einzelnen Vorgängen gelungen, so wird es unabweislich Bedürfniss, unter Abstraction von allen Besonderheiten ganz im Allgemeinen nach Erkenntniss der Mittel und der Wege zu streben, welche in den verschiedenen Combinationen zu den überaus mannigfachen Erfolgen führen, die uns in der Entwicklung und der Lebensthätigkeit des Organismus entgegentreten.

In diesem Sinne soll hier, mit specieller Berücksichtigung der mechanischen Leistungen, eine Energetik der Pflanze versucht werden. Es handelt sich demgemäss um den Gewinn von Energie im Organismus und um die Erkenntniss der Mittel und Wege, vermöge welcher Energie zum Betriebe physiologischer Leistungen nutzbar gemacht wird. Zum Verständniss dessen sind natürlich die in der Pflanze gebotenen Dispositionen in allseitiger Weise zu beachten, denn von diesen, also vom Apparate, hängt die Möglichkeit und die Form

1) Vergl. PFEFFER, Physiologie Bd. I, p. 2; Untersuch. a. d. botan. Institut zu Tübingen 1884, Band I, p. 471.

einer Leistung ebensowohl im Organismus wie in einer Maschine ab, die je nach ihren Eigenschaften mit gleicher Betriebskraft Verschiedenes vollbringt. Jedenfalls aber setzt jede Leistung Aufwand und Verwandlung von Energie voraus und mit Bezug auf die Leistungen des Organismus darf deshalb von Kraftwechsel, Energiewechsel oder Energetik geredet werden.

Der gesammte mannigfache Complex der Bedingungen und Verhältnisse, welche im lebendigen Getriebe zusammengreifen, liegt bekanntlich nicht durchsichtig vor uns, vielmehr ist nur in einzelne Thätigkeiten und Leistungen des Organismus ein mehr oder minder tiefer causaler Einblick gewonnen. Somit ist eine abschliessende Energetik unmöglich, da Betriebskräfte und Vermittlung von Leistungen durch diese sich natürlich nur so weit präcisiren lassen, als der Vorgang des Geschehens genugsam aufgedeckt ist.

Kann somit eine physiologische Energetik nur eine fragmentarische Pionierarbeit werden, so ist ein solcher Versuch doch jedenfalls gerechtfertigt. Denn abgesehen von dem Bedürfniss nach der Gewinnung allgemeinerer Gesichtspunkte, liegt der Nutzen dieser in der befruchtenden Rückwirkung auf die empirische Forschung. Eine eingehendere Studie in unserer Richtung ist aber bisher überhaupt nicht angestellt[1], und die immer wiederkehrende Tendenz, die in der Athmung disponibel werdende Energie direct als Quelle aller Betriebskraft anzusprechen, ist ein Zeugniss dafür, dass eine klarere Auffassung der obwaltenden Verhältnisse nicht Gemeingut geworden ist. Denn thatsächlich liefern anderweitige Energiepotentiale die nächste Betriebskraft für mannigfache Leistungen und die summarische Bezugnahme auf die Athmung ist in causaler Hinsicht ganz unbefriedigend, so lange jeder Aufschluss darüber fehlt, wie die Ueberführung der disponibel werdenden chemischen Energie in mechanische Leistungen vermittelt wird. Welche Beziehungen in Wirklichkeit zwischen dem Stoffwechsel, speciell also auch der Athmung und den mechanischen Leistungen bestehen, das dem Wesen nach thunlichst klar zu legen, ist ebenfalls eine der hier zu behandelnden Aufgaben.

---

1) Allgemeinere Betrachtungen finden sich meines Wissens nur in meiner Physiologie (Bd. II, Kap. 1). Naturgemäss fielen diese Betrachtungen fragmentarisch aus, doch treffen sie in der Hauptsache das Wesen der Sachlage.

Bei den allgemeinen energetischen Betrachtungen muss zwar an bekannte Leistungen angeknüpft werden, doch treten diese und ihre Besonderheiten dabei derart in den Hintergrund, dass es vortheilhaft schien, in einem speciellen Theil die Energetik einiger Wachsthums- und Bewegungsvorgänge besonders zu beleuchten. Doch wird auch hierbei die Rücksicht auf die allgemeine Energetik allein massgebend sein und es kann demgemäss nicht beabsichtigt werden, die gewählten Beispiele allseitig zu discutiren, oder die Gesammtheit aller Leistungen zu behandeln, wodurch diese Abhandlung unvermeidlich zu einem Handbuch des Kraftwechsels erweitert würde.

Indem wir speciell die Energetik ins Auge fassen, kommt die Materie zunächst nur als Träger und Angriffspunkt von Kräften in Betracht. Demgemäss sind stoffliche Aenderungen und chemische Umsetzungen nur so weit zu berücksichtigen, als diese ganz im Allgemeinen von Bedeutung für den Energiewechsel sind. Weiteres Eingehen auf den Stoffwechsel, somit auch auf die Bedeutung der Qualität der Nahrung, ist an dieser Stelle nicht nöthig, da wir überhaupt voraussetzen, dass alle Bedingungen für Leben und Lebensthätigkeit geboten sind. Für den denkenden Forscher bedarf es keiner besonderen Betonung, dass Bestehen, Arbeitsthätigkeit und Fortkommen der Organismen an das innige und unlösbare Zusammenwirken von Stoff und Kraftwechsel gekettet sind[1]. Die getrennte Betrachtung der Lebensvorgänge nach der stofflichen und energetischen Seite ist überhaupt nur aus praktischen Rücksichten geboten und wird durch unsere psychischen Fähigkeiten bedingt, welche über die dualistische Auffassung von Materie und Energie nicht hinauszukommen vermochten.

Liegen die hauptsächlichen Schwierigkeiten für eine Energetik der Pflanze in den physiologischen Kenntnissen, die, wie hervorgehoben wurde, vermöge der lückenhaften Einsicht in die Mechanik der Vorgänge überhaupt nicht gestatten etwas Abschliessendes zu liefern, so ist doch nicht zweifelhaft, dass eine allseitigere und allen Verhältnissen Rechnung tragende Durchbildung der Energetik auf dem Gebiete der Physik und Chemie in vieler Hinsicht der physiologischen Energetik förderlich sein wird. Denn wenn auch das Energieprincip

---

1) Vgl. Pfeffer, Physiologie Bd. I, p. 1.

— das neben der Erhaltung der Materie ein Grundprincip aller Naturwissenschaft ist — insbesondere die ganze Physik umrahmt und durchdringt, und für manche Gebiete in ausgezeichneter Weise durchgebildet wurde, so sind doch die in jüngerer Zeit sich mehrenden Bestrebungen nach einer allgemeinen Energetik[1]) ein sprechendes Zeugniss für den Mangel einer solchen. Unzweifelhaft wird u. a. auch solche allseitigere Fortbildung der Energetik in manchen bisher vernachlässigten Gebieten zu Allgemeinbegriffen und damit zu präciserer Ausdrucksweise führen, deren Mangel in einigen für uns in Betracht kommenden Verhältnissen eine etwas schwerfällige und ungelenkige Darstellung unvermeidlich zur Folge haben muss.

II. Allgemeines über Leistungen und Energiepotentiale.

Alles Geschehen im Weltall ist an Energiewechsel gekettet und die Thätigkeit des Organismus erfordert, ebenso gut wie eine Maschine, den Umsatz von Spannkraft in lebendige Kraft oder anders ausgedrückt die Schaffung und Verwendung leistungsfähiger Energiepotentiale. Die dauernde Thätigkeit macht natürlich mit dem Verluste an Betriebsenergie einen Ersatz dieser nothwendig und im Allgemeinen wird die Zufuhr von Energie in die Pflanze durch Einführung materieller Körper oder durch Wärme (einschliesslich Licht), Elektricität, mechanische Wirkungen vermittelt. Dieser Energiegewinn und insbesondere die Aufdeckung der Mittel und Wege, durch welche Energie im Dienste des Organismus umgesetzt und nutzbar gemacht wird, bildet den allgemeinen Rahmen des grossen Problems der physiologischen Energetik.

Wie verwickelt Umsatz und Nutzbarmachung der Energie im Getriebe des Organismus sich immerhin gestalten mag, jedenfalls handelt es sich um Transformation und Ausnutzung von Energie, welche von aussen in den Organismus gelangt, durch welche also ebensowohl an anderer Stätte ein Geschehen in todter Masse herbeigeführt werden könnte. Specifische nur dem Leben dienstbare Energie (Kraft) ist mit dieser Überlegung und dem Princip der Erhaltung der Energie ausgeschlossen,

1) Vgl. z. B. HELM, Lehre von der Energetik 1887; MEYERHOFFER, Zeitschrift für phys. Chemie, 1891, Bd. VII, p. 544; OSTWALD, Studien zur Energetik in Berichte d. Kgl. Sächs. Gesellschaft d. Wissenschaften 1891, p. 271.

welches, wie die Erhaltung der Substanz, ein Fundament aller Naturwissenschaft bildet.

Uebrigens deutet auch keine Erfahrung auf eine Transformationsentstehung specifischer Energieformen innerhalb des Organismus; vielmehr treten uns in diesem, wenn von allen Besonderheiten in den Functionen und Erfolgen abgesehen wird, keine anderen Energie- und Leistungsformen entgegen als in todten Systemen. Die grosse Mannigfaltigkeit in der Entwicklung, überhaupt in dem ganzen mechanischen Getriebe, wird eben durch das überaus mannigfache Zusammengreifen verschiedenster Umstände und Bedingungen erzielt, welche im Verlaufe des Lebens durch sich selbst neue Constellationen und Dispositionen schaffen, durch welche das reale Geschehen in einer den Verhältnissen entsprechenden, im Allgemeinen selbstregulatorischen Weise geleitet und nach Bedürfniss in neue Bahnen gelenkt wird. Durch solche Thätigkeit und Verkettung wird also ebensowohl die Herstellung nutzbarer Energiepotentiale in quantitativer und qualitativer Hinsicht variirt, als auch die disponible Energie durch Darbietung veränderter oder neuer Angriffspunkte zu verschiedensten Leistungen nutzbar gemacht. Mit einem genügend variirten Zusammenwirken in diesem allgemeinen Sinne ist natürlich beliebige Mannigfaltigkeit zu erreichen. Causal verständlich aber wird das Geschehen, im Organismus, wie in jedem Apparate, nur bei ausreichendem Einblick in das ganze Getriebe, und in der Besonderheit, Veränderlichkeit und Mannigfaltigkeit des Zusammengreifens verschiedenster Umstände und Factoren liegt das Wesen des physiologischen Apparates, d. h. der Leistungen des lebendigen Organismus, gegen welchen selbst der complicirteste und veränderungsfähigste Apparat aus Menschenhand immer nur ein höchst einfaches Getriebe vorstellt. Immerhin lehrt jede Maschinerie, dass nicht bei alleiniger Beachtung von Quantität und Qualität der Energie, sondern nur bei voller Berücksichtigung des jeweils gebotenen ganzen Complexes der Bedingungen Leistungen und Thätigkeiten wirklich verständlich werden.

In Obigem ist überhaupt nur die Consequenz des Postulates ausgedrückt, dass auch im Organismus alles reale Geschehen dem Causalitätsprincip unterworfen ist, eine Forderung, welche jede gesunde Physiologie anerkennt, wie unvollkommen auch immer die derzeitigen Einblicke sind und obgleich es fraglich ist, ob jemals die volle causale

Aufhellung des vitalen Getriebes gelingen wird. Für lückenlose Einsicht ist ja vollständiges Verständniss des Lebens Voraussetzung. Denn bei Verkettung alles Geschehens führt der weiter und weiter strebende Rückverfolg der näheren und fernsten Ursachen unvermeidlich auf das Innengetriebe des Protoplasten, von dem in letzter Instanz alles Vitale, die Thätigkeit und die Entwicklung des Organismus, abhängt. Somit führt der Weg endlich immer zu dem von lebender Substanz abstammenden und selbst ein Lebewesen vorstellenden Ausgangspunkt des werdenden Organismus, in welchem also schon die specifischen vitalen Constellationen gegeben sind, deren volle Durchsichtigkeit erst ermöglichen könnte zu verstehen, wie und warum der Organismus in bestimmte Entwicklungsbahnen gelenkt wird und seine specifische Thätigkeit entwickelt, in welcher in Wechselwirkung mit der Aussenwelt Stoffe und Kräfte dem Getriebe des Organismus dienstbar gemacht werden. Der Protoplast ist aber selbst ein complicirt aufgebauter Elementarorganismus, in welchem ebenso in dem allgemein gekennzeichneten Sinne specifische und wechselnde Constellationen die mannigfachen und veränderlichen Thätigkeiten bedingen und veranlassen[1]. Ja gerade in diesem Elementarorganismus müssen die für das vitale Getriebe massgebenden Constellationen eine besonders hervorragende Mannigfaltigkeit erreichen, während zugleich die Schwierigkeit der Entzifferung noch dadurch steigt, dass die selbst complex aufgebauten verschiedenartigen Organe und überhaupt die distincten Molekularcomplexe einfacher und höherer Ordnung, auf geringe Grösse, ja unter die Grenze optischer Wahrnehmung zurückgehen und in letzter Instanz die bewirkenden und veranlassenden Ursachen und Mittel in molekularen Veränderungen bestehen[2].

---

1) Nachdrücklichst sei betont, dass wir sachgemäss nur das mechanische Geschehen und die zur Realisirung dieses nothwendigen Kräfte und Bedingungen im Auge haben, also unter Ausgehen von gegebenen Objecten und Verhältnissen nicht zu beachten haben, in welcher Weise die Organismen überhaupt und die besonderen Species dieser in ihrer zweckentsprechenden Form und Thätigkeit entstanden sind und sich erhalten. Es ist hier also keine Rücksicht zn nehmen auf biogenetische und teleologische Betrachtungen, welche nur in Verkennung dieses ganz anderen Standpunktes der Beurtheilung sich zuweilen den Anschein geben, als wäre mit ihnen auch die Mechanik der Ausführung erklärt. Vgl. u. a. Wundt, Philosophie 1889, p. 327; Lotze, Mikrokosmos, Bd. I, p. 23.

2) Nach Vollendung dieses Manuscriptes erschien Wiesner's Schrift »Die Elementarstructur« 1892. Da die Behandlung der »Organisation« in dieser den

Je weniger solche undurchsichtige Thätigkeit eingreift, um so mehr ist causale Aufhellung zu erhoffen und thatsächlich erstreckt

---

Eindruck erwecken muss, als ob ich den Protoplasten als homogen aufgebaut ansähe, so halte ich es für geboten zu bemerken, dass ich mich wiederholt in anologem Sinne wie im Texte über den Aufbau des Protoplasmakörpers in Schriften aussprach, welche bei WIESNER mit Stillschweigen übergangen werden (Untersuch. a. d. bot. Institut zu Tübingen 1886, Bd. II, 316; Zur Kenntniss der Oxydationsvorgänge 1889, p. 458; Plasmahaut und Vacuolen 1890; und auch schon Physiologie 1881, Bd. I, p. 31). Mit der Betonung des Protoplasten als eines complex aufgebauten Organismus lehne ich mich also, so gut wie WIESNER, an BRÜCKE's Auffassungen an. Weiter wurde (1890) von mir der Nachweis geführt, dass speciell Vacuolen nicht autonom sich fortpflanzende, sondern heterogen entstehende Organe sind. Uebrigens ist es auch nicht wunderbar, wenn sogar aus an sich selbst gar nicht lebendiger Substanz der lebensthätige Organismus sich Glieder oder Organe construiren sollte, die ihm in seinem Gesammtgetriebe ebenso nutzbar sein könnten, wie dem Menschen die von diesem aufgebauten Apparate.

Das Studium des näheren Aufbaues der Organe des Protoplasten, oder der differenzierten Elemente in den Organen, führt schliesslich unter allen Umständen ins Unsichtbare und auf rein hypothetisches Gebiet. Eine Nothwendigkeit aber mit WIESNER allgemein gleichartige lebendige Elemente, die »Plasomen«, als Fundamente jedes Aufbaues anzunehmen, liegt in den bisherigen Erfahrungen nicht. Diese fordern freilich mit der Abstammung aller lebendigen Substanz von ihresgleichen, dass, wie allgemein anerkannt, irgend welche Complexe sich (wie der Organismus und seine autonomen Organe) nur durch Theilung vermehren können. Dabei können diese Lebenselemente (so sei kurz gesagt), mögen sie noch so kleine Einheiten vorstellen, unter sich recht wohl specifisch different sein und falls dies zutrifft, hat WIESNER's Hypothese den Boden verloren. Denn Einheitlichkeit dieser Lebenseinheiten, also auch der Plasomen, besteht überhaupt nur, wenn der molekulare Aufbau chemisch und physikalisch identisch ist. Uebrigens muss es dahin gestellt bleiben, ob speciell die Zellhautsubstanz aus Lebenseinheiten aufgebaut wird oder auch ganz heterogenen Ursprungs sein kann. Jedenfalls stehen aber WIESNER's Hauptargumente für den Aufbau der Zellwand aus veränderten Plasomen (Dermatosomen) auf einem ganz ungerechtfertigten Boden (vgl. Kap. 7).

Rein speculative Betrachtungen über den feineren Aufbau berühren zwar alle unsere Behandlungen der Functionen und der Energetik nicht und ich komme hier auf WIESNER's Hypothese wesentlich nur deshalb zu sprechen, weil im Zusammenhang damit NAEGELI's Ausführungen und Hypothesen über Molekularstructur in ein falsches Licht gesetzt und so behandelt werden, als ob sie geradezu im Gegensatz zu den an BRÜCKE sich anlehnenden Vorstellungen über den complexen Aufbau des Organismus ständen. In Wirklichkeit ist aber doch zunächst in NAEGELI's Hypothese nur ein physikalischer Ausdruck für das Wesen quellungsfähiger und zu Intussusception befähigter Substanz gesucht und mit der Existenz dieser letzeren ist auch die Nöthigung zu solchen abstracten Vorstellungen gegeben. Durchaus in diesem Sinne ist auch die Sache in meiner Physiologie zum Ausdruck gekommen,

sich unsere derzeitige tiefere Einsicht auf die dem feineren Innengetriebe des Protoplasten zunächst entrückten Functionen, wenn ich so sagen darf, auf Functionen höherer Ordnung. Doch ist alle derartige causale Einsicht nur insoweit vollständig, als die Schaffung und die Mitwirkung des an sich unerklärten Complexes als gegeben hingenommen, also nicht nach dem Unbekannten in dem Werden und den Constellationen des physiologischen Apparates gefragt wird. Die Zergliederung und das Verständniss dieser complexen Grössen und Erscheinungen bleibt die weitere Aufgabe der Physiologie, die, wie alle Naturwissenschaft, naturgemäss nur allmählich und stufenweise weiter vorzudringen vermag.

Klarheit über das Wesen der skizzirten Sachlage ist jedenfalls nothwendig für die richtige Würdigung der bisherigen Erfahrungen

---

in welcher gleichzeitig der complexe Aufbau des Organismus und speciell des Protoplasten betont wurde. Auch ist ja selbstverständlich, dass eine solche allgemeine Frage für jedes Ganze und ebenso für jeden einzelnen Theil dieses aufzuwerfen ist, somit auch für die hypothetischen Plasomen. Bleibt man bei letzteren als Einheiten (in Bezug auf Quellung) stehen, so treten diese Plasomen eben in physikalischer Hinsicht an Stelle der Micellen, resp. Micellarcomplexe. Ueberhaupt ist wohl zu beachten, dass der Kern von Naegeli's Theorie in der Forderung gipfelt, dass nicht die Molekeln selbst, sondern aus diesen formirte Complexe höherer Ordnung die in Hinsicht auf die Quellung als Einheiten anzusehenden Massentheilchen vorstellen. Begreiflicherweise hat Naegeli seine Hypothese nicht sogleich in dieses Gewand gekleidet, doch hat er stets einen verschiedenen Aufbau der einzelnen Micellen, sowie eine Zusammenfügung differenter Micellen angenommen und späterhin bekanntlich auch Micellverbände höherer Ordnung in den Kreis seiner Betrachtungen gezogen. Im Grunde genommen ist es auch für die physikalische Erklärung quellungs- und intussusceptionsfähiger Substanz ohne Belang, wie gebaut und genannt die fraglichen Masseneinheiten sind und welcher Art ihre Abstammungs- und Bildungsgeschichte ist (vgl. Pfeffer, Physiologie Bd. I, p. 13).

Indem Naegeli rein physikalisch in Quellungs- und Intussusceptionsfähigkeit das Wesen der »organisirten« Substanz sucht, hat das Wort einen ganz anderen Sinn als bei Brücke, welcher damit allgemein den complexen und in seinen Details zum grössten Theil unbekannten besonderen Aufbau des lebenden Organismus ausgedrückt haben will. Dieser ganz verschiedenen Bedeutung des Ausdruckes »organisirt« bei Naegeli und bei Brücke hat Wiesner in seinen Interpretationen fehlerhafterweise nicht die gebührende Rechnung getragen. Natürlich ist es rein conventionell, welchen Begriff man mit einem Worte verknüpfen will, und wenn ich in meiner Physiologie Naegeli folgte, so bekenne ich gern, dass ich schon seit Jahren es für zweckmässiger erachte, »Organisation« im Sinne Brücke's zu nehmen und mit »Quellung« oder »Imbibition« die fragliche physikalische, für den Organismus unentbehrliche Eigenschaft zu bezeichnen.

und für die Verwerthung dieser zu Rückschlüssen auf das noch unbekannte Getriebe im Organismus. Fordert dieses unbedingt Energiewechsel und Umsatz von Energie zu Leistungen, so müssen doch nicht allein oder massgebend dieselben Mittel und Wege im Spiele sein, welche als bestimmend in aufgeklärten Einzelfunctionen erkannt wurden. Bezüglich letzterer bestehen ja erfahrungsgemäss wesentliche Differenzen und die besonderen Dispositionen in dem Protoplasten bedingen neue Verhältnisse, in welchen z. B. die in einer ganzen Zelle öfters sehr bedeutungsvolle osmotische Druckwirkung nicht mehr in gleichem Sinne einwirken kann. Nach Einzelfunctionen lässt sich also nicht beurtheilen, welche Einrichtungen und Energieformen in bestimmten Vorgängen im Protoplasten zur Gewinnung von Betriebskräften in Anwendung kommen. Analog ist auch aus den Leistungen einer Maschine nicht zu entnehmen, welche Mittel und Wege und welche Summe von Energie zu ihrem Aufbau verwandt wurde.

In weitgehendester Abstraction laufen freilich alle wahrnehmbaren mechanischen Leistungen auf Bewegungen von grösseren Massen oder kleinsten Theilen hinaus, treten uns also in Form actueller Energie (Bewegungsenergie Ostwald's) entgegen, mit der die potentielle Energie (Distanzenergie Ostwald's), diese im weitesten Sinne genommen, in bekannter Weise verknüpft ist. Sofern sich in den Bewegungen Umlagerung in der Molekel vollziehen, ist der Specialfall chemischer Aenderung und Energie gegeben. In der Thätigkeit der Pflanze werden ferner Wärme (einschliesslich Licht) und Elektricität producirt. Da diese Energieformen nicht nothwendig an wägbare Materie gekettet sind oder bleiben, so könnten sie wohl als immaterielle oder strahlende Energie den materiellen oder mechanischen, d. h. den stets an Materie geketteten Energieformen gegenübergestellt werden.

Es genügt hier darauf hinzuweisen, dass allgemein und so auch in dem Organismus die zu einem Geschehen nothwendigen Energiepotentiale (Spannkräfte) sowohl durch Veränderungen im materiellen Substrate als auch durch die Wirkung und Transformation strahlender Energie erzeugt werden können. Und da alles Geschehen Bewegungen voraussetzt, so spielen sich solche in dem lebensthätigen Organismus auch dann noch unablässig ab, wenn dieser in der durch Wachsthumsbewegung erzielten Form und Lage invariabel verharrt.

gleichviel, ob diese Innenbewegungen zum Transport von Stofftheilen, zu chemischen Umlagerungen oder zu irgend anderen Zwecken dienen. Im Allgemeinen lassen sich wohl Massen- und Molekularbewegungen unterscheiden, welche beide hinwiederum in Schwingungen um eine Gleichgewichtslage oder in dauernder Verschiebung von Massentheilen bestehen können, doch hat ein weiteres Eingehen auf diese und ähnliche abstracte Begriffe für uns keine Bedeutung.

Mit jeder Thätigkeit ist naturgemäss Ueberwindung innerer und äusserer Widerstände, also Arbeitsleistung verknüpft. Innere Widerstände fehlen im Organismus niemals und Arbeit ist u. a. erforderlich für Wachsen, Dehnung von Geweben, für Bewegung von Stofftheilen und, in chemischen Umlagerungen, zur Zerreissung des molekularen Verbandes. Ihrem mechanischen Aequivalente nach ist diese aus positiven und negativen Gliedern componirte gesammte Innenarbeit nicht sicher bemessbar, doch erreicht sie zweifellos sehr hohe Werthe. Aber auch die nach aussen gerichtete Arbeit kann sehr ansehnlich werden. So hat z. B. die Wurzel hohe Widerstände zu überwinden, wenn sie sich in einen zähen Boden einbohrt oder Steine auseinander treibt. Diese Aussenarbeit hängt aber natürlich von den Widerständen ab und wird demgemäss mit diesen, also z. B. beim Wachsen in Luft oder Wasser, auf geringe Werthe reducirt, wenn sie auch normalerweise nicht absolut fehlt. Die Eigenschaften der Pflanze, welche es ermöglichen, dass ein je nach den Umständen veränderliches Energiequantum für Aussenarbeit zur Verfügung steht, werden, wenigstens für concrete Fälle, im speciellen Theil behandelt werden.

Innen- und Aussenarbeit lassen sich übrigens nicht in allen Fällen scharf auseinander halten. So ist z. B. für jede einzelne Zelle das umgebende Gewebe Aussenwelt und aus dem gegenseitigen Verband von Zellen und Geweben kommen bekanntlich Beeinflussungen im positiven und negativen Sinne zu Stande. Solche Widerstände sind es, welche die Rinde dem Dickenzuwachs des Holzkörpers, überhaupt die negativ gespannten den positiv gespannten Geweben, die Knospenschuppen den hervorbrechenden Trieben entgegensetzen und die Intensität der Spannungen lehrt, dass solche Leistungen sehr hohe Energiewerthe erreichen können.

Ohne sichere Kenntniss der energetischen Werthe folgt doch aus der nach Zeit und Umständen variablen Thätigkeit, dass die Summe

der auf mechanische Leistungen verwandten Energie veränderlich ist und dass ebenso das Verhältniss von Aussen- und Innenarbeit variirt. Auch geht aus späteren Betrachtungen unmittelbar hervor, dass von der in der Pflanze disponibel werdenden Energie ein je nach den Umständen veränderlicher Theil Verwendung zu mechanischen Leistungen findet. Uebrigens stammt nicht in allen Fällen die Betriebsenergie aus vitalen Processen und evident trifft solches zu, wenn, wie z. B. in der Transpiration, der lebendige Organismus nur das Substrat für das Geschehen bildet. Leicht ist aber einzusehen, dass eine sichere Grenze zwischen vitalen und nicht vitalen Einzelfunctionen praktisch nicht zu ziehen ist und im Allgemeinen empfiehlt es sich, wie es auch bisher geschah, alle im Dienste und im Verbande des lebenden Organismus sich abspielenden Vorgänge als Leistungen der Pflanze zu bezeichnen.

Eine einigermassen annähernde Abschätzung des numerischen Werthes des gesammten Energiewechsels und speciell der mechanischen Leistungen in der Pflanze ist zur Zeit nicht möglich. So lässt sich nur vermuthen, dass in Pflanzen der numerische Werth der inneren Leistungen nicht hinter dem in Thieren zurücksteht, während bei diesen die Aussenarbeit, insbesondere mit Rücksicht auf die freie Ortsbewegung, vielfach, wenn auch nicht durchgehends, relativ höhere Werthe erreichen dürfte.

Die Lebensthätigkeit resultirt bekanntlich aus dem Zusammengreifen verschiedener Umstände und Factoren, welche im Allgemeinen in wechselseitiger Verkettung und Abhängigkeit zur Ausbildung und zweckentsprechender Bethätigung kommen. Unter diesen Factoren ist chemische Umsetzung eine erste und unerlässliche Bedingung, da an jene der Gewinn und das Zusammenfügen des Baumaterials gekettet ist und da ferner die volle Lebensthätigkeit nicht fortdauert, wenn chemische Zertrümmerungen sistirt sind, unter denen auch solche sich finden, in welchen chemische Energie in Wärme transformirt wird. Doch wirken in dem ganzen Getriebe auch Leistungen, z. B. durch osmotische, Oberflächen- und Ausscheidungs-Energie, als nothwendige Functionen mit, deren Eingreifen ebenfalls für die Entfaltung der vollen vitalen Thätigkeit und somit auch für die Fortdauer des

Stoffwechsels unerlässlich ist. In derartigen Leistungen enstammt also die nächste Betriebskraft nicht der Transformation chemischer Energie, doch muss bei der gegenseitigen Verkettung eine weitere Zergliederung der nächsten Factoren in näheren oder ferneren Gliedern unvermeidlich auf chemische Vorgänge führen, ohne die ja zuletzt der Aufbau des Organismus, also die Herstellung des Apparates unmöglich ist, chemische Vorgänge, welche aber deshalb nicht die Betriebsenergie für die besagten Leistungen liefern. Wie schon betont wurde, fordert aber das causale Verständniss in jedem Falle die Reduction auf die nächsten Factoren d. h. die Erklärung aus diesen, und in diesem Sinne entspringt eben nicht alle Betriebskraft im Organismus aus chemischer Energie.

Thatsächlich ist die Transformation chemischer Energie in mechanische Leistungen — welche wir hier zunächst im Auge haben — weniger durchsichtig, als die directe Verwendung anderer Energie zu Arbeitszwecken. Und nicht nur dieserhalb, sondern um auch ganz im Allgemeinen darzuthun, welcher Art die anderweitigen Energiequellen sind, soll zunächst, jedoch nur in principieller Hinsicht, besprochen werden, wie und wodurch Leistungen zu Stande kommen, deren nächste Betriebskraft nicht aus chemischer Energie enstammt. Von letzterer und ihrer Transformation in Arbeit wird dann weiterhin die Rede sein.

Solche Unabhängigkeit von chemischer Energie ist z. B. bei Verwandlung von potentieller in actuelle Energie (resp. bei umgekehrter Verwandlung) gegeben. Eine derartige Transformation findet vielfach bei Ausgleich (resp. bei Erzeugung) von Spannungen statt, wodurch bekanntlich langsamere oder schnellere Bewegungen erzielt werden. Es genügt hier an die Schleuderbewegungen der Früchte von Impatiens, der Staubgefässe von Parietaria, an Sporenschläuche u. s. w.[1]) zu erinnern, sowie auch an verschiedene auf dem genannten Princip beruhende Reizbewegungen. Bedingung für die mechanische Ausführung dieser und analoger Vorgänge ist natürlich nur die Existenz der nöthigen Spannkraft und für den Bewegungserfolg ist es einerlei ob die Spannkraft durch Aufwand chemischer oder anderweitiger Energie gewonnen wurde.

---

1) Vgl. Pfeffer, Physiologie Bd. II, p. 279.

Unabhängig von chemischer Energie ist ferner die für die Pflanze wichtige osmotische Energie[1]), welche bekanntlich sowohl Druck und Spannung erzeugt, also auch in Diffusion und Diosmose zum Transport von Massentheilen führt. Ferner reihen sich an alle diejenigen Vorgänge, welche aus Wirkungen an der Contactfläche zwischen einem festen und flüssigen oder zwischen zwei oder mehreren flüssigen Körpern entspringen und die man insgesammt als Leistungen durch »Oberflächenenergie« ansprechen kann. Hierher gehören also Imbibition[2]), Quellung, Capillarität, Adsorption, Oberflächenspannung[3]). Demgemäss zählt u. a. hierher die Transpiration, weche durch Störung des Gleichgewichts wiederum zu Wasserbewegungen, also zu einer Leistung im Dienste der Pflanze führt.

Beachtenswerth ist ferner die Ausscheidung eines Stoffes, welche — es sei an Krystallisiren erinnert — ohne chemischen Umsatz, aber bekanntlich auch durch chemische Reaction erzielbar ist. In solchen und ähnlichen Vorgängen soll allgemein von »Ausscheidungsenergie« oder »Krystallisationsenergie« gesprochen werden. Durch solche Energie können, wie auch durch Aenderungen des Aggregatzustandes, in der That hohe Widerstände überwunden werden und im Organismus dürften derartige Vorgänge in mannigfacher Weise im Wachsthum und in anderen Vorgängen eine hervorragende Rolle spielen. Mit Rücksicht auf die chemische Energie kommen wir auf diese Verhältnisse nochmals zurück und sei es hier nur noch hervorgehoben, dass überhaupt jede Leistung, und so speciell auch eine durch Molekularkräfte erzielte Leistung, nicht durch chemische Energie betrieben wird, sobald sie ohne chemischen Umsatz sich abspielt.

Wie allgemein, so ist auch im Organismus die Herstellung (resp. die Auslösung) einer Potentialdifferenz Bedingung für eine Veränderung in einem Systeme. Demgemäss ist eine »Energiedifferenz« oder

---

1) Für unsere Zwecke ist es ohne Bedeutung, ob man die Osmose als einen statischen oder als einen kinetischen Vorgang anspricht. Die Analogisirung mit der kinetischen Energie der Gase macht aber alle osmotischen Vorgänge besonders anschaulich. Vgl. Pfeffer, Zur Kenntniss der Plasmahaut u. d. Vacuolen 1890, p. 318.

2) Über den Zusammenhang zwischen Imbibition und Quellung sowie über das Wesen der Quellung vgl. Pfeffer, Physiologie Bd. I, p. 14 u. Schwendener, Sitzungsber. d. Berliner Akadem. 1886, Bd. 34, p. 30.

3) Vgl. z. B. Pfeffer, Zur Kenntniss d. Plasmahaut etc. 1890, p. 273.

besser ausgedrückt ein »Energiepotential« (oder Potentialdifferenz) als Bedingung und Ursache eines Geschehens nothwendig. So liegt in der ungleichen Vertheilung von Stoffen das Energiepotential für Diffusion, Diosmose und osmotischen Druck, und mangelndes Gleichgewicht ist ebenso Erforderniss für Erzielung von Leistungen durch Oberflächenenergie (Quellung, Capillarität etc.) Natürlich ist auch für Herbeiführung chemischer Umlagerungen ein entsprechendes Energiepotential nothwendig.

Es ist hier nicht geboten, weiter auf diese und anschliessende physikalische Grundlagen einzugehen, aus denen, in Berücksichtigung des Gesetzes der Erhaltung der Energie, nothwendigerweise folgt, dass mit jedem Geschehen in der leblosen und lebendigen Natur ein correlativer Vorgang verknüpft ist, dass u. a. auch alle unsere Wahrnehmungen nur durch Potentialdifferenzen ermöglicht werden. Des Weiteren muss auf physikalische Werke und insbesondere auch auf die Bestrebungen neuerer Zeit verwiesen werden, die Energetik ihrem Wesen und Inhalt nach weiter auszubauen[1]).

Es genügt auch daran zu erinnern, dass potentielle und actuelle Energie vollständig ineinander und in Arbeit übergeführt werden können, während Wärme nur theilweise in mechanische Arbeit transformirbar ist[2]) und letzterer analog verhält sich anscheinend die ihrem Wesen nach unbekannteste Energieform, die chemische Energie. Bekannt ist ferner, dass alle Energieformen verhältnissmässig leicht in Wärme transformirbar sind, eine Verwandlung, welche bekanntlich den Ausgangspunkt und die Grundlage für die mechanische Wärmetheorie abgab.

Für den mechanischen Werth irgend eines Energiepotentials ist nur die in diesem repräsentirte Energie, nicht aber die Art und Weise der Herstellung des Potentials massgebend. Und so gut wie die

---

1) Vgl. z. B. Helm, Die Lehre von der Energie 1887 und die anschliessende Schrift von Wronsky, Das Intensitätsgesetz u. d. Lehre von der Energie 1887; Meyerhoffer, Zeitschrift f. physikal. Chem. 1891, Bd, 7, p. 544; Ostwald, Berichte d. k. sächs. Gesellschaft d. Wissenschaft. 1891, p. 271, auch Grundriss d. allgem. Chem. 1890, II. Aufl., p. 208. In diesen Schriften ist auch die Zerlegung der Energie in einen Intensitäts- und Quantitätsfactor behandelt.

2) Näheres hierüber vgl. Meyerhoffer l. c., p. 563.

Hebung eines Gewichtes oder die Spannung einer Feder kann auch ein osmotisches u. s. w. Energiepotential durch verschiedene Mittel und Energietransformationen gewonnen werden. Eine Senkung des osmotischen Druckes ist z. B. ebensowohl durch geeignete Metamorphose, als auch durch Exosmose eines Stoffes und ferner durch plasmolytische Wirkung oder durch Transpiration herbeiführbar. Das gleiche energetische Ziel kann also sowohl mit als ohne chemischen Umsatz erreicht werden. Bei Plasmolyse ist die Ursache in dem Hinzutreten eines Stoffes, bei Welken in der Transpiration gegeben, welche letztere, bei isothermem Zustand, von dem ungesättigten Zustand der Luft, also indirect von kosmischen Verhältnissen abhängt. Mit dem wiederholten Wechsel der Bedingungen wird ein solcher Vorgang periodisch, der, wenn nur die Intensität der Turgorkraft genügend sich ändert, Leistungen von hohem mechanischen Werth zu vollbringen vermag. Spielt sich z. B. der Vorgang in einer Zelle ab, welche vermöge sehr dehnbarer Wand grosse Dimensionsexcursionen gestattet, so ist damit natürlich erhebliche Arbeit zu leisten, die, was den Druckwerth pro Flächeneinheit anbelangt, der Betriebskraft einer Dampfmaschine gleich kommen kann (vgl. Kap. 6).

Analog lassen sich in Bezug auf Oberflächen- und Ausscheidungsenergie Potentialdifferenzen auf verschiedene Weise erzeugen und selbstverständlich wird auch durch mechanische Compression oder Dehnung von Geweben ein Energiepotential gewonnen[1]).

Für bestimmte physiologisch wichtige Vorgänge wird also die Betriebskraft nicht durch chemische Energie geliefert. Dieses ist unbedingt der Fall, wenn die Action sich ohne chemischen Umsatz abspielt, und sobald die Bedingung einer mechanischen Arbeit mit der Existenz eines Stoffes an geeigneter Stelle realisirt ist, hat es für die Leistungsfähigkeit des Energiepotentials keine Bedeutung, durch welche Mittel, ob also mit oder ohne chemische Energie, dieser Körper an die Stätte seines Wirkens kam. Durch chemische Metamorphosen werden allerdings vielfach leistungsfähige Energiepotentiale geschaffen, so u. a. indem Stoffwechselproducte zu Leistungen durch Osmose oder Ausscheidungskraft oder indem z. B. Qualitätsverände-

1) Es ist nicht nöthig hier speciell der analogen Wirkung einer Temperaturveränderung zu gedenken.

rungen der Zellhaut zu Quellungsleistungen führen. In diesen und anderen Fällen gelangt man beim Rückverfolg des Kreises bewirkender Ursachen, wie früher betont, einmal auf einen chemischen Process, doch ist dieser nur Mittel zum Zweck, und nicht einem directen Umsatz chemischer in mechanische Energie entstammt die durch ein solches Energiepotential geleistete Arbeit.

Zur Erzielung derartiger Energiepotentiale und der mechanischen Leistungen durch diese bedarf es deshalb nicht des Verlustes chemischer Energie in dem stoffbildenden Processe, denn die Leistungen erreichen denselben Werth, ob der chemische Vorgang mit negativer Wärmetönung, also unter Zunahme der chemischen Energie, oder mit positiver Wärmetönung verlief. Demgemäss ist es z. B. für die osmotische Energie einerlei, ob die Glycose unter sehr geringer Wärmetönung aus Stärke oder unter hoher Wärmetönung (etwa im Athmungsprocess aus Oel) entstand, oder ob sie im Chlorophyllapparat durch Arbeitsleistung der Sonnenstrahlen geschaffen wird. Ebenso hat für Osmose, Oberflächenenergie, Ausscheidungskraft der Inhalt chemischer Energie in dem materiellen Träger des Energiepotentials keine Bedeutung, denn ein solches Potential kann ebensowohl durch einen Körper mit hohem Verbrennungswerth, wie durch einen total oxydirten Körper vermittelt werden.

Wird in Leistungen durch Energiepotentiale der genannten Art Wärme in Arbeit transformirt, so bedarf es dieserhalb nicht einer Wärmeproduction im Organismus durch chemische oder andere Processe. Findet aber thatsächlich die in chemischen Vorgängen entstandene Wärme Verwendung, so kommt doch nicht die chemische Energie sondern nur die Energieform der Wärme in Betracht, deren Ursprung und Zufuhr ohne Belang ist. Sehr wohl kann deshalb alle Wärme von aussen bezogen werden (p. 170) und wohl zu beachten ist, dass die fraglichen Arbeitsleistungen durch die bezüglichen Energiepotentiale, nicht aber durch eine Temperaturerhöhung betrieben werden. In dieser Hinsicht besteht naturgemäss ein Unterschied gegenüber den Leistungen durch gespannten Dampf, da Erzeugung und Erhaltung dieses Energiepotentials Erzielung und Erhaltung erhöhter Temperatur des Wassers und des Dampfes fordert.

Ist also für ein osmotisches etc. Energiepotential, resp. der

Leistungen durch dieses, ein äquivalentes Verhältniss zwischen Arbeitswerth und der zur Erzeugung des Potentials aufzuwendenden Energie unnöthig, so muss doch natürlich der chemische Process gesteigert werden, um z. B. durch Mehrproduction eines bestimmten Körpers ein Energiepotential besagter Art zu erhöhen. Diese selbstverständliche Beziehung berührt indess die besprochene Sachlage nicht und gilt in gleicher Weise für producirende Processe mit positiver oder negativer Wärmetönung.

Die Incongruenz zwischen veranlassender Ursache und mechanischem Arbeitswerthe theilt die besprochene Erschaffung von Energiepotentialen mit Auslösungsvorgängen, in welchen ebenfalls sehr wohl mit dem auslösenden Agens (welches auch ein chemisch erzeugter Stoff sein kann) die ausgelöste Action zu steigen vermag[1]. Da man aber bei Auslösungen (Reizvorgängen) zunächst ein einfaches Activwerden präformirter Spannkräfte im Auge hat, so dürfte man wohl besser dieser Kategorie nicht diejenigen Vorgänge beizählen, welche zunächst auf die Neuschaffung resp. Steigerung von Energiepotentialen hinauslaufen. In Hinsicht auf diese letzteren mag vorläufig von vorbereitenden oder formalen Bedingungen geredet werden, obgleich hiermit keine scharfe Begriffsbestimmung gewonnen wird. Denn formale Bedingungen sind auch der Apparat, in welchem die Energiepotentiale den Raum für ihre Wirksamkeit finden, sowie das richtige Ausmaass der zur Thätigkeit nöthigen Temperatur. Eine scharfe Begrenzung ist indess in diesen und ähnlichen Verhältnissen wegen des Zusammengreifens und der Wechselwirkungen, sowie der oft unzureichenden Einsicht in das Getriebe unmöglich und zudem hängt die Beurtheilung von der Art und Weise der Betrachtung ab. So führt z. B. in einer Zelle die Umwandlung von Stärke in ein gelöstes Krystalloid zur Erschaffung, resp. Verstärkung eines osmotischen Energiepotentials; wenn aber letzteres sogleich oder fernerhin eine Bewegung vermitteln hilft, wird man mit Bezug auf diese von einer Reizbewegung und den sie vermittelnden osmotischen Ursachen reden. Ferner kann sehr wohl die Einfügung eines Körpers als weiteres Bauelement, also die aufbauende Thätigkeit, zugleich in directer oder indirecter Weise mit dem Gewinn eines Energiepotentials verknüpft sein und auch causale

1) Vgl. PFEFFER, Physiologie Bd. I, p. 4.

Erwägungen über die formale Bedeutung der Temperatur führen auf unbestimmte Begriffsbestimmungen. Es liegt dieses in der ganzen Sachlage, somit auch in dem nach der Betrachtungsweise veränderten Standpunkt und es scheint mir dieserhalb nicht geboten, besondere Definitionen und Begriffsbestimmungen einzuführen.

In energetisch-physiologischer Hinsicht ist es aber von höchster Bedeutung, die dargelegten Allgemeinbeziehungen klar vor Augen zu haben und zur Versinnlichung kann die Rücksichtnahme auf technische Apparate von Nutzen sein. Für jede Maschinerie ist es sofort klar, dass die für Gewinnung, Herbeischaffung, Verarbeitung und Zusammenfügen, überhaupt für den Aufbau aufgewandte Energie in keinem bestimmten Verhältniss zu der Leistungsgrösse steht, welche im Betriebe durch die Maschine erreichbar ist. Weiter kann die Energie für die Construction und für den Betrieb ebensowohl aus gleicher wie aus verschiedener Quelle stammen; in beiden Fällen ist sowohl Dampfkraft wie Wasserkraft als Energiequelle denkbar. Wird Wasserkraft ausgenutzt, so bedarf es eventuell (abgesehen von menschlicher Muskelleistung) nur bei der Erzeugung des zum Aufbau dienenden Eisens aus seinen Erzen der chemischen Energie, während bei Dampfbetrieb die Arbeitsleistung sowohl bei der Construction, als auch beim Betriebe der Maschine der in Wärme transformirten chemischen Energie entstammt.

In der Technik wird zumeist erstrebt, dass der Aufwand für die Construction hinter dem Werthe des Arbeitsgewinnes (oder Nutzens) durch den Betrieb der Maschine zurückbleibt. Im Organismus aber hat ein umgekehrtes Verhältniss nichts Ueberraschendes, da an sich der Aufbau Selbst- und Hauptzweck ist, ein Aufbau mit Hülfe des Wachsens, in welchem die Betriebsenergie in mannigfachen Constellationen aus chemischer Energie und anderen Energieformen gewonnen wird. Dabei muss aber natürlich nicht alle disponibel gewordene Energie zu mechanischer Arbeit dienen, vielmehr wird ein grösserer oder kleinerer Theil in Form von Wärme oder Elektricität auftreten und in dieser Form theilweise nach aussen verloren gehen.

Die Rücksichtnahme auf technische Apparate versinnlicht auch sogleich, dass zwar ein Energiepotential nothwendig ist, Form und Aequivalent der mechanischen Leistung aber von dem Apparate d. h. von den in den Dispositionen gegebenen Angriffspunkten abhängen.

In Abhängigkeit von den Dispositionen kann ebenso in dem Apparate ein sehr verschiedener Antheil der disponibel werdenden Energie in mechanische Arbeit umgesetzt werden. In dieser Hinsicht mag hier noch an einen einfachen Fall, an ein hoch comprimirtes Gas erinnert werden, das durch die Expansion, je nach der Belastung des zu bewegenden Stempels, zwar nur einen endlichen, aber doch nach Umständen sehr verschiedenen mechanischen Arbeitswerth zu vollbringen vermag. Analog liegen aber die Verhältnisse bei osmotischen Vorgängen, da z. B. ein local angehäufter löslicher Stoff im Dienste der Pflanze ganz verschiedene Leistungswerthe erlangt, je nachdem er frei diffundirt oder, in undurchlässiger Haut abgeschlossen, Turgorspannung erzielt.

Zum Zustandekommen mechanischer Spannung der Zellhaut durch osmotische Leistungen bedarf es inhomogener Vertheilung und jene Spannung unterbleibt demgemäss, wenn zugleich ausserhalb der Zelle Stoffe von isosmotischer Leistung auftauchen. Anderseits kann dann locale Entfernung der plasmolysirenden Körper die Veranlassung zur Steigerung der Turgorspannung werden. Ferner vermag irgend eine Verarbeitung von Stoffen bekanntlich die Fortdauer diosmotischer Zuführung und damit die Anhäufung von Material in Zellen herbeizuführen. Mag nun diese Ansammlung im Boden oder hoch über dem Boden, in der Krone eines Baumes, geschehen, so ist dieserhalb doch kein vermehrter Aufwand chemischer Energie nöthig, denn die bewegenden und hebenden Kräfte sind osmotischer Natur (Diffusion und Diosmose) und nöthigenfalls irgendwie erzeugte mechanische Mischung[1]). Diese Kräfte besorgen also die Hebung der sich allmählich ansammelnden Masse auf höheres Niveau und jede gehobene Masse, jedes Blatt, jede Frucht, repräsentirt natürlich eine mit der Hubhöhe steigende Ansammlung potentieller Energie, die als Druck auf den tragenden Pflanzentheilen lastet und beim Herabfallen in lebendige Kraft transformirt wird.

Jeder Leistung durch Oberflächenenergie, osmotische Energie u. s. w. entspricht ein äquivalenter Energieverlust im Systeme, also (bei Mangel compensirender Processe) eine Abkühlung. Die Wiederherstellung der Isothermie führt aber zu einem Uebergang von Wärme aus der nun höher

---

1) Vgl. PFEFFER, Zur Kenntniss der Plasmahaut und der Vacuolen, 1890, p. 290 und diese Abhandlung Kap. 10.

temperirten Umgebung, und mit solchen endothermischen[1]) Vorgängen ist im Allgemeinen eine Verwandlung von Wärme in Arbeit verknüpft. Eine solche Verwandlung bei Leistungen durch ein kinetisches Energiepotential bietet ungetrübt die Ausdehnung comprimirter vollkommener Gase, und gestützt auf die hiermit geleistete Arbeit und die dabei verbrauchte Wärmemenge vermochte bekanntlich R. Mayer zuerst das mechanische Aequivalent der Wärme numerisch festzustellen. Es ist für alle derartigen Fälle charakteristisch und wohl zu beachten, dass die Arbeitsleistung durchaus an ein vorhandenes Energiepotential gekettet ist und erst als Folge der Arbeit der Uebergang von Wärme gemäss den Principien der mechanischen Wärmetheorie eingeleitet wird, im Systeme aber kein anderer Vorgang nöthig ist, welcher Wärme oder andere disponible Energie producirt.

Im Princip ist es folglich ganz gleich, ob die in besagter Weise in Arbeit umgesetzte Wärme von aussen zuströmt oder im Systeme selbst erzeugt wird und dieses ist auch in Hinsicht auf Organismen streng festzuhalten. Denn erhält sich z. B. durch die Athmungsthätigkeit die Temperatur des Pflanzenkörpers dauernd höher als die der Umgebung, so hat doch die physiologisch erzeugte Wärme in unserem Falle keine andere Bedeutung als die Aussenwärme, und nicht durch die Athmung, sondern die davon an sich direct unabhängigen Energiepotentiale osmotischer Energie, Oberflächenergie u.s.w. werden die bezüglichen Leistungen vollbracht. Thatsächlich genügt bei lebhafterer Transpiration, wie die Temperaturdepression des Pflanzenkörpers darthut, die Athmungswärme nicht mehr zur Deckung der Leistungen besagter Kategorie und Wärme von aussen tritt nun wieder mit ins Spiel. Der Antheil dieser an dem Gesammtverbrauch von Wärme aber steigt, wenn, wie es ja Thatsache ist, mit Entziehung des Sauerstoffs, bei nur minimaler physiologischer Wärmeproduction, Transpiration und osmotische Leistungen u. s. w. fortdauern.

Leistungen durch Transpiration, Osmose, Oberflächenergie sind an sich von der Athmung principiell in gleichem Sinne unabhängig, wie die Kohlensäureassimilation, welche in Hinsicht auf die vorausge-

---

1) Es mag allgemein bei solchen Verhältnissen von einem endothermischen, resp. exothermischen Verlauf geredet werden, wenn auch diese Bezeichnungen in der Thermochemie in einem engeren, jedoch nicht scharf begrenzten Sinne gebraucht werden.

gangene Herstellung des Apparates und der Bedingungen für diese physiologische Leistung ebenfalls mit der Athmung und anderen Stoffwechselprocessen in Verkettung steht. Wie aber, solange man nur die Resultante im Gasaustausch beachtete, eine klare Einsicht in das Verhältniss der Athmung und der Kohlensäurezersetzung zum Schaden der Wissenschaft nicht möglich war, ebenso ist an richtige Erkenntniss und Würdigung der Energiequellen für den Betrieb in der Pflanze nur zu denken, wenn man nicht mehr die aus einer Summe von positiven und negativen Gliedern resultirende gesammte Wärmetönung und ihren Vergleich mit der Athmung zum Maassstab nimmt, sondern eine Aufhellung der einzelnen Leistungen in causaler Hinsicht, also auch mit Rücksicht auf die nächsten Energiequellen anstrebt.

Nach dem Gesagten ist es selbstverständlich, dass diese im hohen Grade wichtigen Gesichtspunkte und Zergliederungen für warm- und kaltblütige Organismen in gleicher Weise gelten. Bei jenen ist natürlich ein Verlust von Energie in Form von Wärme unvermeidlich, bei den kaltblütigen Organismen aber ist ein subsistenter Zustand, also damit eine Zufuhr von Aussenwärme und ein Umsatz dieser in Arbeit zulässig. Es kann unter diesen Umständen demgemäss, wie vorhin dargethan, Wärme ohne Vermittelung chemischer Energie in Leistungen umgesetzt werden, während umgekehrt bei der Kohlensäureassimilation strahlende Energie in freilich principiell anderer Weise in chemische Energie verwandelt wird.

Eine Temperaturdifferenz gegen die Aussenwelt ist für die Pflanzen keine nothwendige Bedingung und auf Grund physiologischer Erfahrungen würde sich die Entwickelung je nach der Transpirationsthätigkeit sowohl [illegible] als [illegible] oder [illegible] abspielen können. Auch würde ein voller Wegfall der Wärme erzeugenden Processe, mit specieller Rücksicht auf die Temperatur, keine Bedeutung für die [illegible] haben, da in [illegible] in das Aussenmedium ragenden Pflanzengliedern die Wärmeproduction [illegible] nur [illegible] Temperaturerhöhung bedingt und es [illegible] nicht wesentlich ist, wenn die transpirirende Pflanze nur [illegible] oder [illegible] kühler bleibt, als es ohne Transpiration der Fall sein würde. [illegible] bemerkt sei aber, dass [illegible] nur [illegible] der [illegible] Energieform der Wärme die [illegible] [illegible] Wärme [illegible] Bedeutung [illegible]

dass in chemischen Processen die lebendige Kraft der Molekeln und in dieser, wenn ich so sagen darf, die Wärme im status nascens ohne Bedeutung für Actionen ist.

Die obigen Discussionen werden, wie ohne weiteres klar ist, nicht von der bekannten Thatsache berührt, dass ein gewisses Ausmaass der Temperatur Bedingung für die Thätigkeit des Organismus ist und letztere in gewissen Grenzen mit dem Temperaturgrade steigt und fällt. Doch ist der Temperaturwechsel als solcher keine allgemeine Nothwendigkeit, und Fälle, in welchen derselbe als Reiz wirksam wird, haben wir hier, wo das reale Geschehen allein in Betracht kommt, ebensowenig zu beachten, wie etwa Reizwirkungen durch einseitigen Angriff strahlender Energie (Thermotropismus, Heliotropismus) oder durch irgend andere Einflüsse[1]).

Da, wie gezeigt wurde, die in dem Stoffumsatz verwandte, oder disponibel werdende chemische Energie in keinem bestimmten Verhältniss zu den durch Osmose, Oberflächenenergie u. s. w. erreichbaren Leistungen steht, so hat es auf diese auch keinen Einfluss, ob der Bildungsprocess der Körper endotherm oder exotherm verlief. (Eine Erhöhung der Körpertemperatur der Pflanze durch physiologische Processe kommt ja nicht wesentlich in Betracht.) In gleicher Weise ist es auch belanglos, ob in den mit dem Umsatz der mechanischen Energiepotentiale in Bewegungsenergie verknüpften Veränderungen anderweit eine Wärmetönung resultirt. So tritt thatsächlich bei Imbibition und Quellung Erwärmung ein[2]) und bei Verdünnung von Lösungen, also auch bei Verdünnung durch osmotische Vorgänge,

---

1) Jede auslösende Action (Reiz) bedarf natürlich eines gewissen Energieaufwandes. Doch liegt es im Wesen der Auslösung, dass nicht durch diese, sondern durch ausgelöste Energiepotentiale die Betriebskraft für das reale Geschehen geliefert wird. Auf dieses allein hat also, wie ein für allemal betont sein mag, eine energetische Betrachtung zunächst Rücksicht zu nehmen. Auch bedarf es keiner Erörterungen, dass das mechanische Aequivalent des auslösenden Vorganges gegenüber der ausgelösten Action sehr ansehnlich, aber auch sehr gering sein kann. Vgl. Pfeffer, Physiologie Bd. I, p. 4.

2) Vgl. Pfeffer, Physiologie Bd. I, p. 25. — Das Wesen der Quellung, sowie die Factoren, welche positive und negative Arbeitsleistung, resp. positive und negative Wärmetönung bedingen, braucht hier nicht discutirt zu werden. Bekannt ist auch, dass die zuerst hinzukommenden Wassertheile im Allgemeinen mit höherer Energie festgehalten werden und eine höhere Wärmetönung zu erzielen pflegen.

wird sowohl positive wie negative Wärmetönung beobachtet, welche hierbei aus der Wechselwirkung der Salz- und Wassertheile resultirt, eine Wechselwirkung, welche im Allgemeinen nur dann gänzlich fehlt, wenn ein dem idealen Gaszustand anologes Verhältniss obwaltet[1]).

Da die Athmung nur ein specieller Stoffwechselprocess ist, so gelten auch für diese alle allgemeinen Schlussfolgerungen. Die Athmung ist also, wie gegenüber irrigen Anschauungen hier nochmals betont sein mag, durchaus nicht die Quelle aller Betriebskraft, und wenn thatsächlich auch die im Athmungsprocess disponibel werdende Energie das Maass aller mechanischen Leistungen übertreffen kann, so bedarf es dennoch der aus dieser Quelle stammenden Energie direct nicht für den Betrieb von Leistungen durch Osmose, Oberflächenenergie u. s. w.

An dieser Stelle mag noch kurz auf einige Verhältnisse hingewiesen werden, die sich als Consequenz der entwickelten Principien ergeben und die zur Illustration dieser beitragen mögen. Osmotische Leistungen, auf welche wir uns hier beschränken wollen, kommen auch ohne chemische Metamorphosen im wirkenden Systeme, also auch durch nicht weiter oxydationsfähige Stoffe zu Stande. Erforderniss ist aber Löslichkeit und, für Druckentwicklung, gewisse Anhäufung des Körpers, so dass ohne Realisirung dieser Bedingungen kein chemischer Process zu solchen Leistungen führt, mag in demselben ein noch so grosses Quantum chemischer Energie disponibel werden. Wird also Stärke oder Oel direct, oder ohne Anhäufung des Zwischenproductes Glycose, zu Wasser und entweichender Kohlensäure verbrannt, so unterbleibt eine osmotische Wirkung, welche aber auftritt, sobald vor voller Durchführung der Verbrennung Glycose (oder ein anderer löslicher Stoff) sich für gewisse Zeit als intermediäres Glied ansammelt. Die aus dem chemischen Process freiwerdende Energie

---

1) Ueber Volumänderung und Wärmetönung u. dgl. beim Verdünnen von Lösungen vgl. OSTWALD, Lehrbuch d. allgem. Chemie I. Bd. (II. Aufl. 1891), p. 782, 1069; II. Bd. (I. Aufl. 1887) p. 29 u. ff. Demgemäss kann auch bei Diffusion von Salzen eine Wärmetönung eintreten, welche bei Interdiffusion idealer Gase unterbleibt (vgl. OSTWALD l. c., Bd. I, p. 825). Derartige Bindungen und Dissociationen etc., welche wiederum mit dem Lösungsmedium variiren, müssen natürlich auch Einfluss auf die Höhe des osmotischen Druckes haben.

wird allerdings allein durch die Anfangs- und Endproducte bestimmt[1]), aber da durch osmotische Vorgänge freie Wärme, unabhängig von chemischer Energie, in Arbeit umsetzbar ist, so wird die vermittelst solcher oder analoger Hilfsmittel in der Pflanze verwendbare Energie nicht durch die freiwerdende chemische Energie bemessen.

Durch die thermochemischen Methoden werden überhaupt die von chemischem Umsatz unabhängigen Energiefactoren nicht bestimmt und schon diese allgemeine Erwägung lehrt, dass die Leistungsfähigkeit eines Stoffes in der Pflanze nicht einseitig nach rein chemischen Energiewerthen beurtheilt werden darf. Ebenso fehlerhaft wäre es, nur vom energetischen Standpunkte den Werth und die Bedeutung eines Körpers für den Organismus abschätzen zu wollen, da in den physiologischen Functionen auch Qualitäten eine Rolle spielen, welche in der Energetik voraussichtlich nie einen Ausdruck finden werden. Dass speciell auch die Athmung nicht schlechthin nach der Quantität der in ihr freiwerdenden Energie beurtheilt werden darf, wird noch weiter aus späteren Betrachtungen hervorgehen.

Die chemische Energie wurde bis dahin wesentlich als Mittel betrachtet, um bestimmte Stoffe und allgemeine Bedingungen für mechanische Leistungsfähigkeit zu schaffen und in der Technik werden u. a. die Leistungen durch gespannten Dampf nur durch Transformation der chemischen Energie in Wärme ermöglicht. In der That ist die directe Verwandlung chemischer Energie in mechanische Arbeit so wenig bekannt, dass sogar die Vermuthung ausgesprochen wurde, solche Transformation werde nur durch zuvorigen Uebergang in eine andere Energieform (in Wärme oder Elektricität) erreicht[2]).

1) Es ist deshalb hierfür ohne Bedeutung, wie im Näheren diese physiologische Oxydation vermittelt wird, und ob etwa dabei der Sauerstoff zuvor irgendwie eine Verbindung eingeht.

2) Ostwald, Lehrbuch d. allgem. Chemie 1887, I. Aufl., Bd. II, p. 7, 378, 509. — Die chemische Energie ist die an sich unbekannteste Energieform, scheint sich aber hinsichtlich der Umwandlung in Arbeit analog wie Wärme zu verhalten. Vgl. diese Arbeit p. 164. — Ueber den freien Teil chemischer Energie vgl. Helmholtz, Mathem.-naturw. Mittheilung. d. Berl. Akad. 1882, I. Vgl. auch Ostwald, Lehrb. d. allgem. Chem. 1887, I. Aufl., Bd. II, p. 603.

Doch kann man eine directe Verwandlung chemischer in mechanische Energie dann annehmen, wenn durch eine chemische Reaction eine Volumänderung oder eine Ausscheidung eines Körpers herbeigeführt und damit Arbeit nach aussen geleistet wird. Nimmt in solcher Weise das Volumen einer Flüssigkeit zu, so kommt damit, analog wie bei Wärmeausdehnung, ein Druck gegen die undurchlässige Widerlage zu Stande. Da aber bei permeabler Wand eine Ausgleichung des Druckes durch Wasserausgabe eintritt, so kommen mechanische Leistungen auf solche Weise in der Pflanze nicht wesentlich in Betracht und wir wollen hier nur auf die Ausscheidung fester Körper Rücksicht nehmen[1]).

Vollzieht sich solche Ausscheidung in einer imbibirten Masse, so ist die Möglichkeit geboten, durch anhaltende Zufuhr der aufeinander reagirenden Körper die Fortdauer des Processes und damit die Incorporation neuer distincter Massentheile oder das Wachsthum bestehender Partikel zu erzielen. In beiden Fällen aber wird durch die »Ausscheidungskraft« (Krystallisationskraft) drückend gegen die Umgebung gewirkt, resp. unter Ueberwindung dieses Widerstandes äussere Arbeit geleistet. Sind die so erreichbaren Energiewerthe nicht sicher bemessen, so ist doch bekannt, dass sie zweifellos ungemein hoch ausfallen können. Es ergiebt sich das aus der geringen Hemmung chemischer Reactionen durch selbst sehr ansehnliche Druckwirkungen, die offenbar ganz enorme Höhe erreichen müssten, um z. B. einer angestrebten Volumzunahme das Gleichgewicht zu halten. Auch kann hier an analoge hohe Aussenwirkungen durch auskrystallisirende Körper und durch gefrierendes Wasser erinnert werden[2]).

---

1) Eine mechanische Leistung könnte auch durch eine Volum- oder Formänderung consistenterer Massen erzielt werden. Chemische Energie liefert natürlicherweise die Arbeitskraft dann nicht, wenn die chemische Aenderung nur Mittel zum Zweck war, und z. B. vermehrte Quellungsfähigkeit die Leistung vollbringt.

2) Eisbildung vermag bekanntlich Steine auseinander zu treiben und auskrystallisirende Körper können z. B. Thonzellen zersprengen. Ueber die Höhe solcher Energie giebt Aufschluss die Erfahrung, dass bei einem Druck von 100 Atmosphären der Gefrierpunkt des Wassers nur um 0,073° C. erniedrigt wird, und in Chlornatriumlösung der Salzgehalt (durch Auflösen einer weiteren Salzmenge) nur um 0,0419 Proc. zunimmt. Die mechanischen Leistungen durch Ausscheidungen in Folge chemischer Umsetzungen sind nicht näher gemessen, sind

In der Pflanze spielen Vorgänge der angedeuteten Art offenbar in vielfacher Weise eine Rolle, und wir werden noch Veranlassung haben, mit Rücksicht auf das Intussusceptionswachsthum der Zellhaut, auf bestimmte Leistungen durch Ausscheidungskraft zurückzukommen. Sehr übersichtlich tritt uns eine solche Leistung entgegen, wenn in der Zellhaut Kryställchen von Calciumoxalat auftreten und wachsen, damit also die Theile der Haut in entsprechender Weise auseinander gedrängt werden. Principiell wird aber in gleicher Weise Arbeit geleistet, wenn nicht distinct sichtbare Partikel von fremdartiger Substanz oder von Zellhautsubstanz incorporirt werden (vgl. Kap. 7).

Während die ansehnliche Cohäsion der Zellhaut hohen Widerstand bietet, bedarf es nur geringer Aussenarbeit im weichen Protoplasten, in welchem auch, wie bei Enstehung von Stärkekörnern, Vacuolen u. s. w., distinct sichtbare Körper sich Raum zu schaffen haben. Natürlich ist mit der Gesammtcohäsion nicht der Widerstand bemessen, welchen der Zusammenhalt in kleinen Partikeln (Molekeln oder Molekularcomplexen) dem Auseinanderdrängen (Zerreissen) des Verbandes entgegenstellt[1], ein Widerstand, welcher in der Molekel schliesslich von den chemischen Affinitäten selbst abhängt, und eine Leistung durch chemische Energie ist es bekanntlich, wenn in der Wechselwirkung von Körpern der bisherige Verband zerrissen und in den Reactionsproducten ein neuer Gleichgewichtszustand hergestellt wird. So führt der Verfolg unserer Betrachtungen unvermeidlich auf chemische Energie und die durch diese vermittelten Vorgänge, welche offenbar im Protoplasten in nicht übersehbarer, aber sicher sehr mannigfacher Weise die erste und vornehmste Triebfeder im Wachsen, Gestalten und überhaupt im ganzen Getriebe in directer oder indirecter Weise vorstellen. Ein specieller Fall ist es auch nur, wenn durch die auf chemischem Wege entstehenden Producte gegen einen äusseren Widerstand Arbeit geleistet wird oder wenn z. B. ein irgendwie

---

aber jedenfalls nicht geringer. Dabei ist allgemein zu beachten, dass ein Vorgang durch Druck begünstigt wird, wenn mit der Compression das Volumen abnimmt, während im umgekehrten Falle eine Compression retardirend wirkt. Vgl. Ostwald, Allgem. Chemie II. Aufl. 1891, Bd. I, p. 1013, 1045; Bd. II, I. Aufl., p. 643; Lehmann, Molekularphysik Bd. I, p. 349.

1) Vgl. Pfeffer, Zur Kenntniss d. Plasmahaut u. d. Vacuolen 1890, p. 254.

hinzutretender oder producirter Körper in Folge wechselseitiger Affinitäten mit oder ohne tiefgreifende Umlagerungen in dem bestehenden Complex an bestimmter Stelle eingelagert oder angegliedert wird. In diesen und anderen Umständen sind offenbar in verschiedenster Weise Mittel für den Aufbau und für das ganze Getriebe in dem Protoplasma gegeben, welches wir zur Zeit nicht in seine näheren Factoren zu zergliedern und somit auch nicht im Einzelnen auf die jeweiligen näheren Energiefactoren zurückzuführen vermögen.

Für physiologische Zwecke dürfte es sich empfehlen, als Leistungen durch »Ausscheidungskraft« oder »Krystallisationskraft« alle Vorgänge zu bezeichnen, in welchen in besagter Weise durch Neubildung oder Wachsthum von Körpertheilchen eine Aussenarbeit vollbracht wird, gleichviel ob diese Ausscheidung durch chemische Metamorphose, Krystallisation in Folge der Entziehung des Lösungsmediums oder in anderer Weise veranlasst wird. Sind chemische Reactionen die Ursache des Geschehens, so liefert dieselbe Energie, welcher die chemische Umlagerung entspringt mit der Realisirung der Ausscheidung (oder Volumveränderung) die Kraft für die Aussenleistung. Diese Fälle kann man also in der That als Beispiele für directe Verwandlung chemischer Energie in mechanische Arbeit ansehen, und wie eine genügende, freilich sehr hohe positive Druckwirkung die Entstehung von Eis verhindert, so würde auch die Ausscheidung von Reactionsproducten wenigstens in den Fällen durch sehr hohen Druck verhindert werden, in welchen mit dem chemischen Umsatz eine Volumzunahme des Ganzen eintritt (vgl. p. 176 Anmerkung).

Die chemischen Affinitäten der auf einander reagirenden Stoffe stellen hier die das Geschehen herbeiführenden Energiepotentiale vor, und so gut wie chemische Reactionen sowohl mit positiver als negativer Wärmetönung verlaufen, vermögen solche chemische Energiepotentiale mechanische Leistungen auch bei negativer Wärmetönung zu vollbringen. Ich erwähne dieses, um hervorzuheben, dass mechanische Leistungen durch chemische Energie (so gut wie Leistungen durch osmotische etc. Energie) durchauss nicht allein an Processe gekettet sind, in welchen unvermeidlich chemische Energie disponibel wird, dass also auch in der Pflanze ganz im Allgemeinen Arbeitsleistungen durch chemische Vorgänge denkbar sind, welche nicht, wie die Athmung, eine positive Wärmetönung liefern.

Wie in den Grenzgebieten von Chemie und Physik, wird es auch in Rücksicht auf physiologische Processe unter Umständen von einer conventionellen Begriffsbestimmung abhängen, ob man in einem bestimmten Vorgang einen chemischen oder physikalischen Act sehen will. Es mag hier genügen an die Wechselwirkung von Salzen und Wasser und daran zu erinnern, dass bei Entstehung einer übersättigten Lösung die spätere Ausscheidung sich zeitlich getrennt von dem vorhergegangenen chemischen Umsatz abspielt. Diese ganz naturgemässen begrifflichen Unbestimmtheiten haben, wie überhaupt, so auch für die physiologischen Fragen keine Bedeutung. Uebrigens wird man im Allgemeinen, sobald Umlagerungen in der Molekel Platz greifen, einen Vorgang als einen chemischen, im anderen Falle als einen physikalischen auffassen und demgemäss u. a. die Quellungsvorgänge als ein physikalisches Geschehen ansehen.

Sind mechanische Leistungen in mannigfacher, und sowohl in directer wie in indirecter Weise mit den Stoffwechselproducten verkettet, so bleibt doch eine nächste Aufgabe des Stoffwechsels, die Production der im Organismus auftretenden Körper an sich zu verfolgen. In jeder chemischen Reaction vollzieht sich aber intramolekular ein Energiewechsel, ein Zerreissen und Zusammenfügen von Atomen und Molekeln mit positiver und negativer Arbeitsleistung, woraus bekanntlich als Summe Thermoneutralität, aber auch ein Energieverlust in Form von Wärme (oder Elektricität) resultiren kann. Ein solcher Energieverlust ist unter gegebenen Verhältnissen eine nothwendige Bedingung und Begleiterscheinung einer bestimmten Reaction und in diesem Sinne ist auch, natürlich ohne jede Rücksichtsnahme auf die physiologische Bedeutung, die Entstehung von Wärme (oder Elektricität) in den Stoffwechselprocessen zunächst zu verstehen.

Wie in chemischen Reactionen entsteht vielfach auch im Stoffwechsel ein (oder einige) Körper, dessen Verbrennungswärme gegenüber dem Ausgangsmaterial gesteigert, oder allgemein gesagt, dessen chemischer Energieinhalt (für die Masseneinheit) auf Kosten des Verlustes in einem anderen Systeme auf höheres Niveau gehoben wurde. In sehr durchsichtiger Weise vollzieht sich dieses z. B. wenn ein Metalloxyd durch Kohle oder einen andern Körper reducirt wird, im Princip aber ist derartige Uebertragung stets das Mittel zur Energievermehrung in einem Systeme, sobald eine andere Energiezufuhr nicht im Spiele ist, also

nur ein Wechsel der Vertheilung der chemischen Energie in den aufeinander wirkenden Körpern, resp. in den Reactionsproducten vorliegt. In der näheren Ausführung ist selbstverständlich die grösste Mannigfaltigkeit möglich und die Erreichung des gekennzeichneten Zieles ist ebensowohl denkbar, indem zahlreiche Körper in einer Kette von Processen in Action treten, als auch dadurch, dass von demselben Stoffe ein Theil zur Hebung der chemischen Energie des andern Theiles mithilft.

Sicher spielen dem besagten Princip sich unterordnende Vorgänge im Dienste der Pflanze eine ausgedehnte Rolle, und alle Processe, in welchen die Masseneinheit des Productes einen Zuwachs an chemischer Energie aufzuweisen hat, lassen nur diese Deutung zu, sobald andere als chemische Energiequellen ausgeschlossen sind. Voraussichtlich wird auch in derartigen Vorgängen öfters als eines der Reactionsproducte Kohlensäure, wenn auch nicht in so einfacher Weise wie bei Reduction von Metalloxyden, gebildet werden. Es scheint auch als ob eine wesentliche Aufgabe der Athmungsthätigkeit gerade in der Production bestimmter Stoffe, oder wenn man will, in dem Gewinn von Betriebskaft für solche Production zu suchen wäre, eine Aufgabe, welche thatsächlich vielfach die Hebung eines Körpers auf ein höheres chemisches Energieniveau nothwendig macht. In solcher Rolle der Athmung ist ebensowohl der Eingriff von Sauerstoff als Mittel zum Zweck, als auch der Verlust chemischer Energie verständlich. Doch muss man sich hüten, allein in der Production von Stoffen die einzige Aufgabe des Athmungsstoffwechsels suchen zu wollen, da überhaupt die Athmung ein verwickelter physiologischer Vorgang von allgemeiner und vielseitiger Bedeutung und nicht ein einfacher glatter Oxydationsprocess ist. Uebrigens wird die Hebung auf höheres chemisches Energieniveau ebensowohl organische wie unorganische Körper betreffen können und es ist auch nur ein Specialfall des gekennzeichneten Princips, wenn in Salpeterbacterien, unter Verwendung chemischer Energie, organische Nahrung aus anorganischen Körpern producirt wird, ein Fall der weiterhin (Kap. 4) noch beleuchtet werden soll.

Die Nothwendigkeit wechselseitiger Verkettung von Stoff- und Kraftwechsel, welche schon oberflächliche Betrachtung lehrt, tritt ebenso bei eingehender Zergliederung auf Schritt und Tritt uns entgegen

und thatsächlich involvirt schon jeder einzelne chemische Vorgang ein energetisches Problem. Mit der physiologischen Betrachtung des Stoffwechsels und des gewonnenen Productes ist auch die Frage aufgeworfen, in welcher Weise chemische Energie oder andere an das materielle Substrat gekettete Energiepotentiale in irgend einer Weise Bedeutung für den Organismus gewinnen. Aber gerade die aufbauende Thätigkeit selbst und, wenn ich so sagen darf, das feinere Innengetriebe im Protoplasten ist nicht derart aufgehellt, dass eine einigermassen brauchbare Beurtheilung der einzelnen darin mitwirkenden Factoren und eine Abschätzung ihrer relativen Bedeutung möglich wäre[1]). Wir können deshalb auch nur vermuthen, dass gerade in dem geheimnissvollen Innengetriebe chemische Energie eine Hauptrolle spielt, sei es, dass ein entstehendes Product durch seine Affinitäten etwa zur Anreihung und Angliederung an bestimmter Stelle gelangt, oder dass ein Product oder Umsatz irgendwie zu Leistungen durch chemische Energie führt. Da aber vom chemischen Energiewechsel die Schaffung der nöthigen Stoffwechselproducte, somit überhaupt des materiellen Substrates für alle Leistungen abhängt, so liegt in chemischer Energie die allgemeinste und primäre Bedingung für Wirkungen durch chemische oder andere Energiepotentiale, die wiederum vielfach in chemischen Vorgängen direct oder indirect ihre Entstehung finden. Im gesammten, wie speciell in dem feineren Getriebe kann freilich die nächste Quelle der Betriebskraft für einen Einzelvorgang in anderen als chemischen Energiepotentialen gegeben sein, doch vermögen wir nicht zu

1) Mit der Betonung (p. 156), dass der Organismus und in diesem wieder der Protoplast sowie dessen Organe, ein complexer Aufbau ist, in welchem das Getriebe aus dem Zusammenwirken und dem Zusammengreifen der wiederum variablen Constellationen resultirt, ist auch selbstverständlich, dass ein hinzukommender Stoff je nach Umständen eine ganz verschiedene Bedeutung im Organismus gewinnen und im Dienste dieses nöthigenfalls an räumlich getrennten und specifisch verschiedenen Punkten eine Kettung von Wechselwirkungen und Veränderungen erfahren kann. Im Allgemeinen kann man immerhin von einer Verwendung eines Stoffes für Gewinn von Betriebskraft oder für den Aufbau des Organismus (organisatorischer Incorporation) reden, wobei jedoch eine gleichzeitige Nutzanwendung nach beiden Seiten ebenfalls zulässig ist (vgl. Pfeffer, Physiologie Bd. I, p. 180). Ebenso ist selbstverständlich, dass ein aufgenommener oder producirter Stoff sogleich, oder nach längerer Zeit, oder stufenweise, mit mehr oder weniger langen Zwischenpausen, der Verwendung im Stoffwechsel anheimfallen kann.

beurtheilen, ob in mechanischem Maasse den mit oder ohne chemische Energie betriebenen Leistungen der grössere Werth zufällt. Dürfte eine bestimmte Entscheidung sobald nicht möglich werden, so muss man doch beachten, dass das Resultat verschieden ausfällt, je nachdem man auch die intramolekularen Arbeitsleistungen in den chemischen Umlagerungen oder nur die nach aussen gerichteten Leistungen der Molekelcomplexe zum Vergleiche heranzieht.

Abstrahiren wir von dem feineren Getriebe, nehmen wir also den physiologischen Apparat des Protoplasten als gegeben hin, so werden begreiflicherweise die so erreichbaren Leistungen durchsichtiger und in diesen treten, wie gezeigt wurde, unter Umständen andere als chemische Energiepotentiale als nächste Quelle der Betriebskraft in den Vordergrund. Solche Betrachtungen bezogen sich aber, was wohl zu beachten ist, stets nur auf Einzelfunctionen, die, so wichtig sie für bestimmte Zwecke und Ziele sein mögen, doch immer nur ein Glied des Ganzen vorstellen, nach dem durchaus nicht schlechthin, auch nicht in energetischer Hinsicht, das geheimnissvolle Feingetriebe im Protoplasten beurtheilt werden darf, dem in der That auch andere Bedingungen und Ziele geboten und gesteckt sind.

In allen diesen Erwägungen wird man im Allgemeinen sagen dürfen, dass mit der Nahrung, gleichviel auf welche Weise diese erreicht wird, Spannkraft (Energie) in den Organismus eingeführt wird, durch die und durch deren Vermittelung die nöthige Betriebskraft im Organismus gewonnen wird. Denn eine bedingende und vermittelnde Rolle spielt der Stoffwechsel auch für diejenigen Leistungen, welche nicht direct durch chemische Energie betrieben werden, gleichviel, ob die nöthige Energie in der Pflanze durch Transformation chemischer Energie gewonnen, oder von aussen, etwa in Form von Wärme, zugeführt wird.

III. Beziehungen zwischen Stoffwechsel und Leistungen.

In den vorausgegangenen Betrachtungen ist dargethan, dass es für verschiedene, auch für wichtige und unentbehrliche Functionen unmittelbar eines chemischen Umsatzes, also chemischer Betriebskraft, nicht bedarf. Doch ist, wie nachdrücklich (p. 162) betont wurde, der Aufbau und die Erhaltung des Organismus ohne Zusammenwirken

von Stoff- und Kraftwechsel unmöglich und so sind nothwendig alle Vorgänge in irgend einer, wenn auch noch so indirecten Weise mit dem chemischen Umsatz verkettet. Wie aber der Entwicklungsgang und ebenso das Getriebe im ausgewachsenen Organismus in keinem Falle lückenlos in eine Kette von Ursachen und Wirkungen aufgelöst wurden, so fehlt auch schon zumeist die genügende Einsicht in die Mechanik einzelner Functionen, um das Verhältniss zwischen Stoffwechsel und Kraftwechsel in jeder Hinsicht präcisiren und Grösse, Quellen und Bedingungen des Geschehens und der Betriebsenergie allseitig bestimmen zu können. Eine solche Unsicherheit muss bei lückenhafter Kenntniss der näheren oder ferneren Bedingungen stets bleiben, wenn es auch z. B. für einzelne physikalische Glieder in den Functionen im Princip völlig klar ist, dass sie an sich chemischer Energie nicht bedürfen oder doch nicht nothwendig bedürfen.

Thatsächlich mangelt eine genügende Aufhellung der bedingenden Factoren häufig schon dann, wenn es sich um einfachere Functionen des als gegeben hingenommenen Apparates der Pflanze handelt. So sind u. a. zu den von chemischer Energie unabhängigen osmotischen Leistungen entsprechende Mengen löslicher Substanzen nothwendig, welche aber in sehr differenter Weise gewonnen werden können. Selbst wenn ein Körper nicht einem tiefergreifenden Stoffwechsel entstammt, vielmehr diosmotisch herbeigeführt wird, bleibt doch wieder zu entscheiden, ob die Speicherung mit chemischen Reactionen verknüpft ist[1]. Die an sich variable Grösse des Aufwandes, resp. des Verlustes an chemischer Energie in einem solchen Processe ist noch in keinem derartigen Falle vollständig ermittelt, gleichviel ob die Anhäufung mit oder ohne tiefere Stoffmetamorphosen erreicht wird. Ebenso kennen wir nicht den Energieaufwand für die Production einer Enzymmenge und können schon dieserhalb nicht beurtheilen, ob dieser Aufwand die durch das Enzym ausgelösten Vorgänge in energetischer Hinsicht übertrifft oder nicht erreicht.

Weiter ist z. B. nachgewiesen, dass die Reizbewegungen der Staubfäden von Cynareen bei invariabler Elasticität der Zellhaut durch eine Variation in der Turgorkraft veranlasst werden, aber es ist noch

---

1) Vgl. Pfeffer, Zur Kenntniss d. Plasmahaut u. d. Vacuolen 1890, p. 290.

nicht präcisirt, in welchem Sinne Stoffwechsel, d. h. chemische Energie, in diesen Turgorwechsel bedingend eingreift (vgl. Kap. 6). Noch verwickelter gestalten sich die Verhältnisse beim Wachsthum der Zellen. Zu der Turgorregulation, welche mit der Volumzunahme der Zelle nothwendig wird, gesellt sich hier das Wachsthum der Haut, hinsichtlich dessen die Frage auftritt, ob die nächste Betriebskraft aus chemischer Energie oder anderen Energiequellen, resp. aus Combination beider entspringt (vgl. Kap. 7). Und in noch höherem Grade fehlt die genügende Einsicht in die Causalität der Wachsthums-, Gestaltungs- und Bewegungsvorgänge in dem lebensthätigen Protoplasten.

In Erwägung solcher Sachlage ist nicht zu erwarten, dass einige wenige scharf begrenzte Typen die Gesammtheit der mannigfachen Beziehungen und Verkettungen zwischen Stoffwechsel und Leistungen darstellen werden. Sobald es sich nur um Erzeugung des Stoffes handelt, vermöge dessen Leistungen vollbracht werden, kann man den chemischen Umsatz wohl als formale Bedingung ansehen, während in anderen Fällen sicherlich auch Auslösung irgend welcher Energiepotentiale durch chemische Actionen veranlasst wird. Die Leistungen durch Enzyme tragen z. B. den Charakter auslösender Wirkungen (Reize)[1], während es sich bei Production eines Stoffes als Mittel für Leistungen nicht einfach um Auslösung bereits angehäufter Spannkräfte handelt, wohl aber ebenfalls völlige Disproportionalität bestehen kann zwischen der Energie, welche für den Aufbau des Körpers aufging und den durch diesen Körper vermittelten Leistungen (vgl. p. 164). Möglich ist es übrigens auch, dass die in dem chemischen Umsatz erzielten specifischen Bewegungszustände auslösend oder Energie übertragend wirksam sind und dieses gilt natürlich ebenso für den Stoffwechsel der Athmung.

Uebrigens fehlt es nicht an ähnlichen Verwicklungen und Schwierigkeiten bezüglich anderer Energieformen und es ist u. a. bekannt, dass Wärme nicht nur als formale Bedingung, sondern auch als Auslösung für den Organismus in Betracht kommen kann (vgl. p. 172). Dazu kommt, dass es z. B. bei gewissen mit der Lösung verbundenen Erscheinungen zweifelhaft oder der Willkür überlassen ist, ob man die Vorgänge als chemische oder physikalische Phänomene auffassen will.

1) Vgl. PFEFFER, Unters. a. d. botan. Institut in Tübingen 1884, Bd. I, p. [illegible]

Jedenfalls darf aus Steigen und Fallen der Athmung (oder irgend eines Stoffwechselprocesses) mit einer Leistung nicht gefolgert werden, dass die Betriebskraft für letztere direct aus der Athmung entspringt. Denn eine derartige gegenseitige Abhängigkeit ist ebenso möglich, wenn der Athmung nur eine auslösende Rolle zufällt, oder wenn etwa eine Stoffmetamorphose den mit der Thätigkeit (Wachsthum u. s. w.) steigenden Bedarf an einem Körper zu decken hat.

Thatsächlich und nothwendig werden die im Organismus zusammengreifenden Functionen im Allgemeinen in selbstregulatorischer Weise gelenkt[1], doch fehlt zumeist eine genügende causale Einsicht in den correlativen Zusammenhang. Dieserhalb ist auch den derzeit vorliegenden Erfahrungen nicht zu entnehmen, ob die in der Athmung freiwerdende chemische Energie direct einen grossen Theil oder gar keine derjenigen Betriebskraft liefert, welche beim Wachsen, Bewegen u. s. w. Verwendung findet. In dieser Richtung ist auch kein Schluss aus dem ansehnlichen Quantum von chemischer Energie zu ziehen, welches in der Athmung frei wird, und falls diese ganze Quantität in Form von Wärme auftreten sollte, würde der Betrieb mechanischer Leistungen anderen Energiepotentialen zufallen, durch welche natürlich die Athmungswärme, wie die Energieform der Wärme überhaupt, zum Umsatz in Arbeit verwandt werden kann. Durch solche oder irgend eine andere Beziehung wird die erfahrungsgemäss feststehende Bedeutung und Unerlässlichkeit der Athmung in keiner Weise herabgesetzt, wie überhaupt durch keine Studie, welche im Näheren aufdeckt, wie und wodurch die Athmung im lebendigen Getriebe wirksam und unentbehrlich ist.

Ebenso wird das Verhältniss zwischen Athmung und mechanischen Leistungen nicht näher präcisirt durch den Stillstand von Wachsthum, Bewegungen u. s. w. bei Entziehung des Sauerstoffes. Denn während die Fortdauer einer Function nach Sistirung der normalen Athmung allerdings die unmittelbare Unabhängigkeit beider beweist, ist aus dem Stillstand der Leistung nicht zu folgern, dass die Betriebskraft für diese direct aus der Athmung entspringt. Auch wenn letzterer nur eine zur Ausführung nothwendige auslösende Action zufiele, würde unvermeidlich mit Aufhören der normalen Athmung Stillstand

1) Vgl. Pfeffer, Zur Kenntniss der Oxydationsvorgänge 1889, p. 463.

erzielt werden. In gleicher Weise stellt die Uhr ebensowohl ihren Gang ein, wenn ein Rädchen, als wenn die Feder den Dienst versagt, und die Dampfmaschine arbeitet auch dann nicht mehr, wenn nur der auslösende Schieber geschlossen wird[1]).

Ob die Thatsache, dass durch Chloroformiren, trotz voller Fortdauer der Athmung[2]), verschiedene Bewegungsvorgänge aufhören, dahin zu deuten ist, dass die Athmung nicht direct die Betriebskraft liefert, ist aus dem empirischen Materiale nicht zu entnehmen. Dieses gestattet auch nicht mit Bezug auf diese Fragen Schlussfolgerungen aus der Erfahrung abzuleiten, dass die Athmung mit der Temperatur dauernd zunimmt, während Wachsen und Bewegen jenseits des Optimums der Temperatur retardirt und endlich zum Stillstand gebracht werden.

Alle Erfahrungen aber, aus welchen die directe Unabhängigkeit zweier oder einiger Functionen hervorgeht, sind natürlich physiologisch bedeutungsvoll und werden noch höhere Bedeutung durch systematische und zielbewusste Forschungen erlangen. Speciell in Rücksicht auf die Athmung weiss man, dass bei aëroben Pflanzen einzelne Functionen nach Entziehung des Sauerstoffes fortdauern[3]), während die Fortdauer auffälliger vitaler Bewegungsvorgänge im sauerstofffreien Raume bis dahin zwar nicht für Pflanzen, wohl aber für den animalischen Muskel ermittelt wurde. Möglich und wahrscheinlich, dass solcher Fortdauer gerade die Individualisirung der Einzelfunction günstig ist, dass also bei geringer Arbeitstheilung in dem vielseitig thätigen Organe oder Complexe eine Hemmung des Ganzen durch

1) Vgl. PFEFFER, Physiologie Bd. I, p. 378.

2) ELFVING, Einwirkung von Aether u. Chloroform auf Pflanzen, 1886, p. 2.

3) Als Einzelfunctionen, die ohne Sauerstoff in Aëroben fortdauern, wurden, abgesehen von intramolekularer Athmung, in meiner Physiologie (Bd. I, p. 378) angeführt: Abnahme, resp. Zunahme der Turgorkraft mit Entziehung resp. Zufuhr von Wasser; Bildung der Plasmahaut und Deformationsfähigkeit des Protoplasmakörpers, sowie die Wirkung der vom Organismus zuvor producirten Enzyme. Weiter nenne ich noch die Diosmose und Speicherung zweier Stoffe (PFEFFER, Unters. a. d. bot. Institut z. Tübingen Bd. II, p. 284, 299) und den Wiederbeginn der Kohlensäurezersetzung im beleuchteten Chlorophyllapparat. Letzteres beweist die bei Beleuchtung wiederkehrende Bewegung der Bacterien, welche zuvor durch ihre Bewegungslosigkeit das völlige Fehlen von Sauerstoff anzeigten und in Uebereinstimmung damit auch eine andere Versuchsanstellung BEYERINCK's (Botan. Zeitung 1890, p. 743).

eine einzelne z. B. von der Präsenz des Sauerstoffs abhängige Function leichter erzielt wird. Anderseits ist aber nicht zu verkennen, dass diejenigen niederen Pflanzen, welche je nach Umständen mit oder ohne Sauerstoff leben können, zu Forschungen in den hier angedeuteten Fragen Angriffspunkte bieten, welche bisher noch nicht empirisch ausgenutzt wurden. In solchen und anschliessenden Studien wird wohl auch darüber Gewissheit zu erlangen sein, ob, wie es scheint, die an sich zur vitalen Thätigkeit unzureichende intramolekulare Athmung für die Erhaltung des Lebens der Aëroben im sauerstofffreien Raume wesentliche Bedeutung hat[1]).

Aus obigen und anderen Erwägungen ergibt sich ohne weiteres, dass das Verhältniss zwischen dem Energiewerth der Athmung (sowie des Stoffwechsels überhaupt) und den mechanischen Leistungen des Organismus, sowohl im normalen Verlauf der Entwicklung, als auch durch innere und äussere Einflüsse Verschiebungen erfahren und zulassen muss. Abgesehen davon, dass nach dem Auswachsen der Pflanzentheile andere Anforderungen an den Betrieb gestellt werden, genüge es hier, an alle die Eingriffe zu erinnern, durch welche ein Stillstand oder eine Verlangsamung an Wachsthums- und Bewegungsvorgängen erzielbar ist, während die Athmung voll fortdauert oder sogar (wie bei Temperaturerhöhung) gesteigert wird. Ebenso hat u. a. die Qualität der Nahrung, welche speciell Pilzen in gewünschter Variation dargeboten werden kann, einen Einfluss auf das besagte Verhältniss.

Die causale Aufhellung einzelner Vorgänge ist zwar eine Grundbedingung für ein Eindringen in die Functionen des Organismus, doch ist wohl zu beachten, dass jene nur einzelne Glieder in dem vitalen Gesammtgetriebe vorstellen und dass wir noch weit davon entfernt sind, das gesammte reale Werden und Geschehen aus den jeweils gegebenen Bedingungen und dem Wechsel der Constellationen als nothwendige Folge ableiten zu können. In solcher nüchterner Erwägung liegt auch die häufig nicht befolgte Mahnung, dass man sich hüten muss, die gerade causal zugänglichen Vorgänge in ihrer Bedeutung zu überschätzen und einseitig mit Bezug auf diejenigen Erscheinungen abzuwägen, in

1) Vgl. Pfeffer, Physiologie Bd. I, p. 379.

welche eine ganze Reihe unbekannter Factoren verwebt ist. Dieses gilt ebenso im Speciellen für die Beziehungen zwischen Stoffwechsel und Leistungen, welche wir, wie öfters betont wurde, bei dem Standpunkt unserer Kenntnisse nicht in ihrer Totalität zu durchschauen vermögen.

Allgemein sind allerdings, mit Rücksicht auf den Aufbau des Organismus und die hierzu nothwendigen Stoffe, chemische und auch tiefgreifende chemische Umlagerungen eine Nothwendigkeit. Dagegen können wir auf Grund der derzeitigen Einsicht in das Getriebe wohl die Wahrscheinlichkeit, nicht aber die zwingende Nothwendigkeit dafür ableiten, dass, wie es Thatsache ist, auch solche chemische Processe durchaus unerlässlich sind, welche zum Verlust einer grösseren Menge chemischer Energie, d. h. zu positiver Wärmetönung führen. So viel aber ist nach den vorausgegangenen Erörterungen gewiss, dass die unmittelbare Betriebskraft für mechanische Leistungen vielfach nicht chemischer Energie entspringt, ja es scheint theoretisch möglich, dass letztere dem ganzen frei werdenden Betrage nach in Form von Wärme auftritt, die Gesammtheit von mechanischen Leistungen des Organismus also durch anderweitige Energiepotentiale vermittelt wird.

Schon aus diesen Erwägungen folgt, dass die Bedeutung eines Stoffes oder eines Stoffwechselprocesses in dem Organismus nicht schlechthin nach dem chemischen Energieinhalt, resp. dem chemischen Energiewechsel beurtheilt werden kann. Diesen Schluss ergiebt ebenso die allgemeine chemische Erfahrung, dass für Wechselwirkungen und Verbindungsweise specifische Affinitäten von Atomen und Molekeln eine Rolle spielen, welche durch die in der Thermochemie gemessenen Factoren keinen Ausdruck finden. In noch höherem Grade und mannigfacherer Weise fallen specifische Qualitäten im Organismus ins Gewicht und die in der Thermochemie bemessenen allgemeinen dynamischen Werthe allein vermögen durchaus nicht Rolle und Bedeutung von Stoff und Stoffwechsel im Organismus im Näheren zu bestimmen. In diesem kann deshalb auch ein total oxydirter Körper Betriebskraft liefern, und ebenso können solche chemische Processe bedeutungsvoll werden, die thermoneutral oder mit negativer Wärmetönung verlaufen, in denen also chemische Energie überhaupt für Leistungen ausserhalb des reagirenden Systemes nicht disponibel wird.

Mit der Nothwendigkeit der Sauerstoffathmung (oder auch der Gährung) für das Fortkommen von Organismen ist auch die Frage aufgeworfen, warum thatsächlich im Organismus Processe mit hoher positiver Wärmetönung sich abspielen[1]). Die Wärmeproduction als solche, welche bei den warmblütigen Thieren Selbstzweck ist, erscheint in der That für die Pflanzen in biologischer Hinsicht nicht nothwendig (vgl. p. 170). Dagegen wird in Erwägung zu ziehen sein, ob nicht diese Umsetzungen mit hoher Wärmetönung, trotz des Energieverlustes in Form der Wärme, für die Pflanze die ökonomisch vortheilhaftesten oder die von Seite des lebendigen Protoplasmaleibes den geringsten Arbeitsaufwand fordernden deshalb sind, weil im Allgemeinen am leichtesten die unter starker Wärmeentwicklung verlaufenden oder, richtiger gesagt, diejenigen chemischen Reactionen eintreten, in welchen unter Austritt von Wärme die Gesammtentropie wächst[2]).

Eine bestimmtere Antwort ist aber nur durch weitere Aufhellung der Athmung und der anschliessenden Vorgänge zu erwarten und die obigen Bemerkungen sollten auch nur Hinweise auf einige Gesichtspunkte sein, welche vielleicht mit in Betracht zu ziehen sind in den mannigfachen hier nur angedeuteten Fragen. Ueberhaupt ist die Athmung ein physiologischer Vorgang, der zwar mit Rücksicht auf die Ausgangskörper und Endproducte eine totale (oder auch nur partielle) Verbrennung vorstellt, jedoch factisch in einer aller Voraussicht nach verwickelten Kette von besonderen Wechselwirkungen und Umlagerungen realisirt wird[3]). Und es ist mindestens sehr wahrscheinlich, dass gerade in den Constellationen der Processe selbst, sowie in den von letzteren und von den Producten ausgehenden Wirkungen eine vielseitige und wichtige Rolle der Athmung liegt,

---

1) Da die Athmung, und also wohl auch die Wärmeproduction, mit der Temperatur bis zur Lebensgrenze steigt, so wird die Tödtung dieserhalb etwas früher eintreten, als es ohne diese die Körpertemperatur steigernde Wärmequelle unter gleichen Umständen der Fall sein würde.

2) Vgl. Ostwald, Lehrbuch d. allgem. Chemie 1887, Bd. II (I. Aufl.), p. 388, 614. An letzterer Stelle ist auch die irrige Auffassung Berthelot's behandelt, nach der ohne Dazwischentreten fremder Energie immer diejenigen Reactionen eintreten sollen, in welchen die meiste Wärme entwickelt wird.

3) Ueber die Athmung vgl. Pfeffer, Zur Kenntniss d. Oxydationsvorgänge, 1889, p. 480.

die also, sowie die Kette der zum Ziel führenden Processe, nicht schlechthin durch die endlich direct oder indirect erzielten chemischen Producte und die Summe der freigewordenen, resp. transformirten chemischen Energie charakterisirt wird.

Nach aller Erfahrung entspringt in der Sauerstoffathmung und auch in gewissen Gährungen ansehnliche Wärmetönung, die aber voraussichtlich für Erreichung gleicher Ziele, je nach dem zur Verarbeitung gebotenen Materiale, verschieden ausfallen dürfte. Immerhin aber wird Wärmeproduction in der Sauerstoffathmung kaum jemals fehlen, wohl aber muss die Frage aufgeworfen werden, ob etwa unter den anaëroben Organismen auch solche existiren, in denen als Resultate aus der Gesammtheit des Stoffwechsels eine negative Wärmetönung entspringt. Ist dieses nicht allzu wahrscheinlich, so ist es doch vom rein chemischen Standpunkt nicht direct unmöglich, da thatsächlich auch solche Processe bekannt sind, welche trotz des Verlaufes mit negativer Wärmetönung[1]) geeignete Baustoffe und

---

1) Einige Bemerkungen über die Wärmetönung bei Enzymwirkungen dürften hier wohl am Platze sein, da NAEGELI (Botan. Mittheilungen 1881, Bd. III, p. 377; Theorie d. Gährung 1879, p. 66), entgegen KUNKEL (PFLÜGER's Archiv f. Physiologie 1879, Bd. XX, p. 509) für diese Processe eine negative Wärmetönung als allgemein annimmt und darin einen Unterschied von den unter Wärmeentwicklung verlaufenden Gährungen erblickt. Eine derartige Unterscheidung ist aber in Wirklichkeit sicher unzutreffend. Denn es ist keineswegs ausgeschlossen, dass fernerhin den Gährungen anzureihende Processe mit negativer Wärmetönung entdeckt werden und ausserdem ist wahrscheinlich, dass die meisten enzymatischen Processe mit Wärmebildung verlaufen. Eine solche tritt z. B. bei der hier anzureihenden Zerfällung der Ameisensäure durch Iridium in Kohlensäure und Wasserstoff ein (TAMMAN, Ztschr. f. physiolog. Chemie Bd. III, p. 25 und OSTWALD, Lehrbuch d. allgem. Chemie I. Aufl., Bd. II, p. 323) und ebenso bei der unter gewissen Bedingungen eintretenden fermentativen Zerspaltung des Harnstoffes (OSTWALD l. c., p. 361). Bei der Spaltung des Rohrzuckers in Dextrose und bei der Entstehung dieser aus Stärke sind die Wärmetönungen überhaupt nur gering, fallen (bei Vernachlässigung der Lösungswärme) jedoch in ersterem Falle negativ, im zweiten Falle positiv aus nach neueren Bestimmungen von STOHMANN, welche jedenfalls exacter als ältere Bestimmungen der Verbrennungswärme sind, auf welche NAEGELI basirte.

Da die Verbrennungswärmen nach STOHMANN (Ztschr. f. physik. Chemie Bd. 6, p. 341) für 1 Grammmolekel Rohrzucker 1322,2 Cal (Cal = 1 Kilo H_2O von 0 bis 1° C.), für 2 Grm.-Mol. Dextrose 1328,2 Cal betragen, so beträgt die Wärmeabnahme 6 Cal. Die Lösungswärmen, welche man mit NAEGELI als ein nicht chemisches Glied des ganzen Processes auffassen kann, sind für beide Körper negativ. Demgemäss würden (OSTWALD l. c., p. 319) 0,8 Cal zu obigem Werth des Rohr-

Energiepotentiale in den entstehenden Körpern bieten könnten. Physiologisch aber darf man, wie schon bemerkt, auf Grund der heutigen Kenntnisse eine positive Wärmetönung im Stoffwechsel der Pflanzen nicht als eiserne Nothwendigkeit fordern und transpirirende Pflanzen lehren unmittelbar, dass ein Gedeihen recht wohl möglich ist, wenn als Resultante aller Processe die Temperatur des Pflanzenkörpers unterhalb der Temperatur der Atmosphäre gehalten wird. Analog wäre es aber auch denkbar, dass, ohne Mitwirkung von Transpiration, trotz positiver Glieder im Stoffumsatz, doch durch negative Glieder (z. B. in Auflösungen, Arbeitsleistungen u. s. w.) in Summa eine Abkühlung des Ganzen erzielt würde.

Diese Fragen wurden bislang überhaupt nicht discutirt, und aus den in Hinsicht auf den Stoffwechsel der Anaëroben völlig unzureichenden Untersuchungen ist nicht zu entnehmen, ob eine solche negative Wärmetönung unter bestimmten Ernährungsverhältnissen für gewisse Arten mit einiger Wahrscheinlichkeit vermuthet werden darf. Jedenfalls kann nur der directe Versuch entscheiden und man muss sich hüten, die bisherigen Erfahrungen zu verallgemeinern. Denn durch solches ungerechtfertigtes Generalisiren wurde auch die Nothwendigkeit der Sauerstoffathmung zum Schaden der Wissenschaft als Dogma proclamirt, auch wohl Allgemeinheit der Kohlensäureproduction angenommen, obgleich eine solche keineswegs gefordert werden kann. Thatsächlich soll auch nach Liborius[1]) bei gewissen Anaëroben eine Gasentwicklung gänzlich unterbleiben und denkbar ist ebenfalls,

---

zuckers zu addiren und 2 (2,25) Cal von dem Werthe für Dextrose zu subtrahiren sein, so dass dann nur eine negative Wärmetönung von 0,2 Cal übrig bliebe.

Die Verbrennungswärmen für 1 Grm.-Mol. Stärke resp. Dextrose sind nach Stohmann 667,9, resp. 664,6 Cal, so dass die Wärmeentwicklung bei der Entstehung der Dextrose 3,3 Cal ausmacht. Die Quellungswärme der Stärke dürfte nach einer Calculation Rodewald's (Ztschr. f. wiss. Bot. Bd. XVIII, p. 341) ungefähr + 2,8 Cal betragen. Da nun sowohl diese, wie anderseits die Lösungswärme der Dextrose mit 2,25 Cal je von den respectiven Verbrennungswerthen zu subtrahiren sind, so würde sich dann für die genannte Umwandlung in Summa die Wärmetönung auf + 2,7 Cal stellen.

Bei Zerspaltung des Zuckers in der Alkoholgährung ist die Wärmeentwicklung bekanntlich ziemlich ansehnlich. Sie berechnet sich pro Grm.-Mol. Dextrose, unter Beachtung der verschiedenen mitspielenden Factoren, ungefähr auf + 22,8 Cal (vgl. Ostwald, l. c., p. 321).

1) Arbeiten a. d. hygien. Institut zu Göttingen 1886, p. 159, 169.

dass, unter Mitwirkung von Sauerstoff, ausschliesslich nicht gasförmige Oxydationsproducte entstehen, ja dass je nach Material und Bedingungen in dieser Hinsicht das Resultat verschieden ausfällt[1]). Auch die Essigbacterien produciren vielleicht keine Kohlensäure und diese tritt anscheinend sehr zurück bei Schwefelbacterien und nitrificirenden Bacterien[2]).

Im Anschluss an die Wärmebildung im Organismus genügt es, kurz auf die Aussendung der Energieform der Wärme in Gestalt leuchtender Strahlen hinzuweisen. Die Production von Licht in Organismen, welche bekanntlich nur einer beschränkten Zahl von Pflanzen zukommt, wird durch Chemiluminiscenz[3]) vermittelt, d. h. durch Verwendung chemischer Energie, und bei den bis dahin untersuchten Fällen ist das Leuchten an die Sauerstoffathmung gekettet[4]).

In biologischer Hinsicht haben wir das Leuchten hier nicht zu discutiren. Nur beiläufig sei erwähnt, dass die Aussendung von Lichtstrahlen aus einem Organismus, dessen Temperatur ungefähr die der Umgebung ist, noch keineswegs bedingt, wie dem Wesen nach LANGLEY[5]) interpretirt, dass diese Lichtquelle in ökonomischer Hinsicht besonders billig ist. Denn es ist ebenso das Gegentheil möglich, da die Energiemenge, welche insgesammt der Organismus für Erzielung des Leuchtens aufbieten musste, uns völlig unbekannt ist und sehr wohl auch relativ sehr ansehnlich sein kann. Uebrigens lehren Lichtstrahlen, wie diese strahlende Energie von einem kälteren Körper ausgehen und mit der Absorption in einem wärmeren Körper zur Arbeitsleistung in diesem dienen kann, ein Verhalten, das eine gewisse Verallgemeinerung des zweiten Hauptsatzes der mechanischen Wärmetheorie fordert[6]).

---

1) Es sei hier an die je nach Umständen veränderliche Oxalsäureproduction durch Pilze erinnert. Vgl. WEHMER, Botan. Ztg. 1891.

2) Vgl. WINOGRADSKY, Rech. s. l. Organismes d. l. Nitrification, 2. mém., 1890. Sep. aus Annal. d. l'Institut Pasteur; Bot. Ztg. 1887, p. 590.

3) Vgl. E. WIEDEMANN, Annal. d. Physik u. Chemie 1889, Bd. 37, p. 180.

4) Ueber Leuchtbedingungen vgl. PFEFFER, Physiologie Bd. II, p. 418 und BEYERINCK, Les bactéries lumineuses dans leur rapports avec l'oxygène. Sep. aus Archiv. Néerlandaises 1889, Bd. XXIII.

5) Beiblätter zu Annal. d. Physik u. Chemie 1890, Bd. XIV, p. 1096 und ibid. 1891, Bd. XV, p. 281 die Kritik von E. WIEDEMANN.

6) Vgl. E. WIEDEMANN, Annal. d. Physik u. Chemie 1889, Bd. 38, p. 485.

Aus chemischer Energie entspringt auch die anscheinend in allen Pflanzen producirte Elektricität, zu deren Erzeugung wiederum in hervorragender Weise der Athmungsstoffwechsel beiträgt. Damit ist aber nicht ausgeschlossen, dass, so gut wie Wärme, auch Elektricität noch auf andere Weise in der Pflanze erzeugt wird, wenn auch sichere Beweise dafür zur Zeit nicht vorliegen[1]).

Aehnlich, wie für die Wärme, ist es unbekannt, ob die Elektricität gleichsam nur als nothwendiges Nebenproduct der realisirten chemischen Umsetzungen hervorgeht, oder ob sie eine besondere Rolle im Organismus spielt, z. B. indem sie auf chemische oder andere Vorgänge arbeitsleistend oder auslösend einwirkt. Im Verband mit diesen Erwägungen ist auch die Frage aufzuwerfen, ob durch von aussen kommende elektrische Energie nutzbare Leistungen, resp. Energiepotentiale in der Pflanze zu erreichen sind.

Zwar sind an der Pflanze immer nur schwache elektrische Ströme gemessen, doch kommen einmal nur Potentialdifferenzen zur Wirkung in dem ableitenden Bogen und dann ist nicht zu vergessen, dass die Arbeitsleistung durch Elektricität dennoch hohe Werthe erreichen könnte, nämlich wenn dieselbe in regulatorischer Weise in der Pflanze producirt würde. Sollte aber die Elektricität in physiologischer Hinsicht nur nebensächliches Product sein, so dürfte sie doch in manchen Fällen als Reagens für den Verlauf derjenigen Vorgänge nutzbar gemacht werden können, in welchen sie in Entstehung tritt.

Das Leben selbst und somit alles physiologische Geschehen hängt in erster Linie von den besonderen Eigenschaften des Organismus ab. Diese entscheiden auch darüber, ob überhaupt und in welchem Sinne ein aufgenommener oder producirter Körper im Dienste der Pflanze Verwendung findet und Bedeutung gewinnt. Demgemäss fällt die Nutzbarmachung desselben Stoffes verschieden aus und Glucose kann z. B. sowohl zur Verathmung, als auch zur Formation von Zellhaut, Eiweissstoffen, organischen Säuren u. s. w. dienen.

Diese in Hinsicht auf das Fortkommen des Organismus noth-

1) Näheres bringt eine demnächst von Herrn Haacke zu veröffentlichende Untersuchung.

wendigerweise selbstregulatorische Thätigkeit liegt zwar nicht entschleiert vor uns, kann jedoch immerhin ganz im Allgemeinen als Resultante des complexen Aufbaues und Getriebes erreichbar und verständlich erscheinen. Wie schon betont (p. 156) ist jeder Protoplast ein Elementarorganismus, in welchem in dem Zusammenwirken der Organe und Theile, bei gleichzeitigem Wechsel der Constellationen im Ganzen und in den Gliedern, die Bedingungen für die besondere und veränderliche Thätigkeit liegen. In solchem Getriebe, in welchem u. a. auch räumliche Trennungen, sowie Fortführung oder Consum von Stoffen eine Rolle spielen, ist eben eine Summe von Dispositionen geschaffen, welche wir nicht in ihrer Totalität zu durchschauen vermögen [1]).

So lange aber dieser Complex eine Unbekannte ist, lässt sich das Schicksal eines hinzutretenden Körpers nicht unbedingt voraussagen, wenn dessen chemische und physikalische Eigenschaften auch noch so gut bekannt sind. Denn der hinzukommende Körper bleibt in der Summe der eingeleiteten Wechselwirkungen nur ein Factor, dessen Qualitäten zwar voll ins Gewicht fallen, jedoch gegenüber den mannigfacheren besonderen Qualitäten in dem Organismus im Allgemeinen um so weniger in erster Linie entscheidend in den Vordergrund treten werden, als die regulatorische Thätigkeit des lebenden Complexes eine Summe von neuen Reactionsbedingungen schafft. Letztere sind ja auch in todten Massen von den gebotenen Bedingungen, also zunächst von den in einem Gemische vereinten Körpern abhängig, und die Vernachlässigung dieser Factoren für die Beurtheilung der Umsetzungen in einem hinzukommenden Stoffe bedeutet in principieller Hinsicht genau denselben Fehler, wie die Vernachlässigung des viel verwickelteren lebendigen Complexes.

Diese allgemeinen Gesichtspunkte kommen natürlich für alles physiologische Geschehen in Betracht, also ebensowohl für den Stoffwechsel, als für den Kraftwechsel, deren Separirung überhaupt nur in unserer subjectiven Anschauung begründet ist. Im Speciellen sind also z. B. in erster Linie die Eigenschaften des Organismus dafür massgebend, ob disponibel werdende chemische Energie in Wärme, mechanische Leistungen oder andere Energieformen transformirt wird.

---

1) Vgl. auch PFEFFER, Zur Kenntniss der Oxydationsvorgänge, 1889, p. 455.

Und wenn durch die Ausgangs- und Endproducte einer chemischen Reaction zwar die Summe der frei werdenden chemischen Energie bestimmt ist, so wird damit doch die Leistungsfähigkeit eines Körpers und seiner Producte schon deshalb nicht gekennzeichnet, weil, wie früher (p. 162,174) hervorgehoben wurde, Leistungen auch durch Energiepotentiale möglich sind, zu deren Betrieb chemische Energie nicht nöthig ist.

Anderseits ist es eine bekannte Thatsache, dass alle grundlegenden Erfahrungen über die Bedeutung eines Körpers für den Organismus auf empirischem Wege gewonnen sind und sich nicht aus chemischen Eigenschaften voraussagen lassen und liessen. Aus diesen ist z. B. schlechterdings nicht abzuleiten, dass gerade das Kalium alle Phanerogamen bedürfen und dass nicht in diesen, wohl aber in gewissen Pilzen, Kalium durch Cäsium und Rubidium, nicht aber durch Natrium und Lithium vertretbar ist, oder dass, um noch ein Beispiel zu nennen, die Samenfäden der Farne auf Aepfelsäure, die der Moose auf Rohrzucker, die beweglichen Bacterien auf verschiedene Stoffe reagiren. Für unsere Betrachtungen sind auch die Reizerscheinungen voll zu berücksichtigen, da sie ja in jedem Falle eine specifische Wechselwirkung kennzeichnen und zudem den Anstoss geben, dass die Thätigkeit des Organismus in neue und theilweise wesentlich veränderte Phasen und Bahnen gelenkt wird.

In Bezug auf die massgebenden specifischen und subjectiven Besonderheiten des Organismus kann man mit Hinsicht auf den hinzutretenden Stoff von specifischen Qualitäten des Organismus reden, die, so wenig wie unsere subjective Wahrnehmung von Geruch und Geschmack, nicht in denjenigen Erfahrungen enthalten sein können, welche aus dem wechselseitigen Verhalten todter Massen gewonnen wurden. Den Ausdruck der Erfahrungen letztgenannter Art spiegeln aber die Structurformeln wieder, welche sachgemäss deshalb jene specifischen (physiologischen) Qualitäten nicht umfassen können, in der heute üblichen Form übrigens auch den numerischen Inhalt freier chemischer Energie nicht anzeigen.

Mit der Betonung der Wechselwirkung ist übrigens schon ausgedrückt, dass verwandte oder ähnlich constituirte Körper in concreten Fällen gegenüber demselben physiologischen Complexe sehr wohl zu gleichem oder ähnlichem Erfolg führen können und solches

ist besonders da zu erwarten, wo es sich um allgemeine oder einfachere Functionen handelt. Immer aber war, was wohl zu beachten ist, die Natur dieses physiologischen Erfolges nicht etwa aus bekannter chemischer Constitution a priori abgeleitet, sondern zunächst empirisch für ein Glied der Stoffe constatirt, das somit als Basis des Vergleiches diente. Und dass nicht allgemein ähnliche Constitution und chemische Verwandtschaft analoge physiologische Bedeutung bedingen, ergiebt sich sogleich aus den schon angeführten Beispielen, denen sich zahlreiche gleichsinnige Erfahrungen über den Nährwerth[1]) und anderweitige Wirkungen verwandter Körper anreihen.

Selbstverständlich ist aber vollste und ausgedehnteste Beachtung und Verwerthung der physikalischen und chemischen Erfahrungen eine Vorbedingung und ein wichtigstes Rüstzeug für siegreiches Vordringen auf physiologischem Gebiete. Speciell hat auch das Verhalten des Organismus gegen Körper chemisch bekannter Constitution eine hervorragende Bedeutung. Denn wohl darf man hoffen, durch kritische Studien solcher Art mehr und mehr gleichsam eine Reihe von Gleichungen zu gewinnen, mit deren Vermehrung die bekannten chemischen Glieder die Handhabe bieten, um die unbekannten physiologischen Factoren zu eruiren. Wird aber ohne gebührende Rücksichtnahme auf diese Factoren einseitig nur mit chemischen Erfahrungen an todten Massen operirt, so sind derartige Speculationen nicht mehr berechtigt, sich physiologische Studien zu nennen[2]).

Thatsächlich ist noch in keinem Falle das ideale physiologische

---

1) Siehe u. a. REINKE, Unters. a. d. botan. Laboratorium zu Göttingen 1883, Heft 3, p. 40. — Zu beachten ist, dass bei heterogener Nahrung der Organismus und damit sein wesentlicher Aufbau derselbe bleibt, während die accessorischen Stoffwechselproducte nach der Nahrung und auch nach andern Umständen Differenzen bieten können.

2) In beliebter Weise wird bei solcher, unter Vernachlässigung des Physiologischen vorgenommenen Vergewaltigung des Organismus mit chemischen Beispielen argumentirt, die in mehr oder weniger anschliessender Form immer zu finden sind, sobald man tendenziös sucht und alle nicht passenden oder gar widersprechenden physiologischen Erfahrungen vernachlässigt und bei Seite schiebt. Es ist das eine Benutzung der an sich tiefsinnigen chemischen Erfahrungen und Formeln, welche lebhaft an eine Kartenlegerin erinnert, die ebenfalls aus jeder beliebigen Combination etwas für den Zweck Passendes herauszulesen versteht und sich den Anschein giebt, auch Dinge zu durchschauen, für deren wahre Präcisirung in Wirklichkeit die nöthigen Prämissen fehlen.

von Säuren, durch Bindung von hinzukommenden Basen noch weiter gesteigert werden.

Erscheint in solchem Sinne die Bildung von Säuren in Pflanzen nützlich und zweckentsprechend, so sind dieselben doch ebenso gewiss noch in anderer Weise im Organismus dienstbar, denn offenbar fällt u. a. organischen Säuren vielfach die Rolle zu, Basen zu binden, um z. B. anorganische Säuren zu Verarbeitungszwecken in Freiheit zu setzen[1]. Speciell die osmotisch wirksamste Oxalsäure ist in den meisten Pflanzen nicht als gelöstes Salz angehäuft, und falls solche Ansammlung nicht etwa wegen specifischer Giftwirkung vermieden ist, wird der angedeutete möglichst hohe gleichzeitige Gewinn an osmotischer und disponibler chemischer Energie in der Pflanze zumeist nicht angestrebt. Beiläufig mag bemerkt werden, dass nicht allen verbreiteten organischen Säuren (für die Gewichtseinheit) eine höhere osmotische Leistung als der Glucose zukommt, letztere vielmehr (entsprechend dem geringen Molekulargewicht) die Citronensäure übertrifft.

Für die ganze Sachlage ist aber wohl zu beachten, dass unter Umständen die Vermeidung einer zu ansehnlichen Ansammlung gelöster Stoffe physiologisch bedeutungsvoll ist, da durch zu grosse Ansammlung die Turgorkraft zu hoch gesteigert oder auch, mit Anhäufung der Producte, das Fortschreiten einer Reaction verzögert werden kann[2]. An dieser Stelle ist indess nicht auf diese und andere regulatorische Vorgänge einzugehen, von welchen die Turgorregulation bei Gelegenheit des Wachsthums noch zu besprechen sein wird. Ferner müssen das Wesen der osmotischen Vorgänge, sowie die Bedingungen, welche zur Veränderung der Druckwirkung führen, als bekannt vorausgesetzt werden[3]. So weit es sich hierbei um Variation des gelösten Stoffes handelt, ist aus den isosmotischen

---

1) Ueber die nach Umständen veränderte Production organischer Säuren vgl. Wehmer, Bot. Ztg. 1891, p. 233.

2) Vgl. Pfeffer, Zur Kenntniss der Oxydationsvorgänge, 1889, p. 463 und die dort citirte Literatur. Ueber den hemmenden Einfluss der Producte auf Enzymwirkungen siehe ferner Tamman, Zeitschrift f. physikal. Chemie 1889, Bd. III, p. 32.

3) Vgl. Pfeffer, Zur Kenntniss d. Plasmahaut u. d. Vacuolen, 1890, p. 299 und die dort citirte Literatur.

Coefficienten leicht zu ersehen, welche Umlagerungen, Zersetzungen und Speicherungen ein Steigen oder Fallen der Turgorkraft veranlassen. In dieser Arbeit ist aber schon betont, wie und warum die osmotischen Leistungen unabhängig von chemischer Energie sind und dass zur Erzielung osmotischer Energie es nicht gerade der Transformation chemischer Energie bedarf.

So wenig wie die alleinige Kenntniss der Ausgangs- und Endproducte des Stoffwechsels vermag die alleinige Controle der Einfuhr und Ausgabe der Gesammtenergie oder einzelner Energiegrössen von der Art und Weise und der Mannigfaltigkeit der Umsetzungen im Getriebe des Organismus Kenntniss zu geben[1]). Uebrigens ist eine vollständige und tadellose Bestimmung des Gewinnes und Verlustes an Energie in der Pflanze keineswegs leicht. Denn wenn auch Gewinn und Verlust an chemischer Energie (nach aufgenommenen und ausgegebenen Stoffen) und strahlender Energie, sowie die Grösse der Aussenarbeit schliesslich bestimmbar sind, so stösst die specielle Präcisirung der auf Osmose, Oberflächenergie u. s. w. fallenden Energiewerthe auf verschiedene hier nicht weiter zu discutirende Schwierigkeiten. Beiläufig sei nur darauf hingewiesen, dass in Bezug auf diese Energieformen der Austritt eines total oxydirten Körpers einen Verlust an Energie bedeuten kann.

Zur Beurtheilung der Sachlage muss nochmals hervorgehoben werden, dass eine Summe von Leistungen in der Pflanze durch Energiepotentiale vermittelt wird, welche als Betriebskraft chemischer Energie nicht bedürfen, somit auch nicht der in der Pflanze aus chemischer Energie hervorgehenden Wärme. Denn eine Temperaturerhöhung ist keine Bedingung für osmotische u. s. w. Leistungen, und wenn mit diesen eine Transformation von Wärme verknüpft ist, geht letztere zu dem mit der Arbeitsleistung sich abkühlenden Systeme über und es ist natürlich gleichgültig, aus welcher Quelle diese Wärme entstammt (p. 170). Um den Wärmeconsum muss natürlich [illegible] positive Wärmetönung der Pflanze vermindert werden [illegible] kannt, dass die meisten Pflanzen bei ausreichender [illegible]

---

1) Vgl. PFEFFER, Zur Kenntniss der Oxydationsvorgänge, 1889 [illegible]

tiefer temperirt sind als die Umgebung, von dieser aus also eine Zufuhr von Wärme erfahren.

Wie bei Gleichzeitigkeit der Athmung und Kohlensäureassimilation der Gasaustausch, so entspricht bei Gleichzeitigkeit von Wärme bildenden und consumirenden Processen die reale Wärmetönung der Resultante aus beiden gleichzeitigen aber von einander unabhängigen Vorgängen, die verschiedene relative Werthe und auch solche Werthe erreichen können, in welchen die äussere Zufuhr von Kohlensäure, resp. von Wärme überwiegt. Nicht aus der Zufuhr allein, sondern aus Berücksichtiguug der gleichzeitig in der Pflanze producirten Kohlensäure, resp. Wärme ergiebt sich der volle Werth der im Dienste der Pflanze transformirten Kohlensäure, resp. Wärme.

Bei überwiegendem Consum geht von der producirten Wärme (ebenso von Kohlensäure) nichts nach aussen verloren, es wird also ein vollständiger Nutzeffect erreicht. Dagegen tritt mit der Erhebung der Körpertemperatur über das umgebende Medium unvermeidlich ein Wärmeverlust ein, welcher im Allgemeinen mit der Temperaturdifferenz zunimmt. Weil aber die Pflanze subisotherm gedeihen kann (p. 171), ist es möglich, dass während der ganzen Entwicklung Wärme nicht verloren geht, wohl aber dauernd in dieser Form Energie von aussen zugeführt wird. Damit wird also auch indirect ein vollständiger Nutzeffect der in Wärme transformirten chemischen Energie erreicht, während man annimmt, dass im Menschen etwa $^1/_5$, in der Dampfmaschine etwa $^1/_8$ der aus chemischer Energie entspringenden Wärme in mechanische Arbeit umgesetzt wird[1]).

Gegenüber den Thieren ist der Betrieb der Pflanze auch darin ökonomischer, dass weniger und dazu vorwiegend total oxydirte Körper ausgegeben werden. Je nach Umständen gestaltet sich aber der ökonomische Coefficient verschieden und es genügt hier, in Bezug auf Wärme daran zu erinnern, dass mit Unterdrückung der Transpiration die zuvor negative Wärmetönung einen positiven Werth annimmt.

---

1) In der Erzielung der zumeist wenig erhöhten Körpertemperatur der Pflanze ist öfters, jedoch nicht immer, geringere Athmungsthätigkeit betheiligt, die aber z. B. bei Pilzen wesentlich ansehnlicher als beim Menschen sein kann (Pfeffer, Oxydationsvorgänge, 1889, p. 476). Es ist übrigens nicht nöthig hier zu erörtern, welche Umstände (grosse Oberfläche, Transpiration u. s. w.) für die reale Körpertemperatur der Pflanze in Betracht kommen.

Da die in der Pflanze producirte Wärme wesentlich aus chemischer Energie stammt, andererseits bei Leistungen durch osmotische Energie u. s. w. im Allgemeinen eine äquivalente Wärmemenge in Arbeit umgesetzt wird[1]), so folgt aus der positiven Wärmetönung, dass der Gesammtwerth aller solcher Arbeitsleistungen geringer ist, als die Summe der disponibel werdenden und in Wärme transformirten chemischen Energie. Damit ist aber natürlich eine tiefere Einsicht in das ganze Getriebe nicht gewonnen. Denn das, worauf es ankommt, die Art und Weise, wie Wärme in mechanische Arbeit transformirt wird, bleibt völlig unbestimmt und ebenso ist aus den Wärmewerthen nicht zu entnehmen, ob überhaupt und in wie weit chemische Energie direct zu mechanischen Leistungen ausgenutzt wurde.

Mit diesen Auseinandersetzungen ist die Bedeutung calorimetrischer Untersuchungen für physiologisch-energetische Fragen charakterisirt. Durch jene wird im günstigsten Falle ermittelt, welche Wärmemenge in mechanische oder andere Leistungen transformirt wurde. Dieses Ziel würde erreicht sein, wenn, neben der real producirten Wärmemenge, auch diejenige bekannt wäre, welche ohne Transformation in mechanische u. s. w. Leistungen hätte entstehen müssen. Der empirischen Erfüllung dieser Forderungen stehen indess grosse Schwierigkeiten im Wege und bis dahin ist es nicht gelungen, auf solchem Wege das Wärmeäquivalent der Summe der fraglichen Leistungen genügend zu präcisiren und damit ein an sich wichtiges Factum festzustellen.

Sehr anzuerkennen sind deshalb doch die Untersuchungen RODEWALD's[2]), in welchen die real gemessene Wärmeproduction mit

---

1) Hieran wird natürlich nichts geändert, wenn in dem osmotischen Vorgang ausserdem durch Verdünnung der Lösung u. s. w. eine positive oder negative Wärmetönung herbeigeführt wird.

2) Jahrb. f. wiss. Bot. 1888, Bd. XIX, p. 291 und ebenda 1887, Bd. XVIII, p. 342. — Hier sind auch die Umstände erörtert, welche es bedingen, dass eine grosse Genauigkeit nicht erreichbar ist. Auf eine Fehlerquelle, die RODEWALD nicht bekannt sein konnte, mag hier beiläufig aufmerksam gemacht werden. Da nach Verletzungen die Athmungsthätigkeit, also voraussichtlich auch die Wärmeproduction und wahrscheinlich vorwiegend in der Nähe der Verletzungsstelle steigt, so dürften die eingestossenen Thermonadeln eine in Bezug auf den ganzen Körper etwas erhöhte Temperatur anzeigen. — Ueber Athmung nach Verletzungen vgl. STICH, Flora 1891, p. 15.

derjenigen verglichen wurde, welche nach einer Calculation gleichzeitig speciell aus der Athmungsthätigkeit zu erwarten war. Ein grosser und genügender Grad von Genauigkeit konnte indess der Natur der Sache nach in diesen Untersuchungen nicht erreicht werden, aus welchen indess so viel zu entnehmen ist, dass die in dem Athmungsprocess disponibel werdende Energie wesentlich in Wärme transformirt wird. Bei solcher Annäherung ist indess die Verwendung einer gewissen Wärmemenge für andere Verwandlungen nicht ausgeschlossen, und da einer Calorie (Erwärmung von 1 gr. Wasser um 1° C.) eine Arbeit von 42 350 Grammcentimeter entspricht, so wird schon durch ein kleines Wärmequantum eine ansehnliche mechanische Leistung vollbracht.

IV. Einführung von Energie in die Pflanze.

Lebensthätigkeit und Fortkommen des Organismus sind in gleicher Weise an den Gewinn und den Umsatz von Materie und von Energie gekettet. Letztere wird zum grössten Theil mit der Nahrung eingeführt, von welcher immer nur ein Theil zu bleibenden Bausteinen verwandt wird, während ein anderer und oft der grössere Theil, in tiefgreifenden Zertrümmerungen, unter Freiwerden chemischer Energie, zu einer durchaus unerlässlichen Quelle von Betriebskraft für den Organismus zu dienen hat. Doch wie nicht alle Leistungen direct durch chemische Energie betrieben werden, wurde auch schon dargethan, dass dem Organismus in anderer als chemischer Form Energie von aussen zugeführt werden kann. Da aber die verschiedenen Mittel, durch welche Energie von aussen für den Organismus gewonnen wird, nicht mit Rücksicht auf diese Frage behandelt wurden, so soll hier eine kurze zusammenfassende Besprechung nachgeholt werden.

Mit der Unentbehrlichkeit des Stoffwechsels ist auch die Nothwendigkeit des chemischen Energiewechsels ausgesprochen. Zu diesem Zwecke müssen geeignete Materialien an die Stätten des Wirkens und der Verarbeitung gelangen, während es hierfür logischer Weise ohne Belang ist, durch welche vorausgehenden Mittel und Wege diesem Zwecke genügt wird, auf welche Weise also der Organismus seine Nahrung gewinnt. Thatsächlich haben u. a. auch der von aussen in einen Schimmelpilz eingeführte und der in einer grünen Pflanze im Chlorophyllapparat erzeugte Zucker für die Ver-

wendung als Nahrung principiell dieselbe Bedeutung. Mit der Production in eigener Fabrik wird aber naturgemässer der Bezug dieser oder äquivalenter organischer Nahrung unnöthig gemacht.

In diesem für den ganzen Naturhaushalt so überaus bedeutungsvollen Productionsprocesse im Chlorophyllapparate ist in ernährungsphysiologischer Hinsicht nur ein besonderer Modus der Einführung und des Gewinnes organischer Nahrung gegeben [1]). In der Verwendung und der Bedeutung der Nahrung aber besteht kein principieller Unterschied zwischen chlorophyllführenden und chlorophyllfreien Vegetabilien und ebenso nicht zwischen Pflanzen und Thieren. Wenn dem entgegen in nicht botanischen Schriften gelegentlich immer wieder ein principieller Unterschied zwischen Pflanzen und Thieren proclamirt wird [2]), so entspringt dieser einer scharf zu tadelnden Begriffsverwirrung hinsichtlich des Gewinnes und der Verwerthung der Nahrung in dem Stoffwechsel, welcher letztere dem Wesen der Sache nach in beiden Reihen in gleichem Sinne und in gleicher Bedeutung thätig und nothwendig ist. Auch ist ja das grosse Heer chlorophyllfreier Pflanzen, in gleicher Weise wie die Thiere, auf den Bezug der organischen Nahrung von aussen angewiesen, in den grünen Pflanzen aber spielt sich ebenso und ununterbrochen der aufbauende und betreibende Stoffwechsel ab, während mit dem besondern Apparat eine neue, nur auf Einfuhr und Gewinn organischer Nahrung berechnete Thätigkeit hinzukommt. Mit gleichem Rechte wie für grüne Pflanzen könnte man auch eine besondere Stoffwechselthätigkeit für den Zuckerfabrikanten fordern, welcher diese organische Nahrung aus eigener Fabrik und nicht wie andere Sterbliche aus zweiter, dritter oder sechster Hand bezieht.

Die Pflanzen versorgen sich eben in verschiedener Weise mit der nöthigen organischen Nahrung und es fehlt auch nicht an Vegetabilien, welche gleichzeitig auf den beiden angedeuteten Wegen Nahrung gewinnen oder gewinnen können. Auch wird in Bezug auf den allgemeinen Stoffwechsel die Sachlage nicht verschoben, wenn das Ziel, die Gewinnung geeigneter Nahrung, noch auf andere Weise erreicht wird, wenn also z. B. durch andere als leuchtende Strahlen,

---

1) Vgl. auch PFEFFER, Physiologie, Bd. I, p. 180.

2) Vgl. z. B. LANDOIS, Physiologie des Menschen, 1891, VII. Aufl., p. 13.

durch elektrische oder chemische Energie geeignete organische Körper aus einfacheren Verbindungen erzeugt werden sollten. Ebenso ist es principiell ohne Bedeutung, ob in solcher oder anderer Production der Chlorophyllapparat mitwirkt und ob Kohlensäure und Wasser oder ob andere Stoffe den Ausgangspunkt bilden.

Thatsächlich wird nach Engelmann[1]) in chlorophyllfreien Purpurbacterien organische Substanz durch dunkle Wärmestrahlen erzeugt. Eine derartige Production durch elektrische Energie ist bis dahin für die Pflanzen nicht nachgewiesen, doch können bekanntlich ausserhalb des Organismus in verschiedener Weise Körper mit höherem chemischen Energieinhalt vermittelst elektrischer Energie aufgebaut werden. Durch Aufwand chemischer Energie gehen aber thatsächlich, und sicher in mannigfacher Weise, aus den in Reaction tretenden Körpern einzelne Producte von höherem Verbrennungswerth, also mit Vermehrung chemischer Energie in der Gewichtseinheit, hervor. Und für das Wesen der Processe dieser Art ist es wiederum ohne principielle Bedeutung, ob die aufgewendete chemische Energie aus anorganischen oder organischen Körpern stammt und ob in den Reactionen ein grösseres oder kleineres Quantum chemischer Energie transformirt wird. Die auf solche Weise erzielte Production organischer Nahrung in Salpeterbacterien wird noch speciell beleuchtet werden.

Bei der Kohlensäureassimilation im Chlorophyllapparate wird in diesem synthetischen Processe durch Lichtstrahlen die Production organischer Substanz und somit die Hebung der Ausgangsstoffe auf höheren chemischen Energieinhalt besorgt. Alle auf den Stoffwechsel gebauten Leistungen (einschliesslich Wärmetönung u. s. w.) führen sich also in weitestgehendem Rückverfolg auf die strahlende Energie der Sonne zurück, auf welche überhaupt die Erhaltung des organischen Getriebes im ewigen Kreislauf auf unserm Planeten basirt ist. Für diese allgemeine Betrachtung ist es unwesentlich, welche Strahlengattungen in chemische Energie umgesetzt werden[2]) und es

---

1) Botan. Zeitung 1888, p. 694.

2) Es ist übrigens noch nicht in aller Strenge entschieden, ob die rothen, gelben u. a. die Kohlensäureassimilation veranlassenden Strahlen auch die gesammte im Processe nöthige Arbeit leisten oder ob dieselben auslösend oder formal bedingend sind und Transformation dunkler Wärmestrahlen in chemische Energie eine Rolle mitspielt.

bedarf hier nicht einer näheren Discussion der Mittel und Wege, durch welche speciell im Chloropyllapparat, oder überhaupt, die Transformation strahlender Energie herbeigeführt werden kann. Es genügt deshalb in physikalischer Hinsicht der einfache Hinweis, dass zwar die Sonnenstrahlen von einem höher temperirten Körper ausgehen, dass ein solcher Ursprung aber keine Bedingung für den Umsatz der strahlenden Energie in absorbirenden Körpern ist. Denn bekanntlich werden auch Strahlen, welche z. B. durch Chemiluminescenz, von einem für das Thermometer kälteren Körper ausgesendet werden, in dem geeigneten Medium absorbirt und würden auch im Chlorophyllapparat wirksam sein, während zugleich von diesem wärmeren Körper Strahlen anderer Wellenlänge nach aussen übergehen (vgl. auch p. 191).

Jedoch kann Wärme ohne zuvorige Transformation in chemische Energie zu Leistungen in der Pflanze nutzbar gemacht werden und sobald (wie zumeist bei ausreichender Transpiration) die Pflanze tiefer temperirt ist als die Umgebung, ist sogar Zufuhr der Wärme von aussen und deren Verwendung im Dienste des Organismus gesichert. Ueberhaupt ist ja nicht nur die Transpiration, sondern sind auch Leistungen durch osmotische, Oberflächen-Energie u. s. w., an sich unabhängig von chemischer Energie und diese ist keine Bedingung für Transformation von Wärme in Arbeit durch derartige Energiepotentiale. Für alle diese Vorgänge wird also ebenso die zu transformirende Wärme von aussen bezogen werden können und nicht die Wärmeproduction durch chemischen Umsatz ist eine primäre Bedingung für den Betrieb solcher Leistungen. In diesen wird eben jede beliebige Wärme transformirt und wenn die Wärmeproduction ganz ausbliebe, würden dieserhalb solche Leistungen fortdauern und durch mit ihrer Realisirung verknüpfte Abkühlung eine Energiezufuhr durch dauernde Importation der Wärme von aussen herbeiführen, während bei hyperisothermem Zustand ein Wärmeverlust unvermeidlich ist.

Natürlich wird auch durch eine Steigerung der Aussentemperatur eine Erhöhung der Körpertemperatur und damit des Energieinhaltes der Pflanze herbeigeführt. Doch ist es für unsere Zwecke unnöthig zu beleuchten, in welchem Sinne dadurch (resp. durch Abkühlung) die Thätigkeiten der Pflanze in formaler oder auch auslösender

Weise modificirt oder veranlasst werden (vgl. p. 172). Auch genügt es daran zu erinnern, dass auch durch Druck- und Zugwirkungen Leistungen in der Pflanze vollbracht und Energiepotentiale von aussen in dieselbe eingeführt werden können.

Diese Betrachtungen ergeben also wiederum, dass Energie hauptsächlich durch die Nahrung in die Pflanze eingeführt wird, denn auf Nahrungszufuhr läuft auch in der Kohlensäureassimilation die Verwandlung strahlender Energie in chemische Energie hinaus. Und in der That ist schon der im Stoffwechsel disponibel werdende Theil der gewonnenen chemischen Energie so ansehnlich, dass der in Wärme transformirte Antheil eine Erwärmung des ganzen Organismus und damit einen Wärmeverlust nach aussen veranlasst, sofern nicht genügende Transpiration compensirend wirkt. Damit ist aber, wie schon betont wurde, ganz offen gelassen, in wie weit im Organismus Leistungen direct durch chemische Energie betrieben werden und nach der Transformation der letzteren in Wärme kann überhaupt chemische Energie nicht mehr die nächste Quelle der Betriebskraft sein. In der That wird aber in der Pflanze vielfach, und auch für wichtige Leistungen, eine Transformation der Wärme in Arbeit durch besondere Einrichtungen (Energiepotentiale) erreicht.

Um das zum Betriebe Nöthige erlangen und verwenden zu können, bedarf es natürlich in jedem Falle eines Aufwandes von Seite der Pflanzen. Denn ein solcher wird schon durch den Aufbau und somit ebenso durch die Bildung des Chlorophyllapparates, wie durch die Ausbreitung der nahrungaufnehmenden Wurzeln bedingt. Doch mag der Energieaufwand speciell zur Erlangung der Nahrung im Allgemeinen ansehnlicher sein, wenn, wie bei der Mehrzahl der Thiere, freie Ortsbewegung zum Aufsuchen und Einfangen der Nahrung nutzbar gemacht wird. Auch bringt es die Ausscheidung fester und flüssiger Excremente mit sich, dass bei animalischer Ernährungsweise ein grösserer Theil der eingeführten Energie nach aussen verloren geht und mit Warmblütigkeit wird der Energieverlust nach aussen noch weiter gesteigert.

Ist der Stoffwechsel im Allgemeinen mit Verlust an chemischer Energie verknüpft, so gehen doch in ihm auch Producte hervor, in welchen die chemische Energie (in der Gewichtsmenge) zunahm, indem

chemische Energie aus einem andern Systeme übertragen wurde (p. 178). Solche Operationen, auf welche wir hier nochmals zurückkommen müssen, spielen in der That im Organismus vielfach eine Rolle und zu ihnen zählen ebenso alle synthetischen Processe, sofern das Product in besagtem Sinne auf höheres energetisches Niveau gehoben wird.

Ein solches Ziel ist natürlich in sehr verschiedenen Reactionen erreichbar, doch wird durch diese Mannigfaltigkeit das Wesen der Sache nicht berührt und in principieller Hinsicht macht es z. B. nichts aus, ob die Reaction mit oder ohne Eingriff der Athmung verläuft, ob die zu übertragende chemische Energie aus anorganischen oder organischen Körpern stammt und ob die Hebung auf höheres chemisches Niveau organische oder anorganische Körper betrifft. In letzterem Falle würde auch ein organischer Körper das Product sein können und so gut wie solche Synthesen in chemischen Operationen auf Kosten chemischer Energie erreichbar sind, kann ein analoger Vorgang nichts Ueberraschendes haben. Falls dabei in concreten Fällen Kohlensäure und Wasser den Ausgangspunkt bilden, würde also an Stelle der strahlenden Energie (des Lichtes) chemische Energie die Betriebskraft für die Synthese organischer Substanz liefern. Doch muss dann die Bildung nicht an den Chlorophyllapparat gekettet sein, und sobald dieser nicht dabei betheiligt ist, wäre es ganz sinnlos, von einer Chlorophyllfunction ohne Chlorophyll zu reden, wie das mit Rücksicht auf die Salpeterbacterien von HÜPPE[1]) geschah.

Die soeben genannten Salpeterbacterien vermögen nun in der That, wie von WINOGRADSKY[2]) erwiesen wurde, die zu ihrem Aufbau und Leben nöthige organische Substanz zu produciren, wenn ihnen neben andern anorganischen Salzen nur Ammoncarbonat zur Verfügung steht. Durch Oxydation dieses zu Nitrit und Nitrat wird chemische Energie disponibel, von welcher ein kleiner Theil die Synthese der organischen Nährsubstanz vermittelt. Ob nun in diesem Processe etwa Ammoncarbonat zunächst zu Harnstoff condensirt wird oder ob die organische Nahrung in anderer Weise entsteht, das ist natürlich

1) Chem. Centralblatt 1887, p. 1512. Das Unlogische dieser Auffassung ist übrigens schon von WINOGRADSKY hervorgehoben (Rech. s. l. organism. d. l. nitrification, 1890, 2. mém. p. 10 u. 18).

2) Récherch. s. l. organism. d. l. nitrification. I—V. Abhdlg. 1890—1891. Separat aus Annal. d. l'institut Pasteur.

für die nähere Aufhellung des Vorganges sehr wichtig, ändert aber an dem von uns hier ins Auge gefassten Princip nichts.

Nach Winogradsky's[1]) Beobachtungen ist es möglich, dass in analoger Weise die Schwefelbacterien vermöge der Oxydation von Schwefel oder Schwefelwasserstoff, die Eisenbacterien unter Oxydation von Eisenoxydul organische Substanz produciren. Und wenn auch die Zukunft vielleicht noch mannigfach verschiedene Vorgänge dieser Art kennen lehrt, so verlieren diese doch alles Exceptionelle, sobald man nur beachtet, dass es sich dabei immer nur um Synthesen unter Aufwand chemischer Energie handelt. In diese Kategorie gehören, wie bemerkt, auch diejenigen Vorgänge, in welchen es sich um entsprechende Verwandlung organischer Körper dreht oder in welchen nūr einer der reagirenden Körper anorganischer Natur ist. In letzterem Sinne kann man die Synthese der Proteïnstoffe unter Verwendung von Ammoniak als Stickstoffquelle betrachten und ebenso die Nutzbarmachung des freien Stickstoffes in gewissen Pflanzen. Voraussichtlich wird auch in Processen dieser Art der Regel nach nur ein Theil der disponiblen chemischen Energie zur Arbeitsleistung in der Synthese dienen, ein anderer Theil aber als Wärme oder in anderer Energieform auftreten.

Indem aber z. B. die Salpeterbacterien dauernde Zufuhr von Sauerstoff und von Ammoncarbonat zu ihrem Gedeihen fordern, ist die Fortdauer ihrer Entstehungsbedingungen doch wieder von der Production organischer Substanz durch die strahlende Energie der Sonne abhängig. Denn durch diese wird der Sauerstoff immer wieder regenerirt und die Reduction von Nitraten zu Ammoniak wird im Naturhaushalt im Allgemeinen durch organische Substanz direct oder indirect vermittelt. So führt sich also die für das Getriebe solcher Salpeterbacterien nöthige chemische Energie in letzter Instanz auf die durch die strahlende Energie der Sonne im Chlorophyllapparate (oder eventuell auch in anderer Weise) vermittelte Erzeugung organischer Substanz zurück. Dieser Quelle entstammt überhaupt die organische Nahrung und die im Betriebe umgesetzte chemische Energie in chlorophyllfreien Pflanzen und Thieren, gleichviel ob die Nahrung direct aus grünen Pflanzen oder auf weiten Umwegen bezogen oder bereitet

1) l. c., II. Abhdlg. p. 19.

wird. Und auf Kosten der mit der Nahrung gewonnenen chemischen Energie sind, wie schon betont wurde, synthetische Processe auch da im Spiele, wo es sich nicht gerade um Ueberführung anorganischer Körper in organische Substanzen handelt.

Ohne die dauernde Zufuhr strahlender Energie der Sonne, die wahrscheinlich chemischen Vorgängen entspringt, wäre überhaupt lebendiges Treiben auf unserm Planeten unmöglich. Von dieser Sonnenenergie hängt ebensowohl die genügende Temperatur auf der Erde ab, wie die dauernde Rückbildung organischer Substanz und damit der Gewinn an chemischer Energie im ewigen Kreislauf. Und dieser Sonnenenergie verdankt ebenso die Industrie im Feuer und im Wasserfall ihre Betriebskräfte, denn auch von jener hängen im Wesentlichen die Bedingungen ab, welche Verdampfung von Wasser und dessen Verdichtung in höherem Niveau auf unserer Erde herbeiführen[1]).

V. Rückblick.

Ergiebt sich aus unseren Betrachtungen, dass die Betriebskraft für bestimmte Einzelleistungen nicht durch Verwandlung chemischer Energie gewonnen wird, so ist doch, wie wiederholt betont, chemischer Umsatz, also chemischer Energiewechsel stets nothwendig, um das Gesammtgetriebe im Organismus zu ermöglichen. Denn von chemischem Umsatz hängt schon die Production der nöthigen Baustoffe, somit die Möglichkeit des Aufbaues des Organismus ab und so kann man wohl den chemischen Energiewechsel als erste und vornehmste Bedingung für das Wachsen und die Thätigkeit des Organismus betrachten. Doch darf man nicht vergessen, dass der Aufbau und das Getriebe sich als Resultante aus dem mannigfachsten Zusammengreifen verschiedener Factoren ergiebt und unter diesen nicht nur chemischer, sondern auch anderweitiger Energiewechsel leistend und betreibend mit eingreift.

Thatsächlich fehlt aber ein zureichender Einblick in den Zu-

---

1) In Ebbe und Fluth wird bekanntlich in anderer Weise eine in der Industrie noch nicht ausgenutzte Wasserkraft gewonnen.

sammenhang und die Causalität des Getriebes, um das Zusammengreifen der verschiedenen näheren und ferneren Betriebskräfte voll verstehen zu können, und so lässt sich sehr gewöhnlich schon in einzelnen Vorgängen nicht beurtheilen, in welcher Weise der chemische Energiewechsel entscheidend und mithelfend eingreift. Voraussichtlich kommt hier nicht allein der real producirte Körper in Betracht, sei es dass seine Molekeln sich irgendwo vermöge ihrer Affinitäten als Bausteine angliedern oder in irgend einer Weise für auslösende oder mechanische Actionen dienstbar gemacht werden, vielmehr haben wir guten Grund zu vermuthen, dass die im Umsatz disponibel werdende chemische Energie auch direct zu mechanischen und anderweitigen Operationen Verwendung im Dienste des Organismus findet. Ich habe hier also andere Leistungen im Sinne, als die so überaus wichtigen chemischen Umlagerungen, welche in der Production bestimmter Körper ihr Ziel finden. Natürlich ist hierbei ebenfalls chemischer Energiewechsel mit oder ohne Verlust im Systeme im Spiele und es finden auch Reactionen statt, welche auf Kosten des Verlustes von chemischer Energie in einem Systeme zur Bildung von Körpern mit höherem chemischen Energieinhalt führen.

Sehr zu beachten ist aber, dass sich ausschliesslich in bestimmten Einzelfunctionen die nächste Betriebskraft auf osmotische, Oberflächen- oder Ausscheidungs-Energie zurückführen lässt. Möglich ist dieses aber nur, indem der lebendige Apparat als gegeben hingenommen wird und nur in dieser Voraussetzung ist Auftreten oder Verschwinden von Stoffen, also überhaupt ein bestimmter chemischer Umsatz, als Mittel und Zweck für Schaffung anderweitiger leistungsfähiger Energiepotentiale verständlich.

Jede weitere Zergliederung führt aber sogleich auf causal unklare Verhältnisse und somit ist es auch unmöglich zu sagen, ob von der Summe speciell aller mechanischen Leistungen im Gesammtgetriebe der grössere Antheil auf Betrieb durch chemische oder andere Energie fällt. Erwägt man dazu, dass gerade Einzelleistungen durch osmotische, Oberflächen-Energie u. s. w. aus verschiedenen Gründen durchsichtig vor uns liegen, so wird man um so mehr gemahnt, diese an sich sehr wichtigen Factoren in ihrer Bedeutung für andere mechanische Leistungen nicht zu überschätzen. Mit nochmaliger Betonung dieser Sachlage möchte ich hervorheben, dass ich die Quellen

der Betriebskraft keineswegs einseitig auffasse, wenn auch natur-gemäss die causal durchsichtigeren mechanischen Leistungen durch Osmose, Oberflächenenergie u. s. w. in unseren Betrachtungen viel-fach in den Vordergrund treten mussten.

Für Leistungen durch Osmose, Oberflächenenergie, Ausscheidungs-kraft ist ohne Weiteres klar, dass die Betriebskraft selbst zwar nicht chemischer Energie entstammt, die chemischen Vorgänge aber in verschiedener Weise Bedingung für Gewinn leistungsfähiger Energie-potentiale sind und sein können. Bei solcher Beziehung ist ein äqui-valentes Energieverhältniss zwischen der aufgewandten chemischen Energie und den Leistungen durch die genannten Energiepotentiale nicht nothwendig, durch deren Vermittlung u. a. auch Wärme in Arbeit übergeführt werden kann. Dagegen ist ein Steigen und Fallen des chemischen Umsatzes mit den Leistungen wohl verständlich und unter Umständen (z. B. wenn es auf die Stoffmenge ankommt) sogar nothwendig, mag nun der Act des Stoffwechsels oder ein Pro-duct dieses in formaler Hinsicht oder als auslösendes Agens für die Leistungen durch die erwähnten Energiepotentiale in Betracht kommen[1]).

Das Gesagte gilt ebenso für den Athmungsvorgang, welcher ja nur ein bestimmter Stoffwechselprocess ist, der oft, jedoch mit Unrecht, als die Quelle aller Betriebsenergie im Organismus ange-sprochen wurde, ohne dass die Mittel zur Verwandlung der che-mischen Energie in Arbeit jemals eine nähere Beleuchtung fanden. Uebrigens wurde in dieser Abhandlung mehrfach hervorgehoben, wie und warum die durch die Verbrennungswärme bemessbare chemische Energie keinen Maassstab für die Leistungsfähigkeit eines Stoffes im Organismus giebt und dass ohne Aenderung des chemischen Energie-inhaltes sowohl durch [illegible] total [illegible] Vorgänge mechanische Leistungen im Organismus [illegible]

Wird [illegible]
chemischer Energie [illegible]
Verwandlung [illegible]
Transformation [illegible]
aber für [illegible]
Bedeutung [illegible]

---

1) Vgl. [illegible]

von Wärme innerhalb der Pflanze bedarf es nicht, um eine Ueberführung dieser Energieform in Arbeit durch osmotische oder andere Energiepotentiale zu erreichen. Es ist überhaupt nicht bekannt (wenn wir von Wasserdampfausgabe im dampfgesättigten Raume absehen), dass eine Erhöhung der Körpertemperatur über die Umgebung eine Bedingung ist, um im Dienste der Pflanze Wärme in Arbeit zu verwandeln.

Sehr wohl aber kann die in der Athmung disponibel gemachte Energie den mechanischen Werth aller übrigen Leistungen zusammengenommen übertreffen und ein solches Verhältniss ist sogar wahrscheinlich, wenn durch die Athmung die Körpertemperatur über die Umgebung gesteigert und demgemäss ein Wärmeverlust nach aussen herbeigeführt wird. Mit dem Verlust an chemischer Energie wird selbstverständlich nicht der gesammte chemische Energiewechsel und dessen physiologische Bedeutung gekennzeichnet. Denn bedeutungsvoll können auch Reactionen sein, welche thermoneutral verlaufen oder in denen eine Uebertragung chemischer Energie stattfindet. Letzteres dürfte in der That in physiologischen Vorgängen vielfach zutreffen, etwa indem auf Kosten des Verlustes an chemischer Energie in einem Systeme ein Stoff mit höherem chemischen Energieinhalt erzeugt wird, und in der Erzielung solcher Reactionen kann eine Wärmetönung, d. h. ein gleichzeitiger Verlust an chemischer Energie, sehr wohl von Bedeutung sein.

Jedenfalls giebt eine summarische Bestimmung der physiologischen Wärmetönung, auch wenn zugleich der Energieverlust in der Athmung vergleichend herbeigezogen wird, kein tieferes Bild des Energiewechsels und der Ursache der Leistungen in der Pflanze. Denn so gut wie bei Gleichzeitigkeit von Athmung und Kohlensäurezersetzung kommt in der Wärmetönung nur die Resultante verschiedener Vorgänge zum Ausdruck und nur mit der Zergliederung und dem Auseinanderhalten der Componenten ist ein causales Verständniss der Wärmetönung und allgemein der Ursachen und des Ursprunges der Betriebsenergie in der Pflanze möglich.

B. Specieller Theil.

VI. Leistungen in Wachsthums- und Bewegungsvorgängen.

Ein gewisses Eingehen auf bestimmte vitale Vorgänge dürfte wohl geeignet sein, um den im Allgemeinen gekennzeichneten Zusammenhang zwischen Stoffwechsel und mechanischer Leistung in mancher Hinsicht durchsichtiger hervortreten zu lassen. Sachgemäss aber kann die Discussion nur so weit geführt werden, als es für unsere Zwecke dienlich ist und für diese kommt es weniger darauf an, die empirisch gewonnene Einsicht in einem Einzelfall zu präcisiren, als den erwähnten Zusammenhang unter den verschiedenen möglichen näheren Constellationen darzuthun. Ein solches Vorgehen ist für uns um so mehr geboten, als es zumeist noch nicht gelungen ist, eine Leistung in lückenloser Weise in den Complex bewirkender Ursachen zu zergliedern.

In besagtem Sinne soll hier zunächst und hauptsächlich an die allgemeine Mechanik von Wachsthums- und Bewegungsvorgängen der Gewebe und der Zelle angeknüpft werden, um also die nächsten und allgemeinsten Mittel zur Erzielung solcher Leistungen zu kennzeichnen. Sachgemäss halten wir uns nur an die von der Lebensthätigkeit abhängigen Actionen, lassen also diejenigen Bewegungen ausser Acht, welche sich in abgestorbenen Pflanzentheilen durch hygroskopische oder andere Eigenschaften vollziehen und ebenfalls von Nutzen für die Pflanze sein können[1]. Unserem Zwecke gemäss wird natürlich von allen individuellen Besonderheiten abstrahirt und mit dem Stoffwechsel (einschliesslich der Athmung), ohne weiteres Eingehen auf die Causalität dieses, nur als Thatsache gerechnet.

---

1) Vgl. PFEFFER, Pflanzenphysiol. Bd. II, p. 279.

Da wir, unter Vernachlässigung aller Besonderheiten, nur die allgemeinsten und fundamentalen Bedingungen der Mechanik von Wachsthums- und Bewegungsvorgängen berücksichtigen, können wir allen unsern Betrachtungen eine einzelne von Zellhaut umkleidete Zelle zu Grunde legen. Denn Wachsthum und Bewegung spielt sich auch im einzelligen Organismus ab und in Geweben ist ebenso immer die active Thätigkeit einzelner Zellen Bedingung für ein Geschehen, so sehr auch der Erfolg von einfacher oder verwickelter Beeinflussung der mit einander vereinigten Elemente abhängen mag.

Wir erinnern nochmals daran, dass jede active Thätigkeit in der und durch die Zelle einen Energiewechsel innerhalb der Zelle erfordert, dass ferner eine jede Bewegung (Dimensionsänderung) mit oder ohne Wachsthum mit einer positiven oder negativen Arbeitsleistung zur Ueberwindung innerer und äusserer Widerstände verknüpft ist. Die unvermeidliche Innenarbeit ist, worauf ebenfalls schon hingewiesen wurde, zwar zumeist nicht sicher bemessbar, erreicht aber unter Umständen sehr hohe Werthe. Auch die mechanische Aussenleistung kann ansehnlich werden, ist aber in ihrem Werthe, je nach den gebotenen Widerständen, in weiten Grenzen veränderlich, denn sie steigt z. B. sehr erheblich, wenn ein zuvor in die Luft wachsender Pflanzentheil fernerhin einen grösseren Widerstand zu überwinden hat (vgl. p. 160).

Die nach Maass und Zahl bemessbare nach aussen gerichtete Leistung hat ebenfalls in vielfacher Hinsicht Interesse und gewährt unter Umständen Rückschlüsse auf die in der Zelle wirkenden Energiequellen. Wir werden auf die Aussenleistungen noch vielfach Rücksicht zu nehmen und auch darzulegen haben, wie und wodurch eine wachsende Zelle eine je nach Umständen verschiedene Aussenleistung zu vollbringen vermag. Uebrigens ist nicht zu vergessen (vgl. p. 160), dass Aussen- und Innenarbeit nicht scharf zu trennen sind, da z. B. für eine einzelne Zelle die umgebenden Elementarorgane Aussenwelt sind und im Gewebeverband sich die Vergrösserungsbestrebungen der Zelle im positiven und negativen Sinne beeinflussen.

Eine Zelle ist aber bekanntlich ein gegliederter Organismus, in welchem u. a. die grössere Festigkeit besitzende Zellhaut dem Turgordruck des Inhaltes entgegenzuwirken hat. Diese Turgorkraft wird durch die osmotische Leistung der gelösten Stoffe herbeigeführt, denn in den

hier ins Auge gefassten Zellen hat der Plasmakörper einen zähflüssigen Aggregatzustand, also eine geringe Cohäsion, die nicht solche Widerstände und Druckwirkungen zu erzielen vermag, welche gegenüber der oft sehr ansehnlichen osmotischen Energie ins Gewicht fallen. Hinsichtlich der Begründung des hier Gesagten verweise ich auf eine frühere Behandlung dieses Themas[1]) und bemerke nur noch, dass unsere allgemeinen Betrachtungen nicht davon berührt werden, wenn in der Turgorkraft[2]) noch andere Momente als die osmotische Leistung mitwirken sollten.

Von der wirksamen Turgorkraft allein geht also die mechanische Druck- und Zugkraft aus, welche die Zellhaut von dem umschlossenen Inhalt aus erfährt. Die in Richtung der Fläche der Zellhaut wirksame Kraft wird demgemäss durch die entsprechenden tangentialen Componenten der Turgorkraft bemessen. Dieser wirksamen Zugkraft entsprechend erfährt die Zellhaut bis zur Erzielung gleicher Gegenwirkung eine je nach Dicke und Elasticitätsverhältnissen verschieden grosse Flächendehnung (Verlängerung), auf welche, wie auf das Flächenwachsthum der Haut, wir in Folgendem unser Augenmerk zu richten haben.

Durch geeignete äussere Gegenwirkung kann natürlich diese Turgordehnung der Zellhaut theilweise oder ganz aufgehoben werden. Denn lässt man gegen eine dünnwandige turgescente Zelle allseitig von aussen einen Druck wirken, so wird, sobald dieser die Turgorkraft äquilibrirt, die Turgorspannung der Zellhaut eliminirt; die volle Turgorkraft wird jetzt von der comprimirenden Umhüllung getragen. In solcher Erwägung ergiebt sich ohne weiteres die wichtige Folgerung, dass dünnwandige Zellen gegen eine äussere Widerlage im Maximum einen der Turgorkraft gleichen Druck auszuüben vermögen, dass dann aber die Turgordehnung der Zellwand aufgehoben ist. Dünnwandige Zellen wenigstens vermögen ohne Mithülfe der Turgorkraft einen nennenswerthen Druck nach aussen nicht zu entwickeln. Denn bekanntlich erzielt im turgorlosen Zustand schon ein sehr geringer Druck ein Collabiren der Zellen (und Gewebe) und ein Falten

1) PFEFFER, Zur Kenntniss d. Plasmahaut u. d. Vacuolen, 1890, p. 151. 329. Vgl. auch PFEFFER, Pflanzenphysiologie Bd. II, p. 15.

2) Unter Turgorkraft ist der gesammte vom Inhalt gegen die Zellwand ausgeübte Druck zu verstehen. Vgl. PFEFFER, l. c., p. 151.

und Ausbiegen der zarten Wandung tritt auch dann ein, wenn die turgescente dünnwandige Zelle durch eine den Turgor überwiegende Aussenkraft comprimirt und damit unter Auspressung von Wasser entsprechend verkleinert wird. Für unsere nächsten Zwecke genügt die alleinige Berücksichtigung zarter Zellwandungen und ich beschränke mich hier auf den Hinweis, dass dicke Wandungen und entsprechende Gewebe ohne Mithülfe des Turgors höhere und hohe Widerstände zu leisten, demgemäss auch höhere Druckwirkungen gegen eine Widerlage auszuüben vermögen[1]).

Aus dem Gesagten folgt mit Nothwendigkeit, dass, insofern die Eigenschaften der Zellwand (insbesondere Länge, Dicke und Elasticität) constant bleiben, eine von Aussenwirkungen unabhängige Zunahme oder Abnahme der Hautspannung nur durch eine Veränderung der Turgorkraft zu erzielen ist. Unter dieser Voraussetzung ist also jede Vergrösserung oder Verkleinerung einer Zelle, gleichviel ob sie schnell oder langsam verläuft, nur durch eine Variation der Turgorkraft bedingt und diese allein, d. h. also die osmotische Energie, leistet die für die Wanddehnung nöthige Arbeit, eine Arbeit, durch welche in der Spannung der Zellhaut potentielle Energie gewonnen wird. Ein Beispiel für einen solchen durch Wachsthum nicht verwickelten Mechanismus ist in den auf Stossreiz erfolgenden Bewegungen der Staubfäden der Cynareen und den sich diesem Typus anschliessenden Variationsbewegungen geboten.

Erfährt aber die Zellhaut ein Flächenwachsthum, so kann die für die bleibende Verlängerung nöthige Energie durch die Turgorkraft, aber auch in anderer Weise geliefert werden. Zur Entscheidung darüber, was in einem gegebenen Falle zutrifft, bedarf es nothwendig einer genügenden Einsicht in die Wachsthumsmechanik und da diese keineswegs aufgeklärt ist, auch wohl specifisch different sein dürfte, so müssen der Discussion die verschiedenen Möglichkeiten zu Grunde gelegt werden. Diese, welche übrigens auch in den verschiedenen Wachsthumstheorien in Anspruch genommen sind, laufen im Princip auf Folgendes hinaus (vgl. Kap. 7): 1) Die Kraft für die plastische Flächenvergrösserung der Haut wird durch den Turgor geliefert, wobei aber weiter die Haut a) entweder rein passiv

---

1) Vgl. Pfeffer, Physiologie Bd. II, p. 6.

ist, d. h. constante elastische Eigenschaften bewahrt, oder b) die plastische Dehnung erst durch eine Herabsetzung der Elasticität, also durch eine Erweichung von Seite der lebendigen Zelle ermöglicht wird. — 2) Die Energie für die Verlängerung wird durch Quellung (Oberflächenenergie) oder durch ein actives Eindringen fester Substanz, d. h. durch Intussusceptionswachsthum geliefert. In dem unter 1) angeführten Falle genügt Appositionswachsthum, um während der Flächenzunahme die Masse der Zellwand zu vermehren, doch kann dieses Ziel auch durch Intussusception erreicht werden.

Wird die Wachsthumsarbeit durch die Turgorkraft, also durch eine auf die Zellwand wirkende Zugkraft geleistet, so ist die bleibende Verlängerung im physikalischen Sinne in jedem Falle durch eine Dehnung über die Elasticitätsgrenze, oder was gleichbedeutend ist, durch eine plastische Dehnung erreicht. Denn falls zur Realisirung des Flächenwachsthums eine erweichende Wirkung auf die Zellwand eine Nothwendigkeit ist, so wird, falls die Flächendehnung vom Turgor abhängt, doch durch diesen die hierfur nöthige Arbeit geleistet, und die Herstellung einer Haut von geringerer Cohäsion ist eben nur eine Vorbedingung, ein Mittel zum Zweck, analog wie etwa das Erweichen einer Wachsstange durch Wärme die Vorbedingung ist, um durch einen zuvor wirkungslosen Zug eine plastische Verlängerung herbeizuführen.

Bedarf es, bei constanter Elasticität der Haut, zur Einleitung des Wachsthums einer Steigerung der Turgorkraft, so ist auch ohne eine solche Steigerung ein Beginn des Wachsens möglich, wenn die Cohäsion der Haut durch besondere Wirkungen entsprechend vermindert wird. Durch solchen Einfluss wird dann Anfang und Ende des Wachsens regulirt und wird ferner bestimmt, ob die Haut nur local oder in ihrer ganzen Fläche wächst. Gleichzeitig mit dieser regulatorischen Thätigkeit muss aber auch der Turgor regulirt werden, weil durch die mit der Volumzunahme [illegible] der Zelle verknüpfte Verdunnung die osmotische Spannung mehr und mehr abnimmt. Eine richtige correlative Regulation des Turgors ist [illegible] bei constanter wie bei veränderlicher Cohäsion der Zell[illegible] lich. Ebenso muss die Massenzunahme, also der [illegible] der Zellwand, in einem richtigen Verhältniss zum [illegible] stehen, damit der Cohäsionswiderstand einerseits [illegible] steigt,

andererseits durch Verdünnung der Haut nicht so weit vermindert wird, dass schliesslich eine Zerreissung erfolgt. Wie dabei im Näheren ein Dickenwachsthum z. B. durch Apposition vermittelt wird, bedarf hier keiner Discussion, da in demselben nicht die Energie für die Flächenvergrösserung der Haut gewonnen wird.

Ein Wachsthum, in welchem die Energie durch die Turgorkraft oder allgemein durch eine auf die Zellhaut wirkende Dehnkraft geliefert wird, soll passives oder plastisches Flächenwachsthum genannt werden, das dann im Näheren bei a) constanter oder b) veränderlicher Qualität der Wandung verlaufen kann. Von activem Hautwachsthum dagegen soll dann geredet werden, wenn die dazu nöthige Energie in der Wandung, also durch eine active Bethätigung in dieser, gewonnen wird. Ein solches actives Wachsthum kann durch Veränderung der Quellungsfähigkeit der Wandsubstanz oder durch Einlagerung fester Theilchen, durch Intussusception, erreicht werden.

Wird die Wandsubstanz quellungsfähiger — und solches kommt ja vielfach vor —, so wird die Energie für die daraus resultirende dauernde Vergrösserung durch die Quellungskraft, also durch Oberflächenenergie gewonnen. Kann auf diese Weise, mit Rücksicht auf den zunehmenden Wassergehalt, nur begrenzte Vergrösserung erreicht werden, so giebt es diese Schranke nicht für das Wachsthum durch Intussusception, in welchem die Vergrösserung der Haut nicht an eine procentische Zunahme des Wassergehalts geknüpft ist.

Ob und in wie weit ein Intussusceptionswachsthum der Haut durch Einlagerung von Cellulose oder Fremdkörpern stattfindet, ferner ob es sich dabei um Einschiebung neuer oder Vergrösserung vorhandener Partikel handelt, braucht hier nicht discutirt zu werden (vgl. Kap. 7). Hängt aber das Hautwachsthum von solcher Einlagerung ab, dann ist durch diese Ausscheidung in der Wandsubstanz die Energie für die Vergrösserung der Zellhaut gewonnen. Durch diese Ausscheidung werden die aufbauenden Hauttheilchen auseinandergetrieben und die widerstrebende grosse Cohäsion der Haut, sowie die eminent hohen Druckwirkungen auskrystallisirender Körper gegen Widerlagen lassen darauf schliessen, dass es sich in diesen Molekularwirkungen um sehr hohe mechanische Werthe handelt (vgl. p. 175). Mit diesen Kräften aber wird dann die Vergrösserung der Zellhaut angestrebt und eine solche Wachsthumskraft dürfte Werthe erreichen,

gegen welche eine Turgorkraft von selbst 10 Atmosphären eine geringe Grösse ist.

Bei so hoher Energie der Ausscheidungskraft ist es natürlich möglich, dass ein Dickenwachsthum der Haut, unter Ueberwindung des Turgordruckes, zu einer Verkleinerung des Lumens der Zelle führt. Es dürfte unnöthig sein darzuthun, wie dieses Ziel sowohl durch Intussusception als durch Apposition erreicht werden kann und wie etwas andere mechanische Verhältnisse vorliegen, je nachdem die apponirten Zellhautlamellen durch Ausscheidung gelöster Substanz oder durch Metamorphose angrenzender Plasmaschichten erzeugt werden.

Liefert der Turgor nicht die Energie für das Wachsthum, so kann jener doch unentbehrlich für das Wachsthum sein. Denn ein solches Verhältniss besteht jedenfalls, wenn der turgescente Zustand eine Vorbedingung für die Realisirung der Gesammtheit der im Wachsthum zusammengreifenden Factoren ist. Auch wenn unter diesen eine Turgordehnung der Haut eine nothwendige, gleichsam vorbereitende Bedingung sein sollte, würde doch nicht hiervon, sondern von der Ausscheidungskraft die nächste Betriebskraft eines activen Wachsthums der Haut abhängen, das ohne diese Energie nicht realisirt wird. Der Turgor ist dann etwa in analogem Sinne Bedingung, wie die Wärme, von deren richtigem Ausmaass ebenfalls die Wachsthumsfähigkeit abhängt.

Wird bei solchem Wachsthum mit der Volumzunahme der Zelle die Turgorkraft [illegible], so bleibt natürlich die Turgorspannung der Haut [illegible]. Steigert aber das Flächenwachsthum der Haut [illegible] die Vergrösserung der Zelle durch allseitige [illegible] an eine Widerlage [illegible], so muss endlich die volle Turgorkraft gegen diese Widerlage wirksam werden, und bei weiteren [illegible] und [illegible] einer zarten Wandung [illegible] Wandung, so [illegible] Turgorkraft [illegible] tion vermittelte [illegible] gegen die Widerlage zur Geltung kommen.

Eine Aufhebung der [illegible] auch durch Zunahme der [illegible] Zellwand erreicht werden [illegible] der angedeuteten [illegible]

wachsthum nicht durch passive Dehnung einer in ihren elastischen Qualitäten invariablen Haut erzielt wird. Wir kommen auf diese Fragen noch weiterhin zu sprechen und es mag hier nur noch darauf hingewiesen werden, dass ein negatives Resultat, d. h. der Verbleib einer Turgordehnung der Zellwand unter den angegebenen Versuchsbedingungen, z. B. ein Argument gegen ein Intussusceptionswachsthum nicht abzugeben vermag, da der Turgor, und speciell auch die durch diesen vermittelte Dehnung der Zellen, als formale Bedingung für das Wachsthum in Betracht kommen kann.

Je nach der Wachsthumsmechanik wird also zunächst die Arbeit im Flächenwachsthum der Haut durch osmotische Energie, Oberflächenenergie (Quellung) oder durch Ausscheidungsenergie (Krystallisationsenergie) geleistet werden. Unter letzterer sind alle durch die Ausscheidung fester Substanz erzielten mechanischen Leistungen verstanden, und falls diese Ausscheidung mit der verursachenden chemischen Reaction zeitlich zusammenfällt, kann man wohl auch chemische Energie als Betriebskraft für die Wachsthumsarbeit ansprechen (vgl. p. 175).

Wiederholt wurde hervorgehoben, dass unsere energetischen Erörterungen sich sachgemäss auf die unmittelbare Energiequelle beziehen, nicht aber auf den Complex von Factoren, aus deren Zusammenwirken das Energiepotential und die Bedingungen für dessen Wirken geschaffen werden[1]. In dieser Hinsicht ist früher (p. 182) die Sachlage im Allgemeinen präcisirt und es genügt, mit Bezug auf die hier behandelten Fragen, ein kurzer Hinweis. Einleuchtend ist, dass es für die osmotische Energie ohne Bedeutung ist, ob die nöthige Anhäufung löslicher Stoffe mit oder ohne Aufwand chemischer Energie zu Stande kommt. Ebenso sind der chemische Energiewechsel in der Erzeugung einer quellungsfähigeren Wandsubstanz und die in der Quellungskraft repräsentirte Energie incommensurabel. Gleiches gilt hinsichtlich der Krystallisationskraft und der auf die Erzeugung des krystallisirenden Körpers verwandten chemischen Energie und zwar auch dann, wenn die Ausscheidung mit dem chemischen Acte zeitlich zusammenfällt. Obgleich also zwischen der mechanischen Energie des Wachsthums und der auf die nöthige Stoffproduction verwandten

1) Vgl. Ueber das Verhältniss zwischen auslösender und ausgelöster Action p. 172.

chemischen Energie beliebige Disproportionalität bestehen kann, so fordert doch im Allgemeinen eine vermehrte Wachsthumsthätigkeit auch eine gesteigerte Stoffwechselthätigkeit und in solchem Sinne ist es Nothwendigkeit, dass mit dem Wachsthum auch die Stoffwechselthätigkeit (also auch die zugehörige Athmung) steigt und fällt (vgl. p. 184).

Die besagte Beziehung zum Stoffwechsel tritt sehr durchsichtig in Bezug auf osmotische Vorgänge hervor. Wurde bereits auf diese Verhältnisse vielfach Bezug genommen, so dürfte es sich doch empfehlen, hier zusammenfassend auf verschiedene Mittel hinzuweisen, durch welche ein Fallen oder Steigen der osmotischen Energie, resp. der mechanischen Leistungen durch diese, herbeiführbar ist.

Variation der Turgorspannung der Zellhaut ist sowohl mit als ohne Veränderung der in der Zelle gelösten Stoffe zu erzielen. Letzteres ist der Fall, wenn durch Temperatur, Imbibitionskraft oder Plasmolyse der Zelle Wasser entzogen und damit ein Energiepotential gewonnen wird, durch welches bei Neuzufuhr von Wasser mechanische Leistungen vollbracht werden können (vgl. p. 165). Früher (p. 170) ist auch gezeigt, wie auf diesem Wege Wärme in mechanische Arbeit überführbar ist.

Verschiedene Ursachen des Turgorwechsels, welche von qualitativer oder von quantitativer Variation des osmotisch wirkenden Körpers abhängen, wurden an anderer Stelle genugsam discutirt. Ich darf mich deshalb hier kurz fassen, mit Bezugnahme auf eine frühere Abhandlung[1]), in welcher auch das Wesen des osmotischen Systems dargelegt und gezeigt ist, dass qualitative Veränderungen der Plasmahaut, so lange keine Exosmose eintritt, die osmotische Leistung nicht beeinflussen.

Zunahme oder Abnahme der Turgorkraft in der Zelle kann ebensowohl durch Aufnahme, resp. Ausgabe von löslichen Stoffen, als auch durch Bildung wirksamerer, resp. weniger wirksamer Substanz vermittelst chemischer Metamorphose veranlasst werden.

Chemische Metamorphose vermag natürlich in sehr verschiedener Weise osmotisch wirksame Substanz zu erzeugen, zu verändern oder

1) PFEFFER, Zur Kenntniss d. Plasmahaut u. d. Vacuolen, 1890, p. 322.

zu zerstören und auf diese Weise die Turgorkraft zu variiren, resp. während des Wachsthums zu reguliren. Irgend eine tiefere oder leichtere chemische Veränderung dürfte wohl zumeist das Mittel sein, um einen durch Diosmose in die Zelle bewegten Körper anzusammeln oder Exosmose eines gespeicherten Stoffes zu veranlassen. Doch ist diosmotische Entfernung auch durch vermehrte Permeabilität der Plasmahaut erreichbar.

Auch in dem zuletzt angedeuteten Falle könnte chemische Energie das vermittelnde Agens sein. In allen Modalitäten aber ist der chemische Process nur Mittel zum Zweck und die gewinnbare osmotische Energie ist in keiner Weise eine directe Function der im Stoffwechsel aufgewandten chemischen Energie (vgl. auch p. 196).

Innerhalb des dem Wesen nach gekennzeichneten Rahmens sind natürlich vielfache Besonderheiten und Combinationen möglich, deren Mannigfaltigkeit durch die folgenden Andeutungen nicht etwa ausgemalt werden soll. Principiell Neues bietet es also nicht, wenn eine Variationsbewegung durch veränderte Elasticität der Zellhaut veranlasst wird oder wenn die Zellhaut gleichzeitig actives und passives Wachsthum erfahren sollte. Die Zellhaut muss auch nicht durchweg gleichartig und gleichwerthig sein und wenn z. B. eine Innenlamelle activ wächst, ist mit dieser Energie zugleich plastisches Wachsthum der damit verketteten Aussenschichten erreichbar. Die dazu nöthige Zugkraft könnte sowohl durch Ausscheidungskraft (Wachsthum der Innenlamelle durch Intussusception) als durch Quellungskraft geliefert werden. Auch im letzteren Falle ist ausgedehntrees Flächenwachsthum der ganzen Zellhaut dann ermöglicht, wenn jede neu apponirte Lamelle durch nachfolgende Quellung die nöthige Energie liefert.

Da wir nur die real zur Geltung kommenden mechanischen Wirkungen zu beachten haben, bedarf hier z. B. die vom Krümmungsradius und andern Umständen abhängige Widerstandsfähigkeit der Zellhaut keine Beachtung[1]). Auch genügt es, die in der Zelle selbst entwickelten Kräfte zu berücksichtigen, und alle von aussen wirkenden Zug- und Druckkräfte ausser Acht zu lassen. Zu diesen gehören

1) Vgl. Pfeffer, Zur Kenntniss d. Plasmahaut u. d. Vacuolen, 1890, p. 295.

auch die aus dem Verband der Zellen, aus der Gewebespannung entspringenden, hier nicht weiter zu erläuternden mechanischen (und auslösenden) Einflüsse.

So wie wir besondere Gestaltungen im Wachsen und Bewegen nicht besprechen, bedürfen hier einer Discussion auch nicht die Bedingungen, unter welchen Bewegungen um eine Gleichgewichtslage (Variationsbewegungen) oder dauernde Vergrösserung (Wachsthum), ferner periodische oder einmalige Bewegungen sich abspielen.

Verlauf, Intensität und Schnelligkeit einer Action können allerdings unter Umständen für die causale Aufhellung nutzbringend verwandt werden. Der zeitliche Verlauf einer Reaction ist u. a. von der mehr oder weniger schnellen Schaffung, resp. Activirung der arbeitsleistenden Energie und der Summe und der Art der Widerstände abhängig. Abgesehen von den aus Gewebespannungen resultirenden Verhältnissen wird eine mit Volumänderung der einzelnen Zelle verknüpfte Bewegung u. a. durch die nöthige Aufnahme oder Ausgabe von Wasser regulirt, ein Vorgang der z. B. in den Zellen der Staubfäden von Cynareen sehr schnell realisirt wird[1]). Bei geeigneter Constellation der Factoren mag wohl auch ein durch plastische Dehnung erzieltes Flächenwachsthum sehr schnell verlaufen können[2]), während im Allgemeinen aussergewöhnliche Wachsthumsschnelligkeiten nicht zu erwarten sein dürften, wenn die Wachsthumsenergie durch Intussusception gewonnen wird.

Nachdrücklich mag wieder betont werden, dass die äussere Erscheinung einer Action den Complex innerer Ursachen nicht anzeigt und dass dieser also bei äusserlicher Aehnlichkeit eines sichtbaren Geschehens verschieden sein kann[3]). Die vorausgegangenen Betrachtungen lehren auch, dass die Betriebsenergie für das Wachsthum einer Zelle verschiedenen Ursprung haben kann.

---

1) PFEFFER, Zur Kenntniss d. Plasmahaut u. d. Vacuolen, 1890, p. 327.

2) Vgl. z. B. für Oedogonium, PFEFFER, Physiologie, Bd. II, p. 61. Ferner ebenda p. 81 andere Beispiele.

3) Vgl. u. a. PFEFFER, Physiologie, Bd. II, p. 62, 182.

Das Zustandekommen und die Grösse der Aussenleistung bietet ein vielfaches Interesse und es ist z. B. einleuchtend, dass der mechanische Werth einer Leistung bestimmte Factoren als für die Betriebsenergie unzureichend kennzeichnen kann[1].

Wir legen unseren Betrachtungen wiederum eine einzelne Zelle zu Grunde (vgl. p. 214). Und da in principieller Hinsicht die Rücksichtnahme auf eine einseitige Leistung genügt, so mag zur Vereinfachung angenommen werden, diese Zelle habe cylindrische Form, bewahre unverändert denselben Querdurchmesser und ruhe mit einer Endfläche auf einer unverrückbaren Widerlage, so dass jede Verlängerung der Zellhaut nur zu einem Fortrücken der anderen Endfläche des Cylinders führt.

Wie allgemein, ist natürlich auch an unserer Zelle die nach aussen wirkende Kraft durch Ermittelung des zur Aequilibrirung nöthigen Gegendruckes bestimmt und wir sind wesentlich auf diese Druck- oder Zugmethode angewiesen, da die Natur unserer Objecte eine Bestimmung der Energie aus der einer bekannten Masse ertheilten Geschwindigkeit nicht oder unzureichend erlaubt. Durch das Product der wirksamen Energie in die Wegstrecke wird bekanntlich die geleistete Aussenarbeit bemessen.

Sofern nichts Anderes bemerkt ist, reflectiren wir immer auf eine Zelle mit zarter, bei Compression leicht ausbiegender Wandung, die demgemäss wesentlich nur durch ihre Turgorkraft wirkt und höchstens eine dieser gleiche Aussenleistung vollbringt (vgl. p. 215). Bei Mangel eines Widerstandes kommt aber eine nach aussen gerichtete Druck- oder Arbeitsleistung überhaupt nicht zu Stande. In diesem Falle ist folglich die ganze Turgorkraft durch die entgegenwirkende Spannung der Zellhaut äquilibrirt und diese Gleichheit von Druck und Gegendruck besteht dann ebenfalls in jedem Zeitdifferential bei Flächenwachsthum der Zellhaut. Die Turgorkraft kann also ebensowohl zur Spannung der Zellhaut, als zu Aussenleistungen ausgenutzt und ebenso in ihrem Nutzeffect auf beide Wirkungen in jedem Verhältniss vertheilt werden.

---

1) Hinsichtlich der Reizbewegungen in den Staubfäden der Cynareen vgl. Pfeffer, Zur Kenntniss d. Plasmahaut u. d. Vacuolen, 1890, p. 329.

Durch eine entsprechende Compression ist eine beliebige Entspannung der Zellhaut, also auch eine volle Uebertragung des Turgordruckes nach aussen erreichbar. Hier aber haben wir darnach zu fragen, wie eine aus eigener Activität nach Verlängerung strebende Zelle es fertig bringt, gegen eine in den Weg tretende hemmende Widerlage einen Druck zu erzielen, resp. zu steigern, oder zu vermindern. Nach dem Gesagten handelt es sich hierbei um zwei nähere Mittel; entweder nämlich muss a) die Turgorkraft anwachsen, oder b) bei constanter Turgorkraft ein geringerer Theil dieser durch die Wandung äquilibrirt werden, d. h. also die Spannung der Wand muss abnehmen.

Diese Mechanik soll nun in Folgendem mit Bezug auf eine wachsende Zellhaut betrachtet werden. Unter diesen Umständen können also auch beide im Princip angedeutete Factoren gleichzeitig in Wirksamkeit treten, während alle Aussenaction von einem Anschwellen (resp. Abnehmen) der Turgorkraft abhängen muss, wenn die Zellhaut gleiche Länge und Cohäsion (Elasticität und Dicke) bewahrt (vgl. p. 216).

Bleibt die Zellhaut in obigem Sinne unverändert, so ist eine Aussenleistung nur durch Steigerung der Turgorkraft und nur nach Maassgabe dieser Steigerung möglich. Hält sich aber die Turgorkraft auf gleicher Höhe, so ist zur Erzielung eines Druckes gegen die Widerlage eine entsprechende Entspannung der Zellhaut unerlässlich. Eine solche Entspannung ist im Näheren auf verschiedene Weise erreichbar, so durch plastische Dehnung, sowie durch ein actives Wachsthum der Haut, das hinwiederum durch Quellung oder durch Intussusception vermittelt werden kann (vgl. p. 217). Natürlich würden auch z. B. Aenderung des Elasticitätscoefficenten, sowie Abnahme oder Zunahme der Wanddicke die Verwendung der Turgorkraft zu Aussenleistungen beeinflussen.

Diese Beziehungen sind nicht nur für das Verständniss des Zustandekommens und der Regulation der für die Pflanze ebenfalls wichtigen Aussenleistungen von Bedeutung, sondern können unter Umständen auch Rückschlüsse auf die Wachsthumsmechanik erlauben. Denn läuft das Flächenwachsthum der Haut auf eine Dehnung über die Elasticitätsgrenze hinaus, so darf die Turgordehnung der Haut nicht unter einen gewissen Grenzwerth sinken, während

bei activem Wachsthum (durch Intussusception oder durch Quellung) eine völlige Entspannung der Haut und eine volle Entwickelung der Turgorkraft nach aussen möglich, aber nicht nothwendig ist. Bei activem Wachsthum einer nicht ausbiegenden Zellwandung würde sogar der Aussendruck die Turgorkraft übertreffen können (p. 218); umgekehrt würde eine genügende Einsicht in die Mechanik des Flächenwachsthums, wie sie eben nicht zu Gebote steht, die Causalität der Aussenleistungen aufhellen.

Ist auch allbekannt, dass z. B. beim Eindringen in den Boden oder bei Erzielung negativ gespannter Gewebe hohe Wachsthumskräfte zur Geltung kommen, so sind präcisere Bestimmungen dieser Aussenleistungen nicht zahlreich. Erwähnen will ich hier nur, dass z. B. nach Krabbe[1]) das Cambium von Bäumen noch entgegen einem Drucke von 15 Atmosphären (155 gr pro qu.mm) zu wachsen vermag und dass in (nicht publicirten) Versuchen Hegler's es eines Gegendruckes von 23 Atmosphären (237 gr pro qu.mm) bedurfte, um in einem Knoten des Halmes von Triticum vulgare die geotropische Krümmungskraft zu äquilibriren. Ebenso wurden in anderen eigenen Messungen hohe Druckwerthe gefunden.

In causaler Hinsicht kann ich hier auf Grund noch nicht abgeschlossener Untersuchungen mittheilen, dass, wenigstens in bestimmten Objecten, eine Hemmung des Wachsthums durch eine Widerlage eine Steigerung der Turgorkraft in den wachsenden Zellen veranlasst. Doch scheint solche Steigerung nicht immer das alleinige Mittel zur Erzeugung einer Aussenleistung zu sein, und nach den bisherigen Versuchen bleibt es zweifelhaft, ob bei positiver Turgoranschwellung von diesem Factor der ganze numerische Werth des von zarten Geweben ausgehenden Aussendruckes abhängt.

Eine nähere Begründung dieser vorläufigen Mittheilung ist an dieser Stelle nicht beabsichtigt. Erwähnt mag werden, dass vielfach durch Umkleidung mit einem Gypsverbande eine allseitige Widerlage geschaffen wurde. Nach solcher Wachsthumshemmung bedurfte es z. B. zur Plasmolyse der Zellen des Rindenparenchyms[2]) in der

---

1) Wachsthum des Verdickungsringes u. d. jungen Holzzellen, 1884, p. 67, 70. — Vgl. ausserdem Pfeffer, Physiologie, Bd. II, p. 347.

2) Es reagiren übrigens nicht alle Gewebe in gleichem Grade.

Streckungszone der Keimwurzel von Vicia faba 5,3 Proc. Salpeter, während ohne Hemmung des Wachsthums im Mittel 2,5 Proc. genügten. Da nun 1 Proc. Kalisalpeter einen osmotischen Druck von ungefähr 3,4 Atmosphären erzielt[1]), so hatte also die Wachsthumshemmung eine Steigerung der Turgorkraft um 9,5 Atmosphären, d. h. von 8,5 auf 18 Atm. zur Folge.

Der wirksame Aussendruck wurde durch Dynamometer[2]) ermittelt, welche schon bei geringer Ausbiegung des Gewichtes oder der Feder den ausreichenden Gegendruck herstellten. In analoger Weise fand ich in der Variationsbewegung der Blattstiele von Mimosa pudica eine auf die Turgorschwankung fallende Betriebsenergie bis zu 5 Atmosphären, welche bei Wiedererhebung des Blattstieles wieder als zunehmende Turgorkraft zur Geltung kommt[3]). Eine Turgorzunahme ergaben auch bei Hemmung geotropischer Wachsthumskrümmungen (bei Fortdauer des Längenwachsthums) die Zellen der normal convex werdenden Seite[4]), deren Turgor nach Beobachtungen von WORTMANN[5]) und von NOLL[6]) bei Realisirung der Reizkrümmung nicht gesteigert wird.

Eine ausreichend genaue Bestimmung der für unsere Frage in Betracht kommenden Grössen ist, wie hier nur angedeutet sein mag, mit mancherlei Schwierigkeiten verknüpft. Einmal ist es nicht leicht, bei völliger Wachsthumshemmung der Zellen und bei Vermeidung jeder Ausbiegung den nach aussen zielenden Druck genau zu messen. Ferner sind in Geweben, auf welche man in der Praxis angewiesen ist, ungleichwerthige Zellen vereinigt. Dieser Umstand erschwert in

1) Vgl. PFEFFER, Zur Kenntniss d. Plasmahaut u. d. Vacuolen, 1890, p. 306. — Die osmotische Leistung von 1 % Salpeter erhöht sich auf 3,6 Atmosphären, wenn man, wie richtiger, als isotonischen Coefficienten des Rohrzuckers (Salpeter = 3) die empirisch gefundene Zahl 1,88 und nicht den abgerundeten Werth 2 annimmt. Der auf Rohrzucker basirende Druckwerth des Salpeters muss also dann auf das 1,064fache erhöht werden. — Vgl. über die isotonischen Coefficienten auch OSTWALD, Lehrb. d. allgem. Chemie, 1891, Bd. I, (II. Aufl.), p. 665.

2) Vgl. PFEFFER, Periodische Bewegungen, 1875, p. 9. — Ueber die zur Bestimmung der Muskelenergie benutzten Dynamometer. Vgl. u. a. FICK, Medicin. Physik, III. Aufl., 1885, p. 55.

3) PFEFFER, l. c., p. 105. Vgl. u. a. auch Physiologie, Bd. II, p. 317.

4) Vgl. PFEFFER, Mittheilungen über Untersuchungen HEGLER's in Berichte d. Sächs. Gesellschaft d. Wissenschaften. 7. December 1891.

5) Berichte d. deutsch. bot. Gesellschaft 1887, p. 461.

6) Arbeit. des bot. Instituts in Würzburg, Bd. III, 1888, p. 511.

erhöhtem Maasse bei Krümmungsbewegungen eine präcise Berechnung der in den Zellen wirksamen Kraft[1]). Weiter bleibt es zunächst zweifelhaft, ob nicht während der Hemmungsversuche der auf die Spannung der Haut fallende Antheil der Turgorkraft (z. B. in Folge von Dickenwachsthum der Haut) einen anderen Werth annimmt.

Auch die plasmolytisch gefundenen Resultate bedürfen in ihrer Verwerthung strenger Kritik. Hat bei Mangel von Exosmose die Plasmahaut keinen Einfluss auf die osmotische Energie[2]), so ist doch eine Exosmose aus den Schnitten nicht ausgeschlossen[3]). Weiter würde eine Imbibition der Zellhaut mit Salzen im intacten Organe die mechanisch wirksame Turgorkraft deprimiren und diese ist durch die übliche plasmolytische Methode überhaupt nicht bestimmbar, falls sie von einem mit dem Zerschneiden rückgängig werdenden Reizzustand abhängt[4]). Ferner ergiebt die plasmolytische Methode unrichtige Werthe, wenn die Zellen mit der Isolation an Volumen zunehmen, und die hierdurch erzielte Verdünnung des Inhalts ist bei ausdehnungsfähigen comprimirten Zellen nicht zu unterschätzen, so wie ja z. B. auch die Zellen der Staubfäden von Centaurea, vermöge ihrer sehr dehnbaren Wände, auf die Hälfte des Volumens zurückgehen, ehe es zu plasmolytischer Abhebung des Protoplasten kommt.

Obige und andere Verhältnisse erschweren auch die Ableitung sicherer Schlüsse aus der Gewebespannung, in welcher mit Rücksicht auf den Verband lebendiger Elemente noch besondere Umstände zu beachten sind. Bemerkt mag hier nur werden, dass in einem positiv gespannten Gewebe die Zellhaut immer noch unter Turgordehnung stehen kann. Käme es zu einer Aufhebung dieser letzteren in dem intacten Pflanzentheil, so wäre damit, wie dargethan, ein actives Wachsen der Zellhaut für diesen Fall erwiesen.

Wie die Wirkung einer unüberwindbaren Widerlage, scheinen auch in anderer Weise erzielte Wachsthumshemmungen unter Umständen eine Steigerung der Turgorkraft zu veranlassen. Eine solche

---

1) Vgl. Pfeffer, Periodische Bewegungen, 1875, p. 99.

2) Pfeffer, Zur Kenntniss d. Plasmahaut u. d. Vacuolen, 1890, p. 302.

3) Vgl. Hilburg, Untersuch. a. d. botan. Institut zu Tübingen. Bd. I, 1881, p. 33.

4) Pfeffer, Physiologie, Bd. II, p. 240, 269.

Zunahme wurde nämlich in bestimmten Pflanzen beobachtet, als ein in der Längsrichtung wirksamer mechanischer Zug eine Retardirung des Wachsthums[1]) verursacht hatte. Auch die Steigerung der osmotischen Energie in den in Salzlösungen vegetirenden Pilzen[2]) und in anderen Pflanzen[3]) ist ein weiteres Beispiel einer Turgorregulation, und eine solche führt zur Regeneration des in der Reizbewegung einer Mimosa gesenkten Turgors. Analog tritt übrigens bei Hemmung des Flächenwachsthums der Haut unter Umständen ein gefördertes Dickenwachsthum ein[4]).

Im Allgemeinen ergeben sich solche für den Organismus nothwendigen Correlationen und Regulationen als innere und äussere Reizerfolge. Im Wesen der Sache wird, wie leicht einzusehen ist, nichts geändert, wenn bei Hemmung des Flächenwachsthums die Fortdauer der Production löslicher Stoffe die Veranlassung der Turgorsteigerung und die Fortdauer der Celluloseproduction die Veranlassung des Dickenwachsthums der Haut sein sollten. Denn Beginn, Ausgiebigkeit und Beendigung solcher producirenden Thätigkeit hängt ebenfalls von inneren Correlationen ab und das Ausmaass dieser Actionen ist somit auch von äusseren Eingriffen abhängig: Thatsächlich kommen auch jene Productionen in manchen Fällen in Folge von mechanischer Wachsthumshemmung zum Stillstand. Denn der Turgor scheint unter diesen Umständen nicht immer anzuschwellen und KRABBE[5]) konnte z. B. bei mechanischer Hemmung des Dickenwachsthums eine stärkere

1) Vgl. PFEFFER, Physiologie, Bd. II, p. 62 und SCHOLZ, COHN's Beiträge zur Biologie, Bd. IV, 1887, p. 353. Ferner insbesondere meine Mittheilungen über die Untersuchungen HEGLER's in Berichte d. Sächs. Ges. d. Wissensch., 7. Dec. 1891.

2) ESCHENHAGEN, Einfluss von Lösungen auf das Wachsthum von Schimmelpilzen, 1889.

3) OLTMANNS, Sitzungsber. d. Berliner Akademie, 1891, p. 196; vgl. auch ZACHARIAS, Flora, 1891, p, 483.

4) Vgl. ZACHARIAS, Flora 1891, p. 466, 472 und die dort citirte Literatur. — In solchen Verhältnissen sind Erfolge besonderer Reizwirkungen zu sehen. In den erwähnten Untersuchungen HEGLER's ist auch der Einfluss von Zugspannungen auf das Dickenwachsthum nachgewiesen und darnach muss auch die Höhe des Turgordruckes als ein Factor in Betracht kommen, der als Reiz influiren kann.

5) Wachsthum des Verdickungsringes u. d. jungen Holzzellen, 1884, p. 58. — Vgl. auch meine Mittheilung über Untersuchungen HEGLER's (Ber. d. Sächs. Ges. d. Wissenschaften), in welchen sich ergab, dass die realisirte Zugspannung das Dickenwachsthum von Häuten erheblich beeinflusst.

Verdickung der jungen Holzzellen im Frühjahr nicht beobachten. Erinnert mag auch daran werden, dass die in der Gewebespannung begründeten Wachsthumshemmungen ebenfalls verwickelte Regulationen der beiden genannten Factoren nothwendig machen.

Bei Ueberwindung eines äusseren Widerstandes giebt bekanntlich das Product aus der wirksamen Energie und der Wegstrecke die geleistete Arbeit an, welche bei reibungsloser Hebung eines Gewichtes (p), auch als Product aus diesem und der Hubhöhe (l) $= p.l$. ausgedrückt wird.

Während Innenarbeit zur Erreichung einer Aussenleistung erfordert wird, ist mit jener und speciell mit dem Wachsthum nicht nothwendig Arbeit gegen die Aussenwelt zu leisten. Denn die Aussenarbeit setzt beliebig zu verändernde Widerstände voraus, die allerdings nicht Werthe erreichen dürfen, welche die gewinnbare Arbeitskraft nicht mehr zu überwältigen vermag. Für die Aussenarbeit giebt es also jedenfalls einen Maximalwerth. Ob aber für die in der Zeiteinheit leistbare Aussenarbeit der grösste Werth erreicht wird, wenn der höchste zulässige oder wenn ein geringerer Widerstand zu überwältigen ist, lässt sich nicht voraussagen. Denn mit den steigenden Gegenwirkungen werden Reactionen in der Pflanze erweckt, die z. B. nicht übersehen lassen, in welcher Weise die steigende Last eine Verlangsamung der Fortbewegung dieser herbeiführt.

Um während der Bewegung die zur Aussenarbeit nöthige Energie dauernd zu unterhalten, bedarf es natürlich, wie übrigens bei jedem Wachsthum, einer entsprechenden Regulirung der Turgorkraft. Wir wollen der Einfachheit halber annehmen, dass der Turgor fortwährend auf gleichem Niveau erhalten wird, ein Fall, der thatsächlich bei normalem Wachsthum öfters annähernd realisirt wird. Die Consequenzen anderer Veraussetzung sind, so weit es sich um rein mechanische Fragen handelt, leicht abzuleiten. Zudem wird der extreme Fall, dass eine Aussenleistung zu Stande kommt, während die Zellhaut nur elastische Dehnung zulässt, und die Turgorkraft der Volumzunahme proportional abnimmt, fernerhin noch behandelt werden.

Aus der schon (p. 226) besprochenen Höhe des Aussendruckes geht zugleich hervor, dass eine wachsende Pflanze hohe Aussenarbeit

zu verrichten vermag. Denn wenn jener Druck mit 10 Atmosphären auf die Strecke von 1 cm wirkt, so beträgt die Aussenarbeit für den Querschnitt von 1 qmm des wachsenden Pflanzentheiles 10, für 1 qcm also 1000 Grammcentimeter, und thatsächlich kann die nach aussen wirksame Wachsthumsenergie[1]) noch höhere Werthe erreichen. Mit solcher Kraft wird also etwa eine sich verlängernde Wurzel (ihrem Querschnitt entsprechend) Widerstände fortschieben und ebenso ein sich verdickender Stengel nach Massgabe der wirksamen Energie und Fläche, Arbeit leisten können. Bedingung für volle Arbeitsleistung ist aber, ebenso wie für die Druckleistung, dass eine geeignete feste Widerlage anderweitiges Ausbiegen und Ausweichen der Pflanzentheile unmöglich macht.

Ueberhaupt ist die Druckwirkung nach aussen und dazu die Erhaltung jener während des Wachsens Bedingung für die Aussenleistung und so ergiebt sich aus den Betrachtungen über Druckleistungen ohne Weiteres, in wie weit Turgorsteigerung, sowie passives und actives Wachsthum der Zellhaut bedingend mitsprechen können. Vor einer einseitigen Betrachtung aber hat man sich in jedem Falle zu hüten. Wenn u. a. in teleologischer Hinsicht, mit Bezug auf die Ausnutzung der Turgorkraft, eine thunlichste Entspannung der Zellhaut vortheilhaft erscheint, so wissen wir doch nicht, ob gerade diese Operation für die Pflanze gut möglich oder ökonomisch ist, da wir nicht den Complex der für das Wachsthum nothwendigen Factoren und den zur Realisirung dieser nöthigen Aufwand übersehen.

Jedenfalls aber besitzt die Pflanze in der regulatorischen Thätigkeit eine zweckmässig und sparsam arbeitende Einrichtung. Denn nur in dem Maasse, als Widerstände entgegentreten, wird Energie für Aussenarbeit aufgewandt. Stösst z. B. eine Wurzel auf einen überwindbaren Widerstand, so steigert sich der Druck, und zwar erfahrungsgemäss ziemlich schnell, bis zu dem zum Fortschieben nöthigen Werth und fällt schnell wieder, wenn dieser Widerstand durchbrochen oder irgendwie beseitigt wird. Auch wenn es sich um die Hebung des eigenen Gewichtes dreht, wird in gleichem Sinne

---

1) Die »Zuwachsgrösse« hat man wohl auch »Wachsthumsenergie« genannt (vgl. PFEFFER, Physiologie, Bd. II, p. 66). Unter letzterer Bezeichnung ist aber sachgemässer die in dem Wachsthumsvorgang aufgewandte Energie zu verstehen, welche in der Zuwachsgrösse nicht ihren Ausdruck findet.

die Aussenleistung der activen Zellen geregelt und desgleichen, wenn angestrebten Krümmungen — mögen diese autonome Bewegungen oder Reizbewegungen sein — Widerstände entgegentreten. Ebenso kommen in der Gewebespannung offenbar solche regulatorische Einflüsse, wenn auch wohl oft in complicirterer Form, zur Geltung. Zu diesen zweckdienlichen Reactionen gehört es ferner, dass durch mechanische Zugwirkung, wie Hegler[1]) fand, die Tragfähigkeit eines Pflanzenstengels sich bald steigert, indem gewisse Gewebeelemente Vermehrung oder Wandverdickung erfahren.

Vortheilhaft ist es offenbar, dass gerade nach Massgabe des realen Gegendruckes der Energieaufwand für Aussenleistungen regulirt wird und die dazu nöthigen Thätigkeiten also nur begrenzt in Anspruch genommen werden, wenn z. B. ein Pflanzentheil bald seitlich ausbiegt. Solches tritt u. a. leicht in der abwärts strebenden Wurzel ein, und die Umgehung grösserer und oft gar nicht anders überwindbarer Widerstände ist, da wo es angeht, ein augenscheinlich zweckmässiges Hülfsmittel.

Einige Bemerkungen über den von dem umgebenden Wasser- oder Luftmedium abhängigen Widerstand dürften hier am Platze sein, wobei wir natürlich von mechanischen Zug- oder Druckwirkungen absehen können, wie sie z. B. das Eigengewicht oder ein Auftrieb in Wasser erzeugen. In einer submersen Zelle gleicht sich in Folge der Permeabilität für Wasser der von der Höhe der Wassersäule herrührende Druck zu beiden Seiten der Wand aus. Beim Wachsthum hat also die sich vergrössernde und Wasser aufnehmende Zelle nicht den Wasserdruck, sondern nur die aus Reibung u. s. w. im Wasser entspringenden Widerstände zu überwinden. Entstehen aber lufterfüllte Intercellularräume, so erfordert diese Vergrösserung des Pflanzenkörpers die Ueberwindung des entgegenstehenden Wasserdruckes[2]). Ebenso wird bei Aufenthalt in Luft, durch Verdrängung dieser, eine Arbeit gefordert, sofern nicht die Intercellularen mit der Luft communiciren. Diesen Luftwiderstand hat natürlich auch jede wachsende Zelle zu überwinden.

Die für das Flächenwachsthum der Haut aufgewandte Arbeit ist ebenfalls aus der dazu nöthigen Turgorkraft zu entnehmen, sofern diese allein die Energie für das Wachsthum liefert, dieses also in

---

1) Eine vorläufige Mittheilung über diese Arbeit gab ich an der schon citirten Stelle.

2) Diese Gesichtspunkte sind auch mit Rücksicht auf das Vorkommen von Organismen in grossen Tiefen zu beachten. Vgl. u. a. auch Pfeffer, Physiologie, II, p. 159.

plastischer Dehnung besteht (p. 216). Bei einer cylindrischen Zelle (vgl. p. 224) ergiebt sich z. B. der in der Zellwand wirksame Längszug aus dem Querschnitt des Zelllumens und der Turgorkraft, und durch diese Zugkraft ist, unter obiger Annahme, die Dehnung der Haut über die Elasticitätsgrenze, analog wie durch ein angehängtes ziehendes Gewicht, herbeizuführen. Genügt z. B. eine Turgorkraft von 5 Atmosphären zum Wachsen, so würde bei einer Verlängerung von 1 cm die Arbeit für 1 qmm Querschnitt 50 Grammcentimeter betragen. Diese Arbeit fällt aber allein auf die nur einen Bruchtheil dieses Quadratmillimeters ausmachende Zellhaut. Es bedarf also der Feststellung des Querschnittes der Wand, um die plastische Dehnungsarbeit mit Bezug auf die wirksame Querschnittseinheit der Zellhaut zu eruiren.

Obige Schlussfolgerungen bestehen ebenfalls zu vollem Rechte, falls eine Erweichung der Zellhaut durch die Lebensthätigkeit der Zelle eine Vorbedingung für das Flächenwachsthum der Haut ist (p. 218). Denn es handelt sich dann nur um eine Depression der Cohäsion und damit um eine Verminderung der zur plastischen Dehnung nöthigen Arbeit, welche in analoger Weise auch dann vermindert wird, wenn etwa die plastische Dehnung eines Bleidrahtes durch Erwärmung erleichtert wird.

Eine derartige, auf der Turgorkraft basirende Ermittlung ist natürlich unmöglich, sobald die Wachsthumsarbeit aus anderer Energiequelle, z. B. aus Ausscheidungs- oder Quellungskraft entstammt (p. 218). Dabei hat aber die Regulation der Turgorkraft auf constante Höhe die Aufgabe, während der Volumzunahme der Zelle eine gleiche Intensität der elastischen Hautspannung zu erhalten. Da aber die Länge der Zellhaut und mit ihr die elastische Gesammtverlängerung absolut zunimmt, so wird zugleich eine Zunahme des in der elastischen Dehnung repräsentirten Arbeitswerthes erreicht.

Die für die einzelne Zelle entwickelten Grundzüge enthalten auch die Fundamente für die Arbeitsleistung durch Gewebe. Die Aussenwirkung dieser ergiebt sich immer als Resultante aus der Thätigkeit der einzelnen vereinigten Zellen und die antagonistischen Bestrebungen dieser im Gewebe laufen darauf hinaus, dass gewisse Zellen (z. B. positiv gespannte) durch nach aussen wirkende Energie Arbeit gegen andere Zellen leisten, welche dadurch gedehnt oder comprimirt

werden. Im Princip analoge Verhältnisse bieten sich auch da, wo Krümmungsbewegungen in Geweben resultiren.

Die mannigfachen besondern Complicationen haben wir hier nicht zu betrachten. Erinnern möchte ich aber daran, dass im Allgemeinen auch in Geweben eine Zelle nur dann zu möglichst hoher Aussenleistung kommen wird, wenn ihr allseitige Widerlage geboten, ein Ausbiegen oder ein Auswachsen nach Richtung eines geringeren Widerstandes also vermieden ist. Ein solches Auswachsen tritt in der That häufig ein, z. B. dann, wenn bei gehemmtem Wachsthum in die Länge für ein Wachsen in transversaler Richtung Spielraum gewährt ist. Dann erzielen aber diese Zellen einen geringern Druck gegen die der Verlängerung entgegenstehende Widerlage, während zugleich ihre Zellhaut an geeigneter Stelle unter voller Turgordehnung Flächenwachsthum vollführt. Dabei wirken solche Zellen immer noch mit positiver Spannung in der Längsrichtung, und diese, wie auch andere Erwägungen lehren sogleich, dass in positiv gespanntem Gewebe die Zellwandungen sehr wohl noch erhebliche Turgordehnung besitzen können (p. 228), ein Schluss, der für die Wachsthumsmechanik natürlich stets voll zu würdigen ist[1]).

Die Betrachtung von Leistungen bei unveränderter Zellhaut, in welchen also alle Energie der Turgorkraft entstammt (p. 216), beschränken wir gleichfalls auf eine cylindrische Zelle, welche bei elastischer Verlängerung der Seitenwand gleichen Querdurchmesser bewahrt (p. 224). Diese Voraussetzung wird übrigens annähernd in den activen Zellen der Staubfäden der Cynareen erfüllt, deren Zellwand in elastischer Dehnbarkeit ungefähr dem Kautschuk gleich steht und demgemäss sehr ansehnliche Dimensionsänderung gestattet. Diese Verkürzung kann bei Reizbewegungen 30 Proc., bei voller Aufhebung des Turgors 100 Proc. erreichen[2]). Die Wiederausdehnung der Zellen wird durch osmotische Energie vermittelt und die damit erreichte elastische Spannung der Haut repräsentirt einen Vorrath potentieller Energie, welche mit Senkung des Turgors

1) Vgl. u. a. auch Pfeffer, Physiologie, Bd. II, p. 17, 24.

2) Pfeffer, Physiologie, Bd. II, p. 11, 233. Vgl. auch Pfeffer, Zur Kenntniss d. Plasmahaut u. d. Vacuolen, 1890, p. 325.

zu Leistungen verwendbar wird. Alle Energie führt demgemäss auf Turgorkraft zurück und es genügt deshalb, allein die Arbeitsleistung durch Steigerung der osmotischen Energie zu betrachten. Wir sehen dabei zunächst von den durch schnelle Zuckungen erzielbaren Schleuderwirkungen ganz ab, vernachlässigen auch das Eigengewicht, das natürlich in Wirklichkeit als Belastung in Rechnung zu ziehen ist und bekanntlich bei cylindrischen Organen so wirkt, also ob das halbe Gewicht des Objectes an dem einen Ende vereinigt wäre.

Nach einer activen Verkürzung mag die Zelle so lange an der Wiederausdehnung verhindert werden, bis die osmotische Wirkung den Maximalwerth erreicht, also ein Zustand hergestellt ist, als ob die Zelle gewaltsam in entsprechender Weise comprimirt worden wäre. Erfolgt dann, nach voller Beseitigung des Hemmnisses, die Verlängerung, so wächst proportional zu dieser die elastische Kraft der Wandung, während zugleich mit der zur Verlängerung proportionalen Wasseraufnahme und Verdünnung des Inhaltes die osmotische Energie abnimmt. Aus diesen beiden Factoren resultirt die endliche Länge und mit der Verlängerung nimmt natürlich die für Aussenleistung disponible Turgorkraft dauernd ab, um endlich, bei voller Länge, den Nullwerth zu erreichen.

Sofern bei dem osmotischen Drucke, analog wie bei einem idealen Gase, das Product aus Druck (p) und Volumen (v) eine Constante ist[1]), ergiebt sich auch die gesammte bei einer Volumzunahme leistbare (resp. bei einer Compression zu leistende) Arbeit, analog wie bei einem Gase, das man in einem Cylinder sich ausdehnen (verdünnen) und einen abschliessenden Stempel vor sich her treiben lässt. Die mit v als Abscisse und p als Ordinaten construirte Curve ist also für den isothermen Zustand eine gegen die Abscissenachse convexe gleichseitige Hyperbel und das Flächenstück unter der Curve stellt die vom Gase (bei constanter Temperatur) geleistete (resp. die beim Comprimiren zu leistende) Arbeit dar[2]). Bei kleiner Volumänderung kann die kurze Strecke der Hyperbel ohne zu grossen

1) Vgl. PFEFFER, Zur Kenntniss d. Plasmahaut u. d. Vacuolen, 1890, p. 318.

2) Näheres in den entsprechenden Abschnitten der mechanischen Wärmetheorie. Z. B. bei MÜLLER, Lehrbuch d. Physik u. Meteorologie, VIII. Aufl., 1879, Bd. II, Abth. 1, p. 435.

Fehler als Gerade angesehen werden und diese vereinfachte Betrachtungsweise ist für unsere derzeitigen Zwecke ausreichend.

Sei in obiger Voraussetzung in einer durch Compression verkürzten Zelle der osmotische Druck d und nach der Volumzunahme (Verlängerung) d', so ist die mit abnehmendem Druck auf die Wegstrecke l leistbare Arbeit $\frac{d + d'}{2} . l$. Nun ist nach erreichtem Gleichgewicht die Spannung der Zellhaut (resp. einer dem Gase entgegenwirkenden Spiralfeder) ebenfalls d', während die Anfangsspannung mit x bezeichnet sein mag. Die zur elastischen Dehnung der Zellhaut auf der Strecke l verwandte Arbeit beträgt demgemäss $\frac{x + d'}{2} . l$. Die Differenz beider Grössen, $\frac{1}{2}(d - x)l$, kennzeichnet also den im günstigsten Falle für Aussenarbeit disponiblen Energiewerth, welcher natürlich die gleiche Höhe bei dem umgekehrten Vorgang, d. h. bei einer durch Turgorsenkung veranlassten Verkürzung erreicht.

Eine maximale Aussenleistung wird folglich erreicht, wenn obiger Energiewerth voll ausgenutzt wird, indem der zunächst zur Aequilibrirung nöthige Gegendruck (p) mit der Verlängerung der Zelle dauernd abnimmt[1]), mit Erreichung der vollen Länge also Null wird. Die Arbeit ist dann $\frac{1}{2}p . l$.

Nähere Erörterungen über submaximale Aussenleistungen können hier unterbleiben[2]). Leicht einzusehen ist z. B., dass bei constantem Widerstand die Aussenarbeit den Maximalwerth bei $\frac{1}{2}p$ erreicht, ferner dass die Aussenarbeit unter $\frac{1}{2}p . l$ bleibt, wenn eine Fortbewegung durch die sich verlängernde Zelle begann, ehe die maximale, zur Bewältigung von p nöthige osmotische Energie wieder gewonnen war.

Die Aussenarbeit kann natürlich auch als potentielle Energie aufgespeichert werden, welche somit bei periodischer Wiederholung der Bewegungen mit der Zeit einen hohen Werth zu erreichen vermag. Möglich ist solche Aufspeicherung auf verschiedene Weise, z. B. indem die Hubwirkung an einem Apparat angreift, welcher (durch

1) Ueber die Technik solcher Versuche vgl. u. a. Fick, Medicin. Physik, III. Aufl., 1885, p. 42.

2) Verschiedenes über diesen Gegenstand findet man, mit Rücksicht auf Muskelarbeit, in der Thierphysiologie, z. B. bei Hermann, Handbuch d. Physiologie, Bd. I, 1879, p. 75, Fick, l. c., p. 42.

Sperrhaken etc.) jedesmal ein Zurückfallen der gehobenen Last verhindert. Aber auch in analoger Weise wie bei einer Dampfmaschine würde sich ein Schwungrad in Bewegung setzen lassen, indem gegen dieses die an dem einen freien Ende der Zelle befestigte Triebstange bewegend wirkt. Die bei einer kleinen Zelle absolut geringe Energie kann mit Bezug auf Grösseneinheiten sehr ansehnlich sein. Denn wenn z. B. bei einer Turgorschwankung der nach aussen wirkende Energiewerth zu Beginn der Verlängerung (und ebenso der Verkürzung) 8 Atmosphären beträgt, also annähernd im Mittel 4 Atmosphären auf eine Wegstrecke wirksam werden, welche (bei Cynareen) die Hälfte der Maximallänge des activen Cylinders ausmachen kann, so stehen damit (für die Querschnittseinheit) der Intensität nach Arbeitskräfte zur Verfügung, wie in einer schon recht kräftigen Dampfmaschine. Im Dienste der Pflanze werden solche Bewegungen in den Staubfäden der Cynareen, in den Gelenken von Mimosa u. s. w. ausgenutzt und im Princip z. B. auch in den Wirkungen, welche, in Folge periodisch zunehmender und abnehmender Feuchtigkeit, Wurzeln gegen den umgebenden Boden zur Geltung bringen. Wie trotz des angestrebten Hin- und Herganges eine einseitige Fortbewegung herauskommen kann, mögen auch die sich einbohrenden Grannen von Hafer, Erodium u. s. w. versinnlichen, in welchen die Energie freilich Quellungskräften in den Wänden todter Zellen entstammt[1]).

Die nöthige periodische Turgorschwankung und der Wiedergewinn von Energiepotentialen ist, wie schon (p. 221) hervorgehoben, auf verschiedene Weise erreichbar. So durch Variation in der osmotisch wirksamen Substanz, wie auch, ohne substantielle Aenderung in letzterer, durch Wasserentziehung vermittelst Plasmolyse oder Transpiration. In letzterem Falle wird, ohne primäre Temperaturdifferenz, vermöge des Wärmeconsums in der Dampfbildung, Wärme in Arbeit übergeführt (p. 170) und wie beim Alterniren einer solchen Senkung der Turgorkraft mit einer Erhebung derselben durch Wasserzufuhr, würde auch z. B. bei abwechselnder Einwirkung von Seewasser und Flusswasser auf eine Zelle eine dauernde Arbeitsthätigkeit durch diese erreichbar sein[2]).

---

1) Vgl. PFEFFER, Physiologie, Bd. II, p. 279.

2) Nach diesen Principien wären also auch Betriebskräfte ohne Heizung praktisch dann gewinnbar, wenn es gelingen sollte, entsprechende Apparate, die

Für die Aussenleistung ist zunächst nur die Realisirung einer abwechselnden Verlängerung und Verkürzung in Betracht zu ziehen. Dieserhalb darf hier auch auf die mannigfachen Studien über äussere Muskelarbeit reflectirt werden, welche für die Leistung animalischer Organismen von besonderem Interesse ist. Uebrigens erfolgt auch in den ruhenden Staubfäden der Cynareen eine Verlängerung annähernd proportional zu dem ziehenden Gewichte. Die Energie, mit welcher eine Verkürzung angestrebt ist, erreicht in Pflanzen gleiche Werthe wie im Muskel. Denn die Muskelkraft entspricht 1 bis 10 kg pro qcm [1]), während zur Aequilibrirung der im Reiz ausgelösten Energie in Mimosa und Cynareen bis über 5 kg pro qcm erforderlich sind und bei plasmolytischer Einwirkung auf die Gewebe kann die erzielte Verkürzungskraft 10 kg überschreiten.

Mit der Rückführung der Bewegung auf den Antagonismus der voll elastischen Zellhaut und der sich activ ändernden Turgorkraft sind die beiden nächsten Factoren der Bewegungsmechanik der dem Typus der Cynareenstaubfäden sich anschliessenden Vorgänge voll erkannt. Eine neue Frage ist es, wie im Näheren die nöthige Turgorschwankung erzielt wird, und dass dieses Ziel verschieden erreicht werden kann, ist schon genügend hervorgehoben [2]). Eine gleich vollständige Einsicht in die nächsten Factoren und Energiequelle der Muskelbewegungen ist noch nicht gewonnen [3]). Uebrigens wird die Besprechung der Bewegungen von Cilien und anderen Plasmakörpern (Kap. 8) noch Veranlassung geben, auf andere Vermittelungen von Bewegungen hinzuweisen.

Zur Erreichung einer Wurf- oder Schleuderkraft ist eine schnelle Bewegung nothwendig. Eine solche wird u. a. in den Reizbewegungen von Cynareen, Mimosa u. s. w., jedoch auch durch

---

für die osmotisch wirkenden Stoffe impermeabel sein müssen, zu construiren, welche bei genügenden Dimensionen schnelle Bewegungen ausführen. Eine 1 proc. Lösung von Chlornatrium hat eine osmotische Leistung von ungefähr 20 Atmosphären.

1) Hermann, Handbuch d. Physiologie, Bd. I, 1879, p. 64.

2) Vergl. auch Pfeffer, Zur Kenntniss d. Plasmahaut u. d. Vacuolen, 1890, p. 323.

3) Vgl. Hermann, l. c., p. 241.

Spannung erreicht, welche z. B. in den Staubfäden von Parietaria durch Wachsthumskräfte erzeugt werden[1]).

Die Frage, in wie weit die in einer Reaction für Aussenarbeit disponible Energie in einer Wurfbewegung in lebendige Kraft umgesetzt werden kann, soll hier nur kurz berührt werden. Nähere Erörterungen über dieses Thema findet man übrigens mit Bezug auf den Muskel in der schon citirten Literatur.

Vollständige Verwandlung in lebendige Kraft erfordert vollkommenste Elasticität und ist deshalb in Pflanzen nicht erreichbar. Denn einmal verstreicht, selbst bei den schnellsten Reizbewegungen, eine gewisse Zeit bis zur Ausführung der Reaction und bis zur Entwickelung der Gesammtheit der treibenden Kraft und zudem sind organische Gewebe im Allgemeinen nicht in idealer Weise elastisch[2]). Kommt wegen des erstgenannten Umstandes zu Beginn nicht die volle Triebkraft zur Geltung, so geht ferner ein Theil dieser für innere Reibungen u. s. w. verloren (wie z. B. beim Auspressen von Wasser aus Zellen, resp. beim Eintrieb dieses) und für diese Zwecke wird im Allgemeinen mit zunehmender Bewegungsschnelligkeit vermehrte Energie gefordert.

---

1) Beiläufig sei hier Pleurocarpus mirabilis A. Br. erwähnt, dessen Fäden durch Inductionsschläge (GARDINER), übrigens auch durch verschiedene andere Wirkungen, einen Zerfall in der Weise erfahren, dass die lebenden Zellen mit der Separation auf eine gewisse Strecke auseinanderfahren. Es beruht dieses darauf, dass die Querwände, wie bekanntlich vielfach in Algen, sich spalten, die Seitenwand aber, mindestens aber die Cuticularschicht dieser, in Continuität bleibt. Reisst diese Seitenwand nun plötzlich ein, so wird durch das bekannte, hier sehr schnelle Hervorwölben der Querwand die Kraft für das Auseinanderschleudern gewonnen, welches also von der Turgorspannung abhängt. Wie GARDINER (Annals of botany, Bd. I, p. 365) für diese einfache Mechanik eine active Contractionsthätigkeit des Protoplasten als einzig mögliche Erklärung fordern kann, ist schlechterdings nicht zu verstehen. Die Inductionsschläge haben hier nur die Bedeutung auslösender mechanischer Zerrungen und wie solche rufen sie z. B. auch die Explosion der Früchte von Impatiens hervor. Diese, sowie das Auseinanderfahren der Zellen von Pleurocarpus fordert natürlich gewisse Turgescenz und deshalb hört mit genügend plasmolytischer Einwirkung auch das Zerfallen von Pleurocarpus durch Inductionsschläge auf, während eine mechanische Zugkraft auch dann noch eine Trennung der Zellen erreichen kann. Näheres über diesen Vorgang, sowie über die zerfällende Wirkung von Chloroformwasser etc., werde ich vielleicht bei anderer Gelegenheit mittheilen.

2) Vgl. PFEFFER, Physiologie, Bd. II, p. 13. — Auch Kautschuk ist nicht ideal elastisch. Siehe z. B. LEHMANN, Molekularphysik, 1888, Bd. I, p. 530.

Selbst im günstigsten Falle wird die zur Beschleunigung einer Masse nutzbare Energie hinter dem vollen Werth der Aussenarbeit zurückbleiben. Es ist übrigens leicht zu ersehen, dass verschiedene Umstände einen thunlichst hohen Gewinn von lebendiger Kraft aus der nach aussen wirksamen Energie begünstigen. So muss es z. B. vortheilhaft sein, wenn der Beginn einer Reizbewegung bis zur vollen Entwickelung der Triebenergie gehemmt wird und wenn während der Bewegung Abfuhr und Zufuhr von Wasser möglichst erleichtert sind.

VII. Blicke auf die Wachsthumsmechanik.

Nachdem die Wachsthumsmechanik mit Bezug auf die verschiedenen energetischen Möglichkeiten erörtert ist, dürfte es geboten sein, in Kürze zu zeigen, in wie weit unsere Kenntnisse erlauben, das wirkliche Geschehen in der Pflanze zu präcisiren. Bei diesen Betrachtungen werde ich mich indess wesentlich an die Energetik halten und es liegt weder in meiner Absicht, die Wachsthumsmechanik allseitig zu beleuchten, noch die gesammte Literatur kritisch zu sichten [1]).

Lassen sich bei Rücksichtnahme auf die unmittelbar mitspielenden Factoren auch nur gewisse der erörterten Möglichkeiten (p. 216) ausschliessen, so ist mit solcher Einengung immerhin ein Fortschritt gewonnen. Thatsächlich ist aber erweisbar, dass, wenigstens vielfach, die Bedingung für Flächenwachsthum eine Veränderung in der Zellwand ist, wobei aber zunächst zweifelhaft bleibt, ob diese Veränderung in einem Wechsel der Cohäsion oder in activem Wachsen besteht, ob also die Wachsthumsarbeit durch Turgorkraft oder durch Imbibition, resp. Quellung geliefert wird (p. 217). In allen diesen Fällen soll indess von Variabilität der Haut geredet werden, im Gegensatz zu Constanz der Zellwand, welche letztere somit bei einer ohne Cohäsionswechsel erzielten plastischen Dehnung vorliegen würde.

Eine Variabilität der Haut ist jedenfalls nothwendig, sobald die

---

1) Ausser der Behandlung des Themas bei Pfeffer, Physiologie, 1881, Bd. II, p. 46 und Zimmermann, Morphologie u. Physiologie d. Pflanzenzelle, 1887, p. 153, 203, findet sich auch die neuere Literatur gut zusammengestellt bei Askenasy, Ber. d. bot. Gesellsch., 1890, p. 85.

zur Verfügung stehende Kraft für plastische Dehnung der invariablen Haut unzureichend ist. Ein solches Verhältniss aber wird, wie ich[1]) schon vor Jahren betonte, damit erwiesen, dass mit Entziehung des Sauerstoffs die Turgorkraft fortbesteht, das Wachsthum aber sofort sistirt wird. Eine neuerdings vorgenommene Prüfung ergab, neben der Bestätigung dieser Thatsache, noch speciell, dass ohne Sauerstoff eine Verdickung oder allgemein eine Cohäsionszunahme der Haut nicht eintritt, dass ferner ein Wachsthum unter diesen Umständen auch dann ausbleibt, wenn die normal wirksame Turgordehnung durch künstlichen Zug erheblich, um Werthe bis zu 1,2 Atmosphären, vermehrt wird.

Ich halte es nicht für nöthig, diese Versuche, welche wesentlich von meinem Assistenten Herrn Dr. KLEMM durchgeführt wurden, im Einzelnen zu beschreiben. Im Wesentlichen wurde durch abwechselndes Evacuiren und Zuleiten von Wasserstoff, oder auch durch einen Wasserstoffstrom allein, für schnelle und vollständige Verdrängung des Sauerstoffes gesorgt[2]). Die Biegungsfestigkeit fiel dann sogleich, sowie nach 1 oder 24 Stunden im sauerstofffreien Raum gleich aus wie zuvor und nach dem erneuten Zutritt von Sauerstoff[2]). Zu den Versuchen dienten namentlich lebhaft wachsende Keimstengel von Helianthus, Phaseolus, Sinapis, doch auch Wurzeln von Vicia faba. Die Bestimmung der Biegungselasticität geschah in üblicher Weise[3]) und theilweise unter Anbringen eines mässigen Gewichtes, um die abzulesende Ausbiegung zu vergrössern.

Ferner wurde durch ein angehängtes Gewicht ein Längszug auf gutwachsende Keimstengel von Lupinus, Helianthus, Sinapis und die Keimwurzel von Faba ausgeübt. Nach sofortiger Verdrängung des Sauerstoffes ergab die genaue Messung (mittelst Messfernrohr) an angebrachten Marken den Mangel jeder Verlängerung, während nach Zutritt von Sauerstoff Wachsthum wiederkehrte. Mit Berücksichtigung des Querschnittes der Objecte berechnete sich als Aequivalent eine mechanische Zugkraft bis zu 1,2 Atmosphären, durch welche also die normal zwischen 4 bis 7 Atm. betragende Turgorkraft gleichsinnig unterstützt wurde. Bei genügend schneller Verdrängung des Sauerstoffes kommt die Reizwirkung des Zuges nicht zu Stande (vgl. p. 229). Uebrigens ergiebt sich ein gleiches Resultat, wenn die Zugwirkung durch geeignete Einrichtung erst nach Verdrängung des Sauerstoffes in Wirksamkeit

---

1) Vgl. PFEFFER, Physiologie Bd. II, p. 59.

2) Unter gleichen Umständen verharren auch die Staubfäden von Centaurea jacea auf constanter Länge. Bei der grossen elastischen Dehnbarkeit der Zellhaut würde aber eine sehr geringe Turgorsenkung eine der mikroskopischen Messung nicht entgehende Verkürzung bewirken.

3) Vgl. PFEFFER, Physiologie, Bd. II, p. 184.

gesetzt wird. Das Verhalten noch höher gesteigerter Dehnkraft war für unsere Fragen nicht zu berücksichtigen, übrigens sind dann die auch aus dem Gewebeverband entspringenden Verhältnisse für die Verlängerungen zu beachten [1].

Aus der constanten Biegungselasticität folgt, dass mit Hemmung des Wachsthums im sauerstofffreien Raume Turgorkraft und Wandwiderstand constant bleiben. Entsprechend war unter diesen Umständen eine Veränderung der Wandstärke mikroskopisch nicht wahrzunehmen. Auch ergaben plasmolytische Untersuchungen, in denen freilich Sauerstoff zu den Schnitten wieder Zutritt fand, einen unveränderten Turgorwerth.

Mit diesen Thatsachen wird erwiesen, dass die mit Sistirung der vollen Lebensthätigkeit invariable Haut weder durch die normal wirksame Turgorkraft, noch durch einen erheblich gesteigerten Zug über die Elasticitätsgrenze gedehnt wird [2]. Denn fände plastische Dehnung statt, so hätte in dem sauerstofffreien Raume die gleiche Spannung sich nicht erhalten, resp. hätte bei dauernder Zugkraft eine, und zwar mit zunehmender Verdünnung der plastisch verlängerten Haut beschleunigte, bleibende Verlängerung eintreten müssen. Ist folglich für Erzielung von Flächenwachsthum ein von der Lebensthätigkeit abhängiger Einfluss auf die Zellwand nothwendig, so lässt sich aus obigen Erfahrungen nicht präcisiren, ob dieser Einfluss auf eine Steigerung der Plasticität oder ein actives Wachsthum der Haut, resp. auf Combinationen beider, hinausläuft.

Obige Schlussfolgerung scheint auf die Mehrzahl der Wachsthumsvorgänge, auch auf geotropische und analoge Reizkrümmungen, ausgedehnt werden zu dürfen. Wenigstens spricht dafür, dass bei Aëroben mit Entziehung des Sauerstoffes das Wachsthum sistirt wird, ohne dass dabei — so lange nicht pathologische Phänomene eintreten — Symptome auf eine Abnahme der Turgorkraft oder eine Zunahme der Wanddicke deuten. Doch dürfen diese Schlüsse nicht ohne Weiteres verallgemeinert werden und möglicherweise kommt in concreten Fällen Wachsthum (ohne Variation der Haut) durch Dehnung über die Elasticitätsgrenze, zu Stande. Specifisch verschiedene Plasticität der Zellwände (z. B. des Collenchyms) ist in der That bekannt [3])

---

1) Vgl. Pfeffer, Physiologie, Bd. II, p. 17.

2) Versuche an plasmolysirten oder getödteten Sprossen stossen auf verschiedene Bedenken und Schwierigkeiten. Doch stehen die so gewonnenen Resultate mit unseren Schlüssen in Einklang; vgl. Pfeffer, Physiologie, Bd. II, p. 60.

3) Vgl. Pfeffer, Physiol., Bd. II, p. 11.

und so wäre auch beim Wachsen in derselben Pflanze ein gleichzeitiges Zusammenwirken plastischer Dehnung der invariablen Haut mit anderer Wachsthumsvermittelung möglich. Eine solche Combination ist freilich in den behandelten Versuchen ausgeschlossen, da die Resultante zu einer Verlängerung geführt haben müsste. Natürlich ist nicht ausgeschlossen, dass bei genügend gesteigerter Zugkraft plastische Dehnung der invariablen Haut in Objecten erreicht wird, in welchen dieser Vorgang bei normalem Wachsthum nicht mitwirkt.

Mit dem Nachweis unzureichender Energie ist auf streng physikalischem Boden ein vollgiltiger Beweis gegen ein Wachsthum durch plastische Dehnung der invariablen Zellwand erbracht, ein Beweis, der sicherer und zwingender ist als andere Gründe, die mit mehr oder weniger Recht gegen eine solche Wachsthumstheorie zu Felde geführt werden.

Somit sind alle Wachsthumstheorien unhaltbar, welche die plastische Verlängerung der invariablen Zellwand zur Voraussetzung haben. Eine solche Annahme wurde u. a. mit Vorsicht von SCHMITZ gemacht. Allgemein aber lässt WORTMANN[1]) aus dem Antagonismus von wirksamer Dehnkraft (Turgorkraft) und dem durch Verdickung regulirten Widerstand der Zellwand Verlauf, Beginn und Hemmung des plastischen Flächenwachsthums der qualitativ invariablen und inactiven Haut zu Stande kommen. Da WORTMANN ausdrücklich Qualitätsänderung und active Verlängerung der Haut ausschliesst, allen veränderten Widerstand also von der Hautdicke abhängen lässt[2]) und allein die Turgorkraft für die Flächenvergrösserung verantwortlich macht, so ist solches Wachsthum im physikalischen Sinne nur durch Dehnung über die Elasticitätsgrenze erreichbar (vgl. p. 217). Für diese Begriffsbestimmung ist jedenfalls ohne Bedeutung, ob die gleichzeitige Massenzunahme in einer Zellhaut oder in einem Bleidrahte den Querschnitt unverändert erhält und dadurch bei gegebener Zugkraft die Möglichkeit, Ausgiebigkeit und Schnelligkeit der plastischen Dehnung regulirt. Ich glaube dieses hervorheben zu sollen, da Be-

1) Bot. Zeitung, 1889, p. 229, 453 und die hier citirten übrigen Arbeiten WORTMANN's.

2) WORTMANN (l. c. p. 301, 303) nimmt Appositionswachsthum an. Doch kommt es für das hier zu behandelnde Princip nicht auf den Zuwachsmodus der Zellhaut an.

merkungen Wortmann's[1]) den Eindruck machen, als ob dieser Autor anderer Ansicht wäre.

Wurde das Verhalten im sauerstofffreien Raum auch schon früher (1881) in gleichem Sinne interpretirt, so finden diese Thatsachen doch bei Wortmann keine Beachtung, obgleich sie seiner Theorie den Boden rauben. Ueberhaupt hat Wortmann in dem Streben, Alles auf die genannten näheren Factoren zu reduciren, nur auf Grund von Thatsachen argumentirt, welche bei allseitiger objectiver Erwägung mindestens gleich gut mit einer anderen Wachsthumstheorie vereinbar sind, und hat sich nicht bestrebt, die Schwierigkeiten zu beseitigen, welche seiner Theorie aus anderweitigen Erfahrungen bereitet werden.

Mit mehr oder weniger Recht sind denn auch von mehreren Forschern[2]) verschiedene Einwände gegen Wortmann's Theorie zu Felde geführt, von denen aber zur Zeit keiner absolut und so zwingend beweisend ist, wie das Experiment, auf dem wir hier fussten. Ausser meinem Plane liegt es aber, hier Wortmann's und die gegen seine Theorie gerichteten Argumentationen im Einzelnen kritisch zu beleuchten, vielmehr beschränke ich mich darauf, im Folgenden einzelne Punkte herauszugreifen, welche sich der Wachsthumsenergetik unmittelbar anreihen. Allgemein mag hier darauf hingewiesen sein, dass die auf vitalen Erfolgen basirenden Discussionen sehr gewöhnlich deshalb nicht eindeutig und für eine bestimmte Wachsthumstheorie unbedingt beweisend sind, weil jene Erfolge als Resultante aus den ihrem Eingreifen und ihrem Werthe nach unbestimmten, dazu variablen Factoren entspringen. Ein gleiches Endziel kann sich aber aus verschiedenen Combinationen ergeben und wenn man in beliebiger Weise Regulationen, Correlationen und anderweitige Unterstützungen voraussetzt, ist schliesslich auch mit den beiden von Wortmann allein in Betracht gezogenen Factoren eine bunte Mannigfaltigkeit von Erfolgen erreichbar. Gerade weil bei nachweislichem Ausschluss von

1) l. c., p. 303.

2) Ausser den Schriften von Zimmermann, Krabbe u. s. w. (die sich bei Askenasy (Berichte d. bot. Ges., 1890, p. 85) citirt finden, sei noch hingewiesen auf: Noll, Arbeit. d. bot. Instituts in Würzburg, 1888, p. 496; Godlewsky, Anzeiger d. Akad. d. Wissenschaften zu Krakau, Juni 1889 u. Juni u. December 1890; Zimmermann, Beiträge zur Morphologie und Physiologie d. Pflanzenzelle, 1891, Heft II, p. 160; Fr. Darwin, Adress to the biolog. sect. of the british association, 1891.

anderen Variablen diese beiden Factoren in ihrem relativen Werthe controlirbar sind, gewinnt das Experiment im sauerstofffreien Raume die nur eindeutige Beweiskraft.

Bei ungehemmter vitaler Thätigkeit erzielt eine äussere mechanische Zugkraft eine Reizwirkung, welche eine vorübergehende Retardirung des Wachsens, Verdickung von Zellwandungen und theilweise oder vielleicht immer eine Erhöhung der Turgorkraft veranlasst[1]. Eine Wachsthumshemmung erfolgt hier, obgleich zunächst die wirksame Dehnung der Zellhaut bei Anhängung eines grossen Gewichtes sehr erheblich gesteigert wird. Spricht demgemäss diese Erfahrung augenscheinlich gegen WORTMANN's Theorie, so lässt sich doch nicht verkennen, dass durch die ziemlich bald beginnende regulatorische Verdickung der Haut und durch die Anschwellung des Turgors verwickeltere Verhältnisse geschaffen werden.

Analoge Schwierigkeiten bieten Schimmelpilze, in denen bei Cultur in Salzlösungen der gegen die Wand wirksame osmotische Druck gesteigert wird, die Zellwand aber auch an Dicke zunimmt[2]. Gegen WORTMANN's Theorie spricht allerdings, dass beim allmählichen Verdünnen der Aussenflüssigkeit und der damit erzielten sehr hohen wirksamen Turgorsteigerung anscheinend eine starke Wachsthumshemmung eintritt, späterhin aber üppiges Wachsen beginnt, wenn die Pilze dem verdünnten Medium accommodirt sind, die auf die Zellwand wirksame Turgorkraft also wieder sehr stark abgenommen hat.

Aus einem unbekannten Complex von Variablen resultiren auch das Etiolement und die Retardirung des Wachsens mit Ueberschreitung der optimalen Temperatur. Letzteres Factum ist freilich wiederum, wie ASKENASY[3] hervorhob, WORTMANN's Theorie nicht

1) Nach den bereits (p. 229) erwähnten Versuchen HEGLER's.

2) Vgl. die p. 229 citirte Arbeit ESCHENHAGEN's. Ferner WORTMANN (Bot. Ztg. 1889, p. 270), welcher analoge Beobachtungen an andern Pflanzen einseitig zu Gunsten seiner Theorie interpretirt.

3) Berichte d. bot. Gesellschaft, 1890, p. 92; GODLEWSKI, Anzeiger d. Akad. d. Wissenschaft. zu Krakau, 1890, p. 175. — Mit der Temperatur steigt (ceteris paribus) der Turgordruck, jedoch nicht ansehnlich. Es ist deshalb nicht zu verwundern, dass bei Temperaturveränderungen von 20° C. nur unsichere Längenänderungen in Staubfäden von Centaurea zu finden waren. Plasmolytisch kann natürlich diese von der Temperatur abhängige osmotische Steigerung nicht gemessen werden. Vgl. PFEFFER, Zur Kenntniss d. Plasmahaut u. d. Vacuolen, 1890, p. 308.

günstig, welche auch in Godlewski's[1]) Studien über das Etiolement keine Stütze findet.

Ist es auch nicht Absicht, hier näher darzulegen, wie bei Interpretationen in unseren Fragen den aus dem Antagonismus von Geweben entspringenden mechanischen Wirkungen und Reizvorgängen öfters nicht die gebührende Rechnung getragen wurde, so dürften doch einige Bemerkungen am Platze sein.

Zunächst möchte ich nochmals daran erinnern, dass in einem positiv gespannten Gewebe die Zellhaut erhebliche Turgordehnung besitzen kann, dass aber ein Mangel der letzteren, sofern er durch Thätigkeit der Zelle selbst erreicht wurde, ein actives Flächenwachsthum der Haut beweisen würde (p. 220, 234). Eine derartige Entspannung ist bis dahin nicht völlig sichergestellt, folgt auch nicht aus der einfachen Existenz von Wandfaltungen, die u. a. auch nach vollendetem Wachsthum der Zelle durch eine von antagonistischen Geweben ausgehende Compression entstehen können. Aus eigener Thätigkeit hervorgehende Entstehung solcher Faltungen vermag wiederum nicht schlechthin einen Beweis für Wachsthum durch Intussusception zu liefern, da auch eine durch Quellungszunahme erzielte locale Flächenvergrösserung zu Ausbiegungen der Zellwand führen kann. Dabei ist zu beachten, dass bei Realisirung einer solchen Ausbiegung in einer zwei gleich turgescente Zellen trennenden Wand eine Arbeit zur Ueberwindung des Turgordruckes nicht zu leisten ist (p. 232).

Ferner wurde schon (p. 228) darauf hingewiesen, dass die in intacten Geweben real wirksame Turgorkraft nicht immer schlechthin durch die nach der plasmolytischen Methode gefundenen isosmotischen Werthe genau bestimmt wird[1]). Ausserdem steht bekanntlich der von der Wandung ausgehende Centraldruck im umgekehrten Verhältniss zum Krümmungsradius, und in einer cylindrischen Zelle nimmt z. B. der Querschnitt, also auch der auf die Seitenwand wirksame

1) l. c., 1890, p. 286. Vgl. dazu Wortmann, Botan. Zeitung, 1889, p. 296.

2) Bei Wortmann (Botan. Zeitung, 1889, p. 265) findet sich die irrige Annahme, dass mit dem Mangel von Vacuolen eine Turgorkraft fehle. Vgl. hierzu Pfeffer, Zur Kenntniss d. Plasmahaut u. d. Vacuolen, 1890, p. 297. — Sofern der Turgor von Quellungswirkung im Protoplasma abhängt, ist zu beachten, dass in einem gequollenen Körper die Quellungskraft mit der Wasserentziehung schell ansteigen kann.

Längszug wie das Quadrat des Radius, der wirksame Querschnitt der Wand aber in einem geringern Grade zu. Bei gleicher Wandstärke und Turgorkraft wächst also mit dem Durchmesser der Zelle die für die Dehnung der Wandung oder auch für die Aussenleistung disponible Energiesumme.

Ausser Obigem sind auch noch weitere Verhältnisse für richtige Beurtheilung und Verwerthung der Krümmungsbewegungen in Betracht zu ziehen [1]), aus welchen WORTMANN mehrfach Argumentationen für seine Wachsthumstheorie zu schöpfen suchte. Sehen wir von der Frage ab, ob die Wandungen auf der Concavseite sich allgemein verdicken und ob diese Verdickung Ursache oder Begleiterscheinung der Reizkrümmung ist [2]), so ist doch in jedem Falle klar, dass diese Zellen, sofern sie bei scharfer Krümmung (wie in den Grasknoten [3]) comprimirt werden, eventuell mit der vollen Turgorkraft, oder bei dicker Wand mit noch höherer Energie, den comprimirenden Zellen der activen Convexseite entgegenwirken und einen entsprechenden Theil der Turgorkraft in diesen Geweben äquilibriren. Da aber in den Zellen der Convexseite nach plasmolytischer Bestimmung die Turgorkraft während der Krümmung gleich bleibt, oder sogar etwas verringert wird [4]), so drängt sich natürlich die Frage auf, wie hoch thatsächlich

1) Beiläufig sei hier darauf hingewiesen, dass nach NOLL (Arbeit. d. Würzburger Insituts, 1888, Bd. III, p. 517) bei allmählicher Aufhebung der Turgorkraft durch Plasmolyse die Krümmung zuerst zu-, dann abnehmen soll. Die versuchte Erklärung NOLL's ist, sofern ich den Gedankengang richtig verstehe, physikalisch unrichtig. Möglicherweise liegen der Erscheinung die Ursachen zu Grunde, welche bei zunehmendem Innendruck die Krümmung einer hohlen Metallfeder abnehmen machen (Anwendung im Aneroidbarometer). Besässe die Wandung zugleich hohe Dehnbarkeit, so würde in der That unter gewissen Voraussetzungen mit abnehmendem Innendruck zunächst eine Zunahme, dann eine Abnahme der Krümmung herauskommen können.

2) Vgl. WORTMANN, Bot. Ztg., 1889, p. 474; NOLL, l. c., p. 526. — Ueber Wandverdickung als Folge von Reiz siehe auch diese Arbeit, p. 245. — WORTMANN hat seine erste Ansicht, nach welcher die Zunahme der Plasmamasse die Ursache einer Wandverdickung wird, fallen gelassen. Vgl. Bot. Zeitung, 1889, p. 487, 491 und diese Abhandlg, Kap. X.

3) Vgl. NOLL, l. c., p. 528; SACHS, Arbeit. d. Würzburger Instituts, 1872, Bd. I, p. 206.

4) WORTMANN, Berichte d. botan. Gesellschaft, 1887, p. 461; NOLL, l. c., p. 511. — Wir haben hier natürlich nur mit der real vorhandenen Turgorkraft

in der Convexseite die Intensität der Turgorspannung der Haut (pro Querschnittseinheit dieser) ausfällt. Soll diese Spannung in der Krümmung nicht sinken, so müssen jedenfalls, unter obiger Voraussetzung, besondere Combinationen mitspielen, auf die, wie überhaupt auf diese ganze Frage, WORTMANN z. B. keine Rücksicht genommen hat.

Obige und andere Erwägungen sprechen nicht zu Gunsten von WORTMANN's Theorie und es ist einleuchtend, dass bei gleichzeitiger Variabilität der Haut zur Erreichung der mannigfachen Erfolge im Wachsthum vielseitigere Mittel zur Verfügung stehen, aus deren verschiedenem Zusammenwirken die mannigfachen specifischen Gestaltungen besser erreichbar erscheinen[1]). Alle tiefere causale Aufhellung vitaler Vorgänge weist auch immer darauf hin, dass nicht enge Beschränkung, sondern gerade eine je nach den Bedürfnissen variable Inanspruchnahme verschiedener Mittel dem Wesen des Organismus entspricht. Demgemäss kann sehr wohl einem äusserlich ähnlichen Erfolge ein Complex verschiedener innerer Ursachen zu Grunde liegen (p. 223) und das ist z. B. in Bezug auf die endliche mechanische Vermittlung bei den Krümmungsbewegungen mit und ohne Wachsthum der Fall.

Wir müssen uns eben, wieso oft, bescheiden, zur Zeit eine volle causale Zergliederung der das Wachsthum bedingenden und entscheidenden Factoren nicht geben zu können. So wissen wir auch nicht, warum in gegebenen Fällen Wachsthum beginnt oder zum Stillstand kommt, wenn z. B. winterliche Ruhezeit eintritt. Für diese wie für den Verlauf der grossen Periode sind aber sicher nicht allein die von WORTMANN in Betracht gezogenen beiden Factoren entscheidend, wie schon mit deren Unzulänglichkeit für die Erklärung des Wachsthums selbst gekennzeichnet ist.

Eine richtige Regulation ist überhaupt zur Erreichung zweckentsprechender Thätigkeit unerlässlich und muss ebenso, wie schon

zu rechnen, nicht mit der bei der Hemmung des Wachsens eintretenden Anschwellung des Turgors in der Convexseite, vgl. p. 226.

1) In diesem Sinne ist auch in meiner Physiologie (Bd. II, p. 57) die Wachsthumsmechanik behandelt. Auch wurden die oben behandelten näheren Factoren im Princip schon in Betracht gezogen, womit nicht gesagt sein soll, dass in der concreten Deutung die richtige Combination und Werthschätzung getroffen ist. Das Wesen von WORTMANN's Theorie besteht auch nicht in der Rechnung mit neuen Factoren, sondern in der einseitigen Rücksichtnahme auf nur zwei Grössen.

(p. 217) betont wurde, für jede Wachsthumstheorie gefordert werden. In dieser Hinsicht hat WORTMANN's Theorie also nichts voraus, bietet aber unter Umständen weitere Schwierigkeiten. Denn wird z. B. in einem wachsenden Organ durch entsprechenden mechanischen Zug die Spannung der Haut plötzlich und dauernd gesteigert, so würde damit eine mit der Verlängerung, d. h. mit der daraus sich ergebenden Verdünnung der Haut, beschleunigte plastische Dehnung eintreten, sofern nicht sehr schnell die Wand in genügender Weise verdickt wird. Wirkt aber eine Variation der Haut mit, welche irgendwie die Bedingung für eine jeweils nur begrenzte Verlängerung von Augenblick zu Augenblick schafft, so bedarf es nur des Aufhörens solcher Thätigkeit, um sofort einen Stillstand des Wachsthums, trotz vermehrter Dehnkraft, herbeizuführen.

Näheres über die als nothwendig geforderte Variation in der Zellwand ist, wie schon bemerkt, aus den derzeitigen Versuchen im sauerstofffreien Raume nicht abzuleiten [1]). Zweifellose Entscheidungen erlauben auch andere Erfahrungen nicht, nach welchen indess wahrscheinlich Vorgänge verschiedener Art eine Rolle spielen. So ist actives Wachsen durch Intussusception oder auch Quellung in bestimmten Fällen wahrscheinlich, doch dürfte auch plastische Dehnung in Folge anderweitiger Veränderungen in der Haut vorkommen. Denkbar sind solche die Cohäsion der Wandung beeinflussende Veränderungen in sehr verschiedener Weise und gleichviel ob sie dauernder oder rückgängiger Natur sind, können sie sehr wohl durch den lebenden Organismus so regulirt werden, dass immer nur begrenzte plastische Verlängerung eintritt und die Continuität dieser Verlängerung durchaus von der Fortdauer der vitalen Beeinflussung abhängt.

Chemische und physikalische Qualitätsänderungen der Haut spielen bekanntlich vielfach und in verschiedenem Sinne eine Rolle im Dienste der Pflanze [2]). Es genüge hier die Erwähnung von Verkorkung, Verholzung, Verschleimung, Lösung u. s. w. Ferner mag die Bildung von Intercellularen (ebenso gleitendes Wachsthum) daran erinnern,

---

1) Wie weitere Berücksichtigung der Leistungen zu Schlussfolgerungen führen kann, ist u. a. p. 219 angedeutet.

2) WORTMANN (Bot. Zeitung, 1889, p. 246, 297) nimmt mit Unrecht an, dass eine Veränderuug in der Qualität der Zellhaut unter dem Einfluss des lebenden Protoplasmas etwas Unwahrscheinliches habe.

dass die Cohäsionsverminderung (Verschleimung oder Lösung) in der Mittellamelle das Mittel bietet, um durch Turgorkraft oder andere mechanische Kräfte partielle oder auch totale Trennung der Zellen zu ermöglichen. Wie diese, so treten auch andere wahrnehmbare Veränderungen oft mehr oder weniger localisirt auf und Gleiches ist natürlich zum Zwecke der Wachsthumsregulation für die unbekannten hypothetischen Eingriffe denkbar. Falls solche Wandvariationen mitspielen, können sie ebensowohl in verschiedener Weise erreicht werden, wie die sichtbaren Veränderungen der Haut, welche u. a. in concreten Fällen durch Enzyme oder auch durch Intussusception fester Partikel erzielt werden.

Fraglich ist auch, in wie weit in dem Wachsthum der Zellhaut Intussusception mithilft. Die Thatsächlichkeit dieses Wachsens ist für bestimmte Fälle nicht zu bezweifeln[1]) und auch Strasburger ist zu dieser Anschauung gekommen, nachdem er zuvor in extremer Weise nur Appositionswachsthum gelten liess. Aus der unzweifelhaften Existenz dieses in concreten Beispielen kann sicher nie alleinige Herrschaft von Appositionswachsthum gefordert werden[2]), das sehr wohl auch vereint mit Intussusception in gewissen Wachsthumsvorgängen thätig sein mag.

Im Princip ist übrigens die Einlagerung eines jeden Fremdkörpers (wenn man will auch schon des Wassers) eine Massenzunahme durch Intussusception. Zugleich demonstrirt direct die nachträgliche Ausbildung von Krystallen aus Calciumoxalat in gewissen Zellhäuten[3]),

---

1) Neben der früher cit. Literatur sei hier noch hingewiesen auf Correns Flora 1889, p. 298; Strasburger, Ueber Wachsthum d. vegetab. Zellhäute, 1889, p. 173. — Die übrige Literatur ist an diesen Stellen citirt. — Dass das nicht seltene Zersprengen äusserer Hautlamellen in keiner Weise den Modus des Flächenwachsthums in den real wachsenden Lamellen kennzeichnet, dürfte jetzt wohl nicht mehr besonders zu betonen sein.

2) In diesem Sinne ist die Frage auch von mir schon in Physiologie, Bd. II, p. 57 behandelt und es ändert im Wesen der Sache nichts, dass inzwischen Appositionswachsthum für concrete Fälle besser constatirt wurde. Auf den Unterschied von lamellärer und molekularer Apposition habe ich hier nicht Rücksicht zu nehmen, möchte aber daran erinnern, dass sehr wohl Bindeglieder zwischen diesen beiden Gegensätzen denkbar sind.

3) Pfeffer, Aufnahme u. Ausgabe ungelöster Körper, 1890, p. 179; H. C. Müller, Entstehung von Kalkoxalatkrystallen in Zellmembranen, Leipz. Dissertat. 1890.

wie durch die Krystallisationskraft genügende Energie für ein bleibendes Auseinandertreiben der Zellhauttheilchen geliefert wird, denn diese verharren nach Weglösen des Krystalls im Wesentlichen in der ihnen aufgedrängten Lage.

Durch welchen Complex von Factoren innerhalb der Zellhaut die Incorporation von Cellulose zu Stande kommt, mag es sich um Neubildung oder um Wachsthum von Micellen handeln, entzieht sich zur Zeit der Beurtheilung. Da aber eine zureichende physiologische und chemische Basis mangelt, muss man sich hüten, voreilig Forderungen im positiven oder negativen Sinne zu stellen. Die Sache liegt übrigens ganz analog, falls es sich bei Appositionswachsthum um Ausscheidungen handelt und wenn jenes durch Metamorphose von Plasmatheilen oder durch Herbeiführung fester Partikel vermittelt wurde, bleibt die Causalität dieser Metamorphose ebenfalls eine offene Frage.

Jedenfalls muss bei nachträglicher Bildung der Gallertscheide von Zygnema[1]) das nöthige Material die Zellwand entweder in Gallertsubstanz durchwandern oder an der Oberfläche der Zellwand metamorphosirt werden. Immer aber liegt es nahe, dass solches Material auch zu Intussusceptionswachsthum, nöthigenfalls unter Umbildung in die ohnehin verwandte Cellulose, verwandt werden mag. Nachweislich dringen übrigens colloidale Körper, auch wenn sie keine eigentliche Lösung bilden, auf kleine Strecken in merklicher Weise in die Zellwand, doch bleibt es deshalb fraglich, ob so oder als Lösung das Wachsthumsmaterial in die Wand gelangt. Auch lässt sich nichts darüber sagen, ob zur nähern Einverleibung von Cellulose ein tieferer chemischer Umsatz nöthig ist oder nicht. Vergessen darf man auch nicht, dass sehr wohl Structur und Qualität der Haut, die selbst wieder im Leben Variabilität zulassen, wesentliche Factoren in dem complexen Processe sein können[2]). Weiss man doch z. B., dass unter sehr einfachen gegebenen Verhältnissen nur durch bestimmte feste Stoffe Ausscheidung aus übersättigten Lösungen veranlasst wird und dass schon sehr kleine Variationen erheblichen Einfluss auf die Form der sich ausscheidenden Krystalle haben können[3]).

---

1) KLEBS, Unters. a. d. bot. Institut z. Tübingen, 1886, Bd. II, p. 413.

2) Vgl. PFEFFER, Physiologie, Bd. II, p. 54.

3) Vgl. OSTWALD, Lehrb. d. allgem. Chemie, II. Aufl., Bd. I, 1891, p. 940, 1039, 1043.

Erreicht offenbar die Energie solcher Ausscheidungskraft, wie früher (p. 175) bemerkt, gegenüber der Turgorkraft sehr hohe Werthe, so ist deshalb doch denkbar, dass die Turgordehnung in der Vermittlung des Intussusceptionswachsthums Bedeutung hat[1]). Weil aber die Turgescenz auch als formale Bedingung für geeignete Thätigkeit in Betracht kommen kann, ist obige Frage nur unter gewissen Umständen sicher entscheidbar (vgl. p. 219).

Die Vorgänge im Zellsaft, die Einwirkung von Pilzen auf Zellwände u. s. w. lehren unmittelbar, dass ausserhalb, aber in Abhängigkeit vom lebensthätigen Protoplasmakörper, mannigfache und wichtige Reactionen und Metamorphosen erreichbar sind. In dieser Erwägung ist zum Verständniss von Wachsthum und Veränderungen der Wandung die Durchdringung der Zellhaut mit lebendigem Protoplasma kein nothwendiges Postulat[2]). Wiesner, welcher solche

---

1) Anscheinend liegt ein solcher Fall beim Flächenwachsthum gewisser Niederschlagsmembranen vor. Pfeffer, Physiologie, Bd. I, p. 37.

2) Hiermit will ich, wie ich nachdrücklich betone, nur sagen, dass alle bisherigen Erfahrungen eine Durchdringung der Zellhaut mit lebendem Plasma nicht beweisen und fordern. In Abhängigkeit von dem lebensthätigen Protoplasten erscheint in der That alles reale Geschehen in der Zellhaut recht wohl möglich, und wohl zu beachten ist, dass der gegebene Complex in der Haut in allen Wirkungen und Wechselwirkungen stets ein mitwirkender Factor ist, dass auch, wie aus Gesagtem sich leicht ergiebt, ein actives Wachsen der Haut eine besondere Vitalität in dieser selbst nicht fordert. Da aber ohne Mitwirkung des Protoplasten vitale Vorgänge in der Zellhaut unbekannt sind, so dürfen wir, auf dem Boden derzeitiger Erfahrung, die Zellhaut correcterweise als ein für sich nicht lebensfähiges Organ des Protoplasten ansprechen, in welchem aber im Vereine mit letzterem (so gut wie in der Vacuolenflüssigkeit) sich sehr mannigfache Vorgänge im Dienste des lebendigen Organismus vollziehen. So wie die Befähigung zu bestimmten Functionen, kann deshalb die Zellhaut unter solchem Einfluss dauernd specifische Eigenschaften bewahren, welche mit dem Tode des Protoplasten erlöschen. Bei solcher Auffassung müssen also, was gerne übersehen wird, die Haut einer lebendigen und todten Zelle (im statischen Zustand) nicht von allseitig identischer Qualität sein. Für unsere energetischen Betrachtungen ist es in principieller Hinsicht nicht besonders wichtig, wie die Zellhaut aufgefasst wird und unsere allgemeinen Betrachtungen sind z. B. auch ebenso für den Fall berechnet und verwendbar, dass die Zellhaut durch Metamorphose von Plasma oder durch Secretion aus dem Protoplasten gebildet, resp. fortgebildet wird.

In Wiesner's Argumentationen (Organisation d. Zellhaut, 1886, Separatabd. aus Sitzungsb. d. Wiener Akad. und das inzwischen erschienene Werk: Die Elementarstructur, 1892. — Vgl. auch p. 156, Anmerkung) vermag ich irgend einen

Durchdringung annimmt, hat für diese Hypothese jedenfalls keinen stichhaltigen Beweis erbracht und STRASBURGER[1]), der sich neuerdings an WIESNER anlehnt, giebt zu, dass ein Nachweis des Protoplasmas in der Zellhaut nicht gelungen ist. Die bekannten, die Zellwand durchziehenden Plasmafäden kommen aber für die principielle Frage nicht in Betracht, da sie wohl die Angriffspunkte vermehren, jedoch die Forderung nicht verschieben, dass Intussusception und andere Vorgänge in einem gewissen Abstand vom Protoplasten — also kurz gesagt durch Fernwirkung — sich vollziehen müssen.

---

stichhaltigen Grund für die Annahme dieses Autors nicht zu finden, nach welcher ein die Zellhaut durchziehendes lebendes Plasma gleichsam die Kittsubstanz für die Dermatosomen ist, welche letztere im Näheren aus Umbildung von Plasomen hervorgehen sollen. Eine eingehende Kritik kann hier nicht meine Absicht sein und unter Verweisung auf KRABBE (Jahrb. f. wiss. Bot. 1887, Bd. XVIII, p. 352) und KLEBS (Biolog. Centralblatt, 1886, p. 449) beschränke ich mich darauf, die volle Haltlosigkeit eines Argumentes darzuthun, auf welches WIESNER in Bezug auf dei Organisation der Zellhaut gerade vor Allem entscheidenden Werth legt. Ich meine den Erfolg des sog. Carbonisirens (des Behandelns mit Säure, Wärme etc., vgl. l. c., 1892, p. 160) durch das eine Zerfällung der Wandsubstanz in kleine Partikel erreichbar ist, in welchem eben WIESNER die durch plasmatische Masse zuvor verketteten Dermatosomen sieht. Im Grunde genommen berechtigt diese Zerfällung, wie schon KLEBS (l. c. p. 451) mit Recht bemerkte, durchaus nicht zu solchen Schlüssen. Doch ich kann jede Discussion in dieser Hinsicht sparen, da ganz übereinstimmende Erscheinungen bei gleicher Behandlung künstlicher Celluloselamellen erreicht werden und diese Thatsache dürfte wohl genügen, die Versuche, in genannter Zerfällung den Ausdruck besonderer vitaler Structur zu sehen, aus der Welt zu schaffen. (Die Versuche liess ich durch meinen Assistenten Herrn Dr. KLEMM im Jahre 1890 ausführen.)

Zur Darstellung solcher Cellulosehäutchen wurde leichtflüssiges alkoholhaltiges Collodium in dünner Schicht auf einer Glasplatte ausgegossen und vor vollem Verdampfen des Alkohols in Wasser gebracht. Nach Reduction mit Eisenchlorür (über die Methode vgl. BARANETZKY, Annal. d. Chem. u. Physik, 1872, Bd. 27, p. 220) kann man nöthigenfalls nichtreducirte Nitrocellulose mit Aether entfernen. Auf die nähere Art der Zerfällung und der Gestaltung dieser Collodium-Cellulose-Dermatosomen haben augenscheinlich verschiedene Umstände gewissen Einfluss. So scheint es nicht gleichgiltig, bei welchem Alkoholgehalt die Collodiumhäutchen in Wasser gebracht und ob während des Abtrocknens den Häutchen Spannungen inducirt werden. Und wenn es Interesse hätte, noch weitere Differenzen, wie sie Zellhäute beim genannten Carbonisiren bieten, nachzuahmen, dürften in Beigabe gelöster Fremdkörper zum Collodium, in erneutem Uebergiessen der reducirten oder nichtreducirten Häutchen mit Collodium u. s. w. Mittel geboten sein.

1) Wachsthum d. vegetabil. Zellhäute 1889, p. 170.

Es ist vielleicht nicht überflüssig hier nochmals hervorzuheben, dass, wie auch schon LAMARCK aussprach, Intussusception zum Wesen des Organismus gehört[1]). Denn (ganz abgesehen von der Zufuhr des Wassers und gelöster Substanzen) bedeutet jede Massenzunahme grosser oder kleiner Theile ein Wachsthum und, sofern diese im Innern liegen, in Bezug auf die Umgebung eine Intussusception, mit welcher ein Auseinanderweichen der nächsten Umgebung unvermeidlich verknüpft ist. Demgemäss bedingt jede bleibende Vergrösserung einer Binnenzelle ein Wachsthum durch Intussusception, welches ebenso sich vollzieht, wenn innerhalb einer Zelle Stärkekörner, Krystalle, Vacuolen, gleichviel wie, entstehen oder wachsen; oder auch wenn feste Partikel in das Protoplasma sich eindrängen. Die einzelnen grössern oder kleinern Theile können dabei durch Apposition wachsen und letzterer Modus ist beim Zurückgehen auf kleinste Partikel, auf die untheilbaren und undurchdringlichen Atome, allein zulässig. Wenn also auch die Micellen (wie NÄGELI annimmt) oder wenn Stärkekörner, Zellhaut u. s. w. appositionell wachsen, so ist Intussusception dennoch in Bezug auf die Umgebung im Spiele, und speciell im Protoplasmakörper wird dies unmittelbar durch die sichtbaren Vorgänge demonstrirt und zwar ebensowohl für den ganzen Protoplasten, wie für distincte Organe, auch für diejenigen, welche nur durch Vermehrung aus ihresgleichen entstehen. (Sehr auffällig z. B. bei Stärkebildung im Chlorophyllkorn.) Ich verstehe deshalb auch nicht, wie BÜTSCHLI[2]) für ausschliessliches Appositionswachsthum des Protoplasmas eintreten kann, es sei denn, dass er die Betrachtung immer auf die gerade nicht mit Intussusception arbeitenden Molekülcomplexe beschränkt, also eine willkürliche und unsichere Begriffseinengung für Intussusception fordert, welche weder zweckentsprechend noch historisch gerechtfertigt ist.

VIII. Leistungen in locomotorischen Bewegungen.

Wir halten uns hier allgemein an active locomotorische Bewegungen, sehen also z. B. ab vom Fortschleudern der Sporen, Samen

---

1) Vgl. PFEFFER, Physiologie, Bd. II, p. 50.

2) Biologisches Centralblatt, 1888, Bd. VIII, p. 161.

u. s. w. und von passivem Schwimmen. Solche passive Bewegung kann natürlich ebenfalls durch Arbeitsleistung von Seite der lebenden Pflanze bedingt sein, und dies ist z. B. auch dann der Fall, wenn durch Bildung lufterfüllter Intercellularen die nöthige Verminderung des specifischen Gewichtes erzielt und hierdurch eine Pflanze zum Aufsteigen gebracht wird (p. 232).

Als Typen activer Ortsänderung mögen uns die durch Cilien vermittelten Bewegungen der Schwärmzellen und die amöboiden Bewegungen der Plasmodien dienen. Die nächste Bedingung einer Fortschiebung ist bekanntlich die Darbietung eines Stützpunktes durch Wasser oder durch einen festen Körper, denn active Ortsbewegungen mit Luft als Stützpunkt, d. h. dem Fliegen vergleichbare Bewegungen, sind im Pflanzenreich unbekannt. Dieses Fortrücken im Raume wird schon verständlich, wenn man die Bewegungsthätigkeit der Cilien oder anderer Theile als Thatsache hinnimmt; schwieriger, aber wichtiger ist es, das Zustandekommen der Bewegungsthätigkeit im Organismus causal aufzuklären.

Bei Activität von Cilien wird aus der Wirkung dieser gegen das Wasser die forttreibende Componente gewonnen, deren mechanisches Aequivalent im Allgemeinen hinter der gesammten in der Bewegung der Cilien repräsentirten Energie zurückbleibt. Zur näheren Beurtheilung dieses Punktes bedürfte es einer genügenden Kenntniss des Bewegungsvorganges, der nicht einmal nach der allgemein formellen Seite genügend klargelegt ist, übrigens nicht immer derselbe zu sein scheint[1]). So mögen wohl Bewegungen vorkommen, welche, analog wie beim Flimmerepithel, in einem ungleich schnellen Hin- und Hergang bestehen, während andere vielleicht dem Schlängeln einer Schlange vergleichbar sind, oder nach dem Princip der Schiffsschraube wirksam werden.

Die wirksame Componente würde sich auch aus der Bewegungsschnelligkeit, der Masse und dem mit der Verkleinerung steigenden Widerstand des Wassers[2]) eruiren lassen. Sehr ansehnlich ist diese Energie nicht, da die Bewegung wohl in Bezug auf die geringe

---

1) Zum Studium dürften sich wohl successive Momentphotographien, bei gleichzeitiger Verlangsamung der Bewegungsthätigkeit, empfehlen.

2) Vgl. NÄGELI, Botan. Mittheilungen, 1881, Bd. III, p. 311.

Grösse des Organismus, nicht aber absolut schnell sind und somit die auf die Masseneinheit bezogene lebendige Kraft geringer ausfällt, als bei schnellen Bewegungen höherer Organismen. Dem Flimmerepithel[1]) mag übrigens die Kraft der Cilien wohl gleich kommen.

In den sich langsam bewegenden Plasmodien wird lebendige Kraft anscheinend in geringerem Grade entwickelt. Vermöge der wenig ansehnlichen Cohäsion vermögen die Plasmodien auch nur mässige Druckleistungen gegen eine einseitige Widerlage auszuüben. In noch geringerem Grade ist solches möglich durch die in Zellhaut eingeschlossenen Protoplasten, welchen als Ganzes ein halbflüssiger Aggregatzustand zukommt[2]).

Sowohl für die Schwingungen um eine Gleichgewichtslage, als auch für dauernde Ortsänderungen ist die Bewegung noch nicht mit Sicherheit auf die nächsten inneren Ursachen zurückgeführt. Irgendwie muss freilich eine entsprechend schnelle active Verschiebung aufbauender Theilchen — mag es sich um Micellen oder höhere Complexe handeln — zu Grunde liegen. Aber es bleibt unbestimmt, ob es sich um ein Auseinanderrücken der Partikel unter Zwischenlagerung von Wasser, oder um Quellung, oder um in anderer Weise erzielte Formänderung der Theilchen, oder um andere Modalitäten und Combinationen dreht[3]). Somit ist auch die nächste Energiequelle nicht zu präcisiren und es muss dahin gestellt bleiben, ob diese etwa auf Oberflächenenergie, Ausscheidungskraft oder Formänderungen von Theilchen durch innere chemische Umänderungen hinausläuft.

Uebrigens stehen wir ebenfalls auf unsicherem Boden, sobald es sich um nähere causale Erklärung activer Veränderungen in der Zellhaut (mit oder ohne Wachsthum) handelt. Nur in so weit eine solche Unbekannte nicht vorhanden ist, oder als gegeben hingenommen wird, gewinnen die Bewegungen hautumkleideter Zellen durch die Zurückführung auf den Antagonismus von Zellhaut und Turgorkraft

---

1) Vgl. Engelmann in Herrmann's Handbuch d. Physiologie, Bd. I, p. 392.

2) Vgl. Pfeffer, Zur Kenntniss d. Plasmahaut u. d. Vacuolen, 1890, p. 262, 272. Ebenda p. 265 finden sich auch Bemerkungen über die Cohäsion der Cilien.

3) Hofmeister sucht z. B. Plasmabewegungen aus Imbibitionsveränderungen, Engelmann aus Formänderungen von Micellen oder Micellverbänden zu erklären. Vgl. Pfeffer, Physiologie, Bd. II, p. 383.

volle Durchsichtigkeit. Auf analogem Antagonismus zwischen Peripherie und Inhalt kann aber im Allgemeinen die Bewegungsursache in Plasmakörpern nicht beruhen, womit aber eine Mitwirkung des Gegensatzes von Peripherie und Inhalt nicht ausgeschlossen sein soll. In der That scheint solcher Antagonismus in den Bewegungen der Plasmodien eine Rolle zu spielen[1]), doch ist auch in diesen die Ursache der mechanischen Wirkung des inneren flüssigen Plasmas noch nicht genügend aufgeklärt und in jedem Falle fordert der Cohäsionswechsel in der Peripherie, welcher sich hier in wahrnehmbarer Weise abspielt[2]), einen unbekannten Vorgang in der aufbauenden Masse.

Die in Contact des Plasmodiums mit dem Aussenmedium entwickelte Oberflächenenergie ist für die Erzielung der Bewegungen jedenfalls unzureichend. Ob solche Oberflächenenergie die Plasmaströmung in hautumkleideten Zellen betreibt, ist noch vollständig fraglich; positiven Falles aber sind (bei Homogenität des Zellsaftes) dauernde Veränderungen im Plasma nöthig, um fortdauernde Bewegung zu erzielen[3]). Auch für pulsirende Vacuolen, in welchen die osmotische Energie der Vacuolenflüssigkeit einen Factor vorstellt, ist unbekannt, ob Veränderungen des osmotischen Druckes oder Variationen im Plasma die Pulsation bedingen[4]).

Es bleibt Aufgabe der Zukunft, nach causaler Aufhellung der hier angedeuteten Vorgänge zu streben, die z. Th. ähnliche Fragen aufweisen, wie die Contraction des Muskels. Erst mit Erkenntniss der nächsten Energiequellen für die Ausführung der Actionen ist auch das Verhältniss dieser zum Stoffwechsel, einschliesslich der Athmung, zu durchschauen. Wie sich dieses Verhältniss im Allgemeinen für Leistungen durch Oberflächenenergie, Ausscheidungskraft u. s. w. gestaltet, ist an früherer Stelle erörtert.

---

1) PFEFFER, Zur Kenntniss der Plasmahaut u. d. Vacuolen, 1890, p. 276.
2) Ebenda, p. 254.
3) Ebenda, p. 273, 276.
4) Ebenda, p. 336.

IX. Die Betriebsenergie in der Wasserbewegung.

Da die Mechanik der Wasserbewegung noch nicht aufgeklärt ist, lässt sich auch die Betriebskraft nicht präcisiren. Um aber in Anlehnung an die Energetik einige kurzgefasste Betrachtungen anstellen zu können, muss die Bekanntschaft mit dem Problem vorausgesetzt werden, das u. a. bei Godlewski[1]) und Schwendener[2]) in klarer Weise behandelt ist.

Durchsichtig liegt die Energetik nur für den Fall, dass die Wasserbewegung durch eine Senkung des Turgors unter den Gleichgewichtszustand, oder allgemein gesagt, durch eine unvollständige Sättigung mit Wasser bedingt wird. Dann ist natürlich die Wasserbewegung nach den minder turgescenten Zellen gerichtet und anscheinend bedarf es keines anderen Mittels, um z. B. zu bewirken, dass in der Zellkette eines Pilzes aus dem nassen Substrate zu den in Luft befindlichen transpirirenden Theilen Wasser in zureichender Menge befördert wird. Durch die Wasserentziehung vermittelst Transpiration wird hier eben in früher (p. 170, 237) gekennzeichneter Weise das Energiepotential geschaffen, von welchem Betrieb und Ziel der Wasserbewegung abhängen.

Allerdings wird das transpirirende Wasser zunächst der imbibirten Wandung entzogen, die aber ihrerseits Wasser dem Zellinhalt entreisst und so das beiderseitige Gleichgewicht herstellt. Bedingung für dieses ist, dass osmotische Kraft und Imbibitionskraft in Bezug auf die Wasseranziehung gleiche Energie entwickeln; auf diese Relation, nicht aber auf den z. B. je nach Qualität der Wandung verschiedenen procentischen Wassergehalt kommt es hier an. Mit der Abnahme des Wassergehaltes steigt im Allgemeinen die Energie, durch welche Wasser, analog wie durch eine äquivalente Druckkraft, in die Zelle getrieben wird. Und im Wesen der Sache wird nichts modificirt, wenn der maximale Turgescenzzustand in keinem Punkte des Systems erreicht wird, denn immer bleibt eine Potentialdifferenz die Bedingung für die einseitige Wasserbewegung. Dasselbe gilt ebenso für imbi-

1) Jahrb. f. wiss. Bot., 1884, Bd. XV, p. 569.
2) Sitzungsber. d. Berlin. Akadem., 1886, Bd. 34, p. 561,

birte Wandungen und principiell ändert sich nichts, wenn die lebende Zelle aus angrenzenden todten Wandungen, Papierstücken oder Erdmassen zu schöpfen hat.

Die Festhaltung dieser physikalischen Nothwendigkeiten ist auch von hoher Wichtigkeit für die Beurtheilung der Wasserbewegung in höheren Pflanzen. In diesen haben im Allgemeinen aus den zuleitenden Gefässbündeln die umgebenden Gewebe ihren Wasserbedarf zu entnehmen und z. B. in dem Blatte — an welches wir uns hier allein halten wollen — ist durch das Berippungssystem erreicht, dass zur Versorgung des Parenchyms das Wasser nur kurze Wegstrecken von den Gefässbündeln aus durchlaufen muss. Es spricht auch nichts dagegen, dass diese Entnahme und Bewegung des Wassers in dem Parenchyme durch die vorhin discutirte Potentialdifferenz betrieben wird. Doch würde diese auch dann als Factor voll bestehen bleiben, wenn ausserdem, wovon wir absehen, active einseitige Wasserauspressung, etwa analog wie bei der Blutung, eine Rolle mitspielen sollte.

Soll also den Gefässbündelelementen Wasser entzogen werden, so muss in diesen das Potential (die Energie der Wasseranziehung) mindestens etwas geringer sein, als in dem aufnehmenden Parenchyme, denn im umgekehrten Falle würde letzteres unvermeidlich Wasser an das Gefässbündel verlieren. Der höchste zulässige Werth der wasseranziehenden Energie in den angrenzenden Gefässbündelelementen wird also durch das bezügliche Energiepotential im lebenden Parenchym bemessen. Dieses findet seinen Ausdruck in der Senkung der Turgorkraft unter den in den gegebenen Bedingungen maximalen Turgescenzzustand, denn mit Erreichung des letzteren ist, wie hoch die osmotische Kraft immer sein mag, eine wasserbefördernde Wirkung ausgeschlossen. Demgemäss ist mit der vergleichend plasmolytischen Methode in unseren Fragen nichts zu erreichen, wohl aber sind in Beachtung von Biegungselasticitit, Compressionswirkung, Wasseraufnahme bis zum Maximalturgor u. s. w. Mittel geboten, um diese Turgorsenkung mehr oder weniger genau zu ermitteln. Aus dieser werden wohl leichter als aus den damit ebenfalls präcisirten Imbibitionsverhältnissen der Zellwand brauchbare Zahlenwerthe im angegebenen Sinne zu erhalten sein. Diese beiden Energiewerthe dürften der Regel nach in der-

Wurzel oder in der Stammbasis thätige Kraft ist aber bekanntlich nicht vorhanden. So erscheint schliesslich als einzige Möglichkeit eine Vertheilung der hebenden Energie auf viele einzelne Punkte der Leitbahn, vermöge welcher also das Wasser von Stufe zu Stufe auf immer höheres Niveau, analog etwa wie in einem System superponirter Pumpwerke gehoben wird. Dabei können natürlich Capillaranstieg und Imbibition von jedem neuen Niveau ab als Hebungs- und Beförderungsmittel für begrenzte Strecken im Betriebe dienstbar sein.

Wie aber im Näheren der Betrieb zu Stande kommt, ist gänzlich unaufgeklärt. Es fehlt sogar die sichere Entscheidung über die zunächst besonders wichtige Frage, ob eine passive oder active Mitwirkung lebendiger, resp. lebensthätiger Zellen nothwendig ist oder nicht. Strasburger[1]) entscheidet sich allerdings für letzteres auf Grund von Versuchen, in welchen Stengel auf längere Strecken getödtet waren, doch ist in diesen Versuchen, wie ich hier nicht ausführen will, nicht die ausreichende Umsicht und Kritik angelegt, durch welche sie allein beweiskräftig werden könnten. Uebrigens hat Strasburger nicht versucht, durch geistige Verarbeitung seines Materiales das Zustandekommen der Wasserbewegung causal aufzuklären.

Die Entscheidung, ob Leben oder Lebensthätigkeit mitzuwirken haben, ist allerdings in erster Linie von hoher Bedeutung, da damit eine wesentliche Präcision und Einengung der ganzen Fragestellung erreicht wird. So lange Betheiligung von Vitalität nicht ausgeschlossen ist, bleibt es denkbar, dass lebende Zellen irgendwie (etwa durch active einseitige Wasserbeförderung, wie sie dem Bluten zu Grunde liegt) in der Hebung des Wassers auf höheres Niveau oder auch noch anderweitig thätig eingreifen. Sind aber lebendige Elementarorgane unnöthig, so ist die Frage wesentlichst vereinfacht und auf ein rein physikalisches Problem reducirt, dessen volle Lösung bei umsichtiger Berücksichtigung aller Bedingungen unzweifelhaft gelingen wird. — Bei dieser Gelegenheit möchte ich daran erinnern, dass die Capillaritätsgesetze nur Abstractionen aus bestimmten Erfahrungen sind und durchaus nicht den vollen Ausdruck dessen geben, was

1) Bau u. Verrichtung der Leitungsbahnen, 1891, p. 645.

mit den auch der Capillarität zu Grunde liegenden Molekularkräften in anderen Bedingungen erreichbar ist, dass ferner immer noch gewisse Variationen im Systeme Bedingung für Erzielung und Fortdauer der Wasserhebung sein können, die bekanntlich bei Umkehrung des Stengels in inverser Richtung realisirbar ist.

Es hätte keinen Zweck, hier weiter die mannigfachen Fragen zu discutiren, welche mit dem Problem der Wasserbewegung und der Einengung dieser in bestimmte Bahnen verknüpft sind. So ist auch ein Eingehen auf die Wasserentnahme aus dem Boden unnöthig, in welcher turgescirende Parenchyme dem Boden Wasser zu entziehen und an die Leitbahnen abzugeben haben. Principiell gelten hier gleiche Bedingungen, wie im Blatte und seit HALES ist bekannt, dass auch eine vom Blatt zu den Gefässbündeln gehende Wasserbewegung durch Herbeiführung der nöthigen Constellationen eingeleitet werden kann. Ebenso wird in den Wurzeln eine nach aussen gerichtete Wasserbewegung erreicht, sobald die peripherischen Parenchyme, sei es durch Transpiration, sei es durch Berührung mit genügend trockenem Boden, ausreichend Wasser verlieren[1]).

Durch die Steigerung der Wasseranziehung, z. B. in den transpirirenden Paremchymen, wird die Ausgiebigkeit der zuführenden Wasserbewegung in den Leitbahnen jedenfalls in gewissen Grenzen geregelt. Sofern vitale Thätigkeit in den Leitbahnen eine Rolle spielt, würde eine correlative Reizwirkung als Ursache der Regulation naheliegend sein. Doch auch wenn eine vitale Thätigkeit ausgeschlossen ist, bleibt in der Wasserentziehung eine Variable gegeben, welche in sehr verschiedenem Sinne, direct oder indirect, auf den Gesammtvorgang der Wasserbeförderung influiren könnte. Ohne tiefere causale Einsicht in diesen Process ist jedoch eine Discussion dieser Fragen überflüssig.

Auch in Bezug auf die um die Leitbahnen liegenden inactiven Gewebe taucht eine Summe von weiteren Fragen auf, von denen ich hier nur auf eine hinweisen möchte.

1) Diese nothwendigen Consequenzen sind mit den verschiedensten Theorien der Wasserbewegung vereinbar und es ist mir unverständlich, wie BÖHM (Bericht d. bot. Gesellschaft, 1890, p. 311) in diesen Thatsachen einen Beweis für seine Capillaritätstheorie finden will.

Denken wir uns einmal continuirliche Zellketten der Rinde oder speciell des Siebtheils derart isolirt, dass nur an der Basis ein Wasseraustausch möglich ist, so wird nach Erreichung des stationären Zustandes, bei isosmotischem Inhalt, die factische Turgorspannung der Haut nach oben abnehmen. Am Einfachsten ist dieses einzusehen, wenn wir eine einzelne lange Zelle mit homogenem Inhalt supponiren, die mit der Basis in Wasser taucht. Der überall gleichen osmotischen Kraft wirkt der mit der Höhe steigende Zug der inneren Wassersäule entgegen, durch welche die angestrebte osmotische Spannung der Haut entsprechend vermindert und, bei genügender Wasserhöhe, auf Null gebracht wird[1]). Die Verhältnisse bleiben unverändert, wenn man nun durch Fächerung dieser Zelle eine Zellkette entstehen lässt. Wird in solchem Gleichgewichtszustand einer der oberen Zellen Wasser zugeführt, so muss eine abwärts zielende Filtration beginnen[2]). Durch das in den Gefässbündeln auf höheres Niveau gehobene Wasser wird aber eine entsprechende Wasserzufuhr den genannten inactiven Geweben zu Theil, in welchen demgemäss (zunächst in voll turgescentem Zustande) die Tendenz zu einer abwärts zielenden Wasserbewegung und zur Herstellung des genannten Gleichgewichtszustandes zu erwarten ist. Damit ist nicht gesagt, dass diese Bestrebungen in merklicher Weise zum Ausdruck kommen, denn einmal kann schon die in dieser Hinsicht wichtige langsame Filtration durch turgescente Gewebe compensirend eingreifen und zudem sind antagonistische Wirkungen in verschiedenem Sinne denkbar.

1) Diese Fragen kommen auch z. B. für die Milchröhren in hohen Bäumen in Betracht.

2) Ein Gleichgewichtszustand wird immer erst erreicht, wenn jeder einseitige Druck ausgeglichen ist, sofern überhaupt Zellen oder Zellhäute Wasser passiren lassen und mit Wasser in Berührung sind. Ich bemerke dieses, weil manche Bemerkungen in den auf Wasserbewegung bezüglichen Arbeiten den Anschein erwecken müssen, also ob, unter obigen Voraussetzungen, im Gleichgewichtszustand eine drückende Wassersäule getragen werden könne. Schon aus der Erwägung, dass Wassertheilchen sich immer einwärts und auswärts bewegen, folgt unmittelbar, dass die Filtration fortdauert, so lange noch ein einseitiger Ueberdruck besteht. Auch ergiebt die bekannte Formel Poisseulle's für Ausfluss aus engen Röhren für jeden endlichen Druckwerth einen positiven Ausfluss. Natürlich ist aber eine beliebig weitgehende Verlangsamung des Ausflusses möglich, so dass die Filtration unter Umständen in der Praxis vernachlässigt werden kann.

Doch ist bisher noch nicht geprüft, ob nicht unter Umständen, und speciell bei Vorhandensein von Blutungsdruck, eine absteigende Wasserbewegung in gewissen Geweben normal besteht und so ist sogar möglich, dass eine solche Wasserbewegung für gewisse Zwecke, wie z. B. für die abwärts gerichtete Stoffwanderung im Siebtheil oder anderen Geweben, eine Bedeutung gewinnt.

Ein einseitiges Hervortreten von Wasser ist eine auf verschiedene Weise erreichbare Leistung, welche in der Pflanze sowohl durch actives Auspressen aus einer Zelle, als auch durch Contact dieser mit osmotisch wirksamer Substanz — sagen wir kurz, durch osmotische Saugung — erzielt wird. Die Erklärung des Blutungsdruckes, durch welchen Wasser aus Wunden oder Wasserspalten hervorgetrieben wird, fordert bekanntlich ein actives Hervorpressen von Wasser aus einzelnen Zellen und ein entsprechender Wasseraustritt wird auch an gewissen einzelligen Organismen oder Organen beobachtet[1]).

Allgemeine Bedingung für einen einseitigen Wasseraustritt ist, dass an dem bezüglichen Flächenstück der Zelle der Austritt von Wasser den Eintritt überwiegt. Ohne Ausgabe gelöster Substanz und ohne Mitwirkung osmotischer Saugung ist dieses u. a. erzielbar, indem im Innern der Zelle local eine Differenz der Concentration (d. h. der osmotischen Leistungsfähigkeit) oder ein genügender Temperaturunterschied unterhalten wird[2]). Ferner wäre dieses Ziel durch periodische Volumschwankungen (Contractionen) der Zellen erreichbar, wenn durch irgend welche Eigenschaften der Zellhaut oder des Protoplasmas die Filtrationswiderstände von ungleichem Werthe, also einseitig gefördert wären. Jedenfalls ist aber eine besondere Activität (ein Energieaufwand) zur Erzielung von einseitiger Wasserauspressung nothwendig, die, so lange Diosmose ausgeschlossen ist, durch einfache Veränderungen in der Qualität oder dem Filtrationswiderstand der Plasmahaut nicht erreicht wird[3]). Da die Energie der innern

1) Vgl. PFEFFER, Physiologie, Bd. I, p. 168.

2) Näheres siehe PFEFFER, Zur Kenntniss d. Plasmahaut u. d. Vacuolen. 1890, p. 303.

3) Vgl. PFEFFER, l. c., p. 302.

Ursache mindestens der Intensität des Blutungsdruckes äquivalent sein muss, so kann z. B. einem hohen Blutungsdruck eine geringere Temperaturdifferenz nicht zu Grunde liegen, weil mit dieser die osmotische Energie sich nur wenig ändert[1]).

Treten von aussen gelöste Stoffe an die Zelle, so wird bekanntlich in dieser ein äquivalenter osmotischer Werth äquilibrirt und dementsprechend die Turgorwirkung gegen die Zellwand herabgedrückt. Wird aber eine inhomogene Vertheilung im Aussenmedium unterhalten, so kommt eine begünstigte Wasserbewegung nach dem Orte höherer Concentration, also ein entsprechender Wasserstrom durch die Zelle, nothwendig zu Stande. Principiell liegt hier ebensowohl eine osmotische Saugung vor, wie bei Wasseranziehung durch eine Nachbarzelle, welche durch Wasserverlust ein höheres Energiepotential gewann. Ein solches Energiepotential bewirkt aber Wasserfiltration in analoger Weise, wie ein äquivalenter Druck und die Triebkraft kann deshalb schon bei einem geringen wirksamen Concentrationsunterschied in der extracellularen Lösung ansehnlich sein, da in einprocentiger Lösung Glucose einen osmotischen Druck von 1,3, Kalisalpeter von 3,4 Atmosphären erzeugt.

Da es nur auf die inhomogene Vertheilung des gelösten Stoffes ankommt, so ist es für den Erfolg gleichgiltig, ob jene durch Secretion gelöster Stoffe aus der Zelle, durch Metamorphose der Zellhaut, durch Hinzutritt von aussen oder auf andere Weise erreicht wird. Auch ist es klar, dass eine Concentrirung der wirksamen Lösung (z. B. durch Transpiration) in analoger Weise wie ein Wasserverlust aus einer Zelle ein Energiepotential erzielt, resp. verstärkt.

Dieses Princip der osmotischen Saugung kommt in der Wasserversorgung der Nectarien zur Geltung[2]). Abgesehen davon, dass in gewissen Pflanzen ein Auswaschen der Nectarien die Secretion zum Stillstand bringt, deren Thätigkeit aber durch Zugabe von Zucker u. s. w. wieder erzielt werden kann, liefert der Fortbestand der Nectarflüssigkeit bei weitgehendem Welken den Beweis, dass unter diesen Umständen eine active Wasserauspressung nicht mitwirkt. Denn eine solche ist unter den in der Pflanze gebotenen Bedingungen bei

1) Pfeffer, l. c., p. 308.

2) Vgl. Pfeffer, Physiologie, Bd. I, p. 176.

ansehnlicher Senkung des Turgescenzzustandes, wie leicht einzusehen ist, unmöglich. Thatsächlich scheint die in den Nectarien immer wirksame osmotische Saugung völlig ausreichend zu sein, doch wäre es möglich, dass daneben, im turgescenten Zustande, in gegebenen Fällen eine active Hervorpressung von Wasser mitwirkt.

Als Mittel zum Zwecke hat natürlich die Pflanze dafür zu sorgen, dass an dem geeigneten Orte gelöste Substanz gewonnen wird und dass die Concentration dieser in dem Nectarium höher bleibt, als in der Imbibitionsflüssigkeit in den Wandungen der angrenzenden oder auch nur der etwas tiefer liegenden Zellen. Diese nöthige Versorgung mit Glucose (oder anderen löslichen Körpern) wird nun in den Nectarien theilweise durch Metamorphose der Wandung, theilweise durch Secretion aus den angrenzenden Zellen erreicht.

Die Deutung der Herkunft der im Nectarium vorhandenen gelösten Stoffe berührt, wie schon bemerkt, gar nicht die eigentliche Mechanik der Wasserversorgung. Anderweitige Einwände gegen die osmotische Saugung[1]) als Ursache dieser Versorgung beruhen nur auf einem Verkennen der physikalischen und physiologischen Grundlagen, die in Obigem in zureichender Weise gekennzeichnet sind. Hinzufügen will ich noch, dass jede Wasserbewegung, also eine active Beförderung so gut wie eine osmotische Saugung, in gleicher Weise die Filtrationswiderstände in den abgebenden Zellen zu überwinden hat, dass ferner, wie die Jedermann bekannte Plasmolyse lehrt, eine osmotische Saugung schnelle Wasserbewegung durch eine permeable Wandung erzielen kann, dass endlich, sofern der Nectar concentrirter als die Imbibitionsflüssigkeit der Zellhaut ist, unbedingt eine Triebkraft besteht, welche Wasser nach dem Nectarium zu befördern sucht. Schon bei einer einseitigen Concentrationsdifferenz von 1 Proc. Glycose beträgt diese Triebkraft 1,3 Atmosphären, erreicht also den höchsten bekannten Blutungsdruck, und bei 10 Proc. Glycose würde die Triebkraft auf ungefähr 13 Atmosphären steigen.

---

1) Vgl. BÜSGEN, Der Honigtau, 1891, p. 31. — Beiläufig bemerkt, kann kein löslicher Körper, so lange er trocken aufliegt, eine osmotische Saugung bewirken. Nach dem Anfeuchten erzielen aber auch die im feuchten Raume nicht zerfliessenden Salze (Kaliumsulfat u. a.) eine Wasserbewegung durch eine benetzte und benetzungsfähige Cuticula.

X. Die Betriebskräfte in der Stoffwanderung.

Der wasserdurchtränkte Pflanzenkörper bietet den Raum und die Möglichkeit für die Wanderung gelöster Stoffe, welche in principieller Hinsicht von der Wasserversorgung und Wasserbewegung zu unterscheiden ist. Die wichtigste Grundlage für die Stoffwanderung gelöster Körper (welche allein hier berücksichtigt werden) bildet die Mechanik des Austausches einer einzelnen Zelle. Denn Aufnahme und Ausgabe seitens einer lebenden Zelle spielt jedenfalls, und häufig in vielfacher Wiederholung, eine Hauptrolle, wenn auch auf kürzere oder längere Strecken ein Transport in der Imbibitionsflüssigkeit der Wandungen, innerhalb todter Elementarorgane u. s. w. mitwirkt.

Die Grundprincipien der Mechanik des Stoffaustausches, sowie der Anhäufung und Wiederausgabe von Körpern wurden in jüngerer Zeit behandelt[1]) und mit Verweisung auf diese Darstellung kann ich mich hier kurz fassen. Sofern gelöste Molekeln Zellwand und Plasmahaut passiren, dauert deren diosmotische Beförderung bis zur Herstellung des Gleichgewichtszustandes. Wird dieser immer wieder durch Verbrauch, Metamorphose u. s. w. gestört, das nöthige Energiepotential also unterhalten, so setzt sich demgemäss die diosmotische Bewegung fort, welche je nach den Verhältnissen einwärts oder auswärts gerichtet ist und z. B. im ersten Falle mit oder ohne Anhäufung von gelösten oder ungelösten Stoffen, also auch mit oder ohne Zunahme des osmotischen Druckes in der Zelle sich vollziehen kann.

Die Bewegung in der Diffusion und der Diosmose wird bekanntlich durch Molekularkräfte vermittelt, das bedingende Energiepotential, d. h. ein ungleicher Partiärdruck, wird aber in der Pflanze zumeist durch chemische Vorgänge erzielt und unterhalten (vgl. p. 169). Als Mittel zum Zwecke greifen auch solche Vorgänge im Plasma ein, welche einfach nur die Durchlässigkeit für einen bestimmten Körper herbeiführen. Denkbar ist es übrigens auch, dass das Protoplasma durch eigene Thätigkeit einen Körper entgegen dem Partiärdruck, also zu Orten höherer Concentration befördert, doch ist es nicht

1) Pfeffer, Zur Kenntniss d. Plasmahaut u. d. Vacuolen, 1890, p. 279.

nöthig, diesen Fall hier weiter zu beachten, dessen Realität durch die bisherigen Erfahrungen nicht nothwendig gefordert wird[1]).

Abgesehen von der Durchlässigkeit der Plasmahaut und der Zellhaut (welche letztere wir hier immer in einer leicht permeablen Qualität voraussetzen) sind Schnelligkeit und Ausgiebigkeit der diosmotischen Bewegungen von dem Energiepotentiale, also von der Concentrationsdifferenz, zu beiden Seiten der Scheidewand abhängig, erreichen also bei möglichst hohen Werthen dieser Differenz ein Maximum. Durch Diffusionsbewegung allein, welche eine nur langsame Fortbewegung der Molekeln erzielt, wird im Allgemeinen die höchste mögliche Concentrationsdifferenz nicht unterhalten werden, wohl aber durch ausreichende mechanische Mischung (gleichviel wie diese zu Stande kommt) innerhalb und ausserhalb der Zelle. Auf diese Weise ist also eine mehr oder weniger ansehnliche Beschleunigung des Austausches erreichbar. Ausserdem ist natürlich auch möglich, dass z. B. eine einseitig gerichtete Wasserbewegung die diosmotische Bewegung durch die Wandung beschleunigt, während nicht anzunehmen ist, dass die relativ geringe Energie der vorkommenden Wasserstromkraft in rein mechanischer Weise den Durchtritt eines nicht diosmirenden Körpers erzwingt.

Aus Obigem ergiebt sich, durch welche Verhältnisse eine Beschleunigung der Stoffwanderung erreicht wird, deren bes ndere Complicationen wir hier nicht verfolgen[2]). Bewegt sich z. B. ein Körper von Zelle zu Zelle, also unter wiederholter Aufnahme und Ausgabe, so wird mechanische Mischungsthätigkeit im Protoplasma und Zellsaft, durch Unterhaltung eines thunlichst hohen Energiepotentials zu beiden Seiten der Scheidewand, die diosmotische Durchwanderung beschleunigen. Zugleich durchläuft mit dieser Mischungsthätigkeit ein übertretendes Stofftheilchen in kurzer Zeit innerhalb der Zelle die ganze Länge dieser, also eine Wegstrecke, welche bei ausschliesslicher Diffusionsbewegung vielleicht einen sehr erheblichen Zeitaufwand erfordern würde. Dieserhalb und wegen der Verminderung der Scheidewände begünstigt die Länge der Zelle die

1) Vgl. PFEFFER, l. c., p. 290.
2) Vgl. auch PFEFFER, Unters. a. d. botan. Institut zu Tübingen, 1886, Bd. II, p. 312.

Schnelligkeit des Stofftransportes. Doch ist nicht zu vergessen, dass bei dünner Wandung die diosmotische Wegstrecke nur einen Bruchtheil der ganzen Bahn beträgt und demgemäss, sofern günstige Bedingungen vorliegen, selbst durch kürzere Zellen ein schneller Stofftransport möglich ist.

Wie ausgiebig die Stoffbewegung, selbst bei Vermeidung einseitiger Wasserströmung, ausfallen kann, wird direct durch die Aufnahme von Anilinfarben demonstrirt, welche zudem bei grossem Molekulargewicht nur langsam diffundirende Körper sind[1]. Selbst bei einem Farbstoffgehalt von nur 0,0005 bis 0,001 Procent, also bei sehr geringem Energiepotentiale, wird die Aufnahme gewisser Farbstoffe fast sogleich durch Färbungen in der lebenden Zelle sichtbar und in wenigen Stunden kann in der im Zellsaft gespeicherten Verbindung 1000 mal mehr Farbstoff als in einem gleichen Volumen der Aussenflüssigkeit enthalten sein. Aber auch dann vollzieht sich schnell solche Anhäufung in speichernden Binnenzellen, wenn der Farbstoff zu deren Erreichung einige umhüllende Zelllagen zu passiren hat.

Für mechanische Mischungen sind wohl immer in der Pflanze Bedingungen gegeben und die Erwähnung von mechanischen Bewegungen, Temperaturdifferenzen, Wachsthumsvorgängen, Protoplasmabewegung u. s. w. genügt, um daran zu erinnern, dass die nöthige Energie sowohl durch äussere Kräfte, als auch durch active Thätigkeit des Organismus geliefert werden kann[2]. Für den Erfolg ist die Ursache solcher Mischung ohne Bedeutung und es ist auch eine einseitige Auffassung, wenn de Vries speciell die Protoplasmaströmungen für Erreichung genügend schnellen Stofftransportes nothwendig erachtet, eine Auffassung, welche thatsächlich unrichtig ist, weil solche Strömung normalerweise zumeist fehlt und in der Mehrzahl der von de Vries für allgemeine Verbreitung angeführten Fälle erst durch die Verletzung hervorgerufen wird[3].

Eine einseitige Wasserbewegung wird sowohl bei der Wanderung durch lebende Zellen, als auch beim Transport in imbibirten

1) Vgl. Pfeffer, l. c., p. 195, 299 u. s. w.

2) Ebenda, p. 314.

3) Pfeffer, Zur Kenntniss d. Plasmahaut u. d. Vacuolen, 1890, p. 278. Ausser der dort citirten Arbeit wird bald eine weitere bezügliche Untersuchung von Dr. Hauptfleisch erscheinen.

Wandungen oder in todten Elementarorganen in hohem Grade auf beschleunigte Fortschaffung hinzuwirken vermögen. Bekanntlich ist in diesem Sinne die Wasserbewegung im Holzkörper für den Transport der aus dem Boden aufgenommenen Salze von wesentlicher Bedeutung und bei gleichzeitiger lebhafter Transpiration kann auf diese Weise in den Blättern eine gewisse Concentration der Lösung, damit aber auch ein Energiepotential erzielt werden, durch welches eine entgegengesetzt gerichtete Diffusionsbewegung angestrebt wird. Eine merkliche Fortschaffung durch letztere wird natürlich ein genügend intensiver Wasserstrom verhindern können und es ist offenbar eine physiologisch wichtige Einrichtung, dass die nach abwärts zielende Stoffwanderung sich in Gewebecomplexen vollzieht, welche nicht der aufwärts gerichteten Wasserbewegung dienstbar sind[1]).

Kann also die Beförderung eines gelösten Stofftheilchens sowohl mit als ohne Aufwand von Energie seitens der Pflanze errreicht werden, so bedarf es einer Thätigkeit und im Allgemeinen einer chemischen Operation in dieser, um das nöthige Energiepotential herzustellen und zu unterhalten. Der Energiewechsel in solcher bedingenden Operation bleibt aber derselbe, ob der chemische Umsatz sich über dem Boden oder in der Spitze eines Baumes vollzieht. Sofern also die Beförderung nach den Verbrauchsorten durch osmotische Kräfte (Diffusion und Diosmose)[2]) und äussere mechanische Einwirkungen, also ohne Aufwand von Seite der Pflanze erreicht wird, ist mit höherer Hebung des Stoffes kein erhöhter vitaler Aufwand verknüpft (abgesehen von der auf das Wachsthum verwandten Energie). Ein analoges Verhältniss bietet übrigens die Kohlensäure, welche bei verhältnissmässig langsamer Diffusion der Gase, durch die Luftbewegungen genügend schnell dem Blatte zugeführt wird,

---

1) Auf die Möglichkeit, dass unter Umständen vielleicht eine abwärts strebende Wasserbewegung eine Rolle für Stoffwanderung spielen könnte, wurde p. 266 hingewiesen.

2) Ueber Diffusionsenergie vgl. OSTWALD, Lehrbuch d. allgem. Chemie, 1891, Bd. I (II. Aufl.), p. 697. — Ebenda p. 700 ist auch der in unseren Fragen ganz verschwindende Einfluss nachzusehen, welchen die Schwerkraft auf die Concentration in verschiedener Höhe innerhalb einer Flüssigkeitssäule ausübt. — Die Schnelligkeit der Bewegung durch osmotische Energie (Diffusion, Diosmose) ist natürlich von dem Concentrationsgefälle abhängig, wird somit, bei gleicher Concentrationsdifferenz der Endpunkte, durch vermehrten Abstand dieser verringert.

in welchem die verarbeitende Thätigkeit der Chlorophyllkörper das nöthige Energiepotential schafft. In der Ansammlung fester und gespeicherter gelöster Körper, welche von den stützenden Pflanzentheilen getragen werden, ist natürlich eine der Masse und der Höhenlage entsprechende Summe potentieller Energie geboten (vgl. p. 169).

Mit Rücksicht auf die Stoffwanderung muss hier noch der die Protoplasten benachbarter Zellen verbindenden Protoplasmafäden gedacht werden, welche, nachdem ihre allgemeine Verbreitung erkannt war, wohl auch als die einzigen oder wesentlichsten Wege der Stoffwanderung angesprochen wurden, ohne dass übrigens beweisende Gründe vorgebracht oder die Frage unter Zugrundelegung realer Thatsachen klar discutirt worden wäre[1]).

Für den Stofftransport wäre eine active oder nur passive Betheiligung der Plasmafäden in Erwägung zu ziehen. Im letzteren Falle kämen dieselben, ebenso wie die Zellhaut, nur als Bahnen für Diosmose (oder Diffusion) in Betracht, während im ersten Falle an ein Fortschleppen des Stoffes mit dem selbst wandernden Plasma oder an eine besondere forttreibende Wirkung in dem ausserdem ruhenden Plasmafaden zu denken wäre. In jedem Falle aber muss bei solcher Localisirung die Bewegung einer gegebenen Stoffmenge sehr beschleunigt werden, da der Querschnitt der gesammten Plasmakanälchen immer nur einen kleinen Bruchtheil der diosmotisch wirksamen Zellwandfläche ausmacht.

Erfahrungen und Erwägungen führen in der That zu dem Schlusse, dass durch Diosmose von einem einigermassen diosmirenden Körper in gleicher Zeit mehr Substanz durch die Plasmahaut und die Zellhaut (nur gut permeable sind hier in Betracht zu ziehen) geschafft werden dürfte, als durch die passiv gedachten Plasmafäden. Wenn also Kienitz-Gerloff gerade aus der Annahme unzureichender diosmotischer Transportfähigkeit durch die Wandungen die Stoffwanderung in die Plasmafäden verlegen zu müssen glaubt — und eine andere zu beachtende Argumentation ist nicht gegeben —, so steht er auf einem positiven Erfahrungen widersprechenden Boden.

Erinnert sei zunächst daran, dass Diffusion und Diosmose ungefähr gleich schnell in sehr weicher und in sehr consistenter Gallerte

---

1) Kienitz-Gerloff, Botan. Zeitung, 1891, p. 50 u. d. dort citirte Literatur.

erfolgen. Auf Grund dieser physikalischen Erfahrung ist für einen diosmirenden Körper ein grosser Unterschied in der Bewegungsschnelligkeit durch die dünne Zellwand und den gleichlangen Plasmafaden nicht zu erwarten und diese Differenz müsste schon sehr ansehnlich sein, wenn damit der Vortheil der grösseren Wandfläche ausgeglichen werden sollte. Bei der schon erwähnten schnellen Aufnahme gewisser Anilinfarben aus dem umgebenden Wasser kommen aber Plasmafäden (selbst wenn Fortsätze in der Zellwand vorhanden sein sollten) überhaupt nicht als offene Bahnen in Betracht. Auch diosmiren diese Farbstoffe sehr schnell durch die Wandung der todten Zelle, ferner in die plasmolytisch contrahirten Protoplasten der Epidermis und ebenso der Binnenzellen, deren Continuität mit den Plasmakanälchen vernichtet ist. Uebrigens kann der schnelle Verlauf der Jedermann bekannten Plasmolyse die schnelle diosmotische Bewegung von Salzen durch eine leichter permeable Wandung ins Gedächtniss rufen und es ist nicht nöthig, dass ein Körper, sofern er überhaupt die viel dünnere Plasmahaut passirt, absolut langsamer durch diese wandert.

Aus der guten Ernährung von Pilzen mit Colloiden, wie mit Pepton oder Dextrin, ist auch nur zu entnehmen, dass diese Körper mit ausreichender Schnelligkeit in die Zelle gelangen, während Plasmafäden, selbst wenn solche bis an die äussere Oberfläche reichen sollten, nicht mit Plasmahaut umkleidet sein dürften, wenn sie einen Vortheil gegenüber der diosmotischen Aufnahme in das Protoplasma bieten sollen.

Es bedarf wohl keiner Erörterungen, um einzusehen, dass es für die hier discutirte allgemeine Frage zunächst unwesentlich ist, ob in der Aufnahme jener Stoffe eine Metamorphose mitspielt. Uebrigens machen die Plasmakanälchen eine Metamorphose der wandernden Stärke nicht unentbehrlich, da die Grösse dieser Körnchen die Passirung der Kanälchen nicht zulässt. Anscheinend vermag eine dünne Zellhaut (die in kleinen Zellen eine relativ ansehnliche Oberfläche bietet) colloidale Körper in einer für die gewöhnlichen physiologischen Functionen ausreichenden Schnelligkeit passiren zu lassen, die Aufnahme durch die Plasmahaut aber hängt nachweislich nicht von der Molekulargrösse des Stoffes ab und so ist, mit Bezug auf diese, die Aufnahme eines jeden geeigneten colloidalen Körpers in das Proto-

plasma möglich[1]). Auch ist es gar nicht unwahrscheinlich, dass bei dem Eintritt von fettem Oel in die Zelle dieses als solches oder als Oelsäure Zellhaut und Plasmahaut durchwandert[2]).

Fordern also die Erfahrungen über die diosmotische Austauschfähigkeit in keiner Weise für die Stoffwanderung die besondere Inanspruchnahme der Plasmafäden, so ist damit nicht ausgeschlossen, dass letztere in concreten Fällen zur Erreichung bestimmter Ziele und Zwecke mit dem Stofftransport betraut sind. In dieser Weise würde z. B. der Austritt aus der Plasmahaut und damit die Möglichkeit vermieden, dass während der Passirung der Zellwand das einen Algenfaden u. s. w. umspülende Wasser den diosmirenden Körper auslaugt und so einen Verlust für die Pflanze herbeiführt. In solchem und anderen Sinne könnte, trotz der mechanischen Erschwerung des Austausches, der Pflanze ein Vortheil selbst dann noch erwachsen, wenn gleichzeitig ein grösserer Energieaufwand zur Erzielung ausreichender Stoffwanderung nöthig wäre.

Da es noch unentschieden ist, ob die Plasmafäden eine besondere Rolle im Stofftransport spielen, so ist auch die specielle Frage undiscutabel, ob in dieser hypothetischen Wanderung eine active Bethätigung der Plasmafäden mitwirkt. Sollte das zutreffen, so wäre sowohl an eine beschleunigende Wirkung auf die wandernden Stofftheilchen, als auch an Beförderung dieser durch das selbst wandernde Protoplasma zu denken. Es scheint, dass Kienitz-Gerloff wesentlich nur diesen letzteren Modus im Auge hat, der natürlich eine gleich ausgiebige Rückbeförderung nothwendig macht, wenn in den Wanderbahnen die Protoplasmamenge in den Zellen nicht abnimmt und eine einseitige Anhäufung nicht zu Stande kommt (von einer Zerstörung und Wiederbildung und den sich daraus ergebenden Consequenzen wollen wir hier absehen). Für eine solche Circulation des Protoplasmas, die bei ausgiebiger Stoffwanderung recht ansehnlich werden müsste, liegen bislang keine thatsächlichen Beobachtungen vor. Auch ist nicht zu vergessen, dass dann für den Transport eines gelösten Nährstofftheilchens eine relativ ansehnliche Masse in Bewegung zu

---

1) Pfeffer, Zur Kenntniss d. Plasmahaut u. d. Vacuolen, 1890, p. 281.

2) R. H. Schmidt, Flora, 1891, p. 300. Vgl. auch Pfeffer, Aufnahme und Ausgabe ungelöster Körper, 1891, p. 180.

setzen ist und dass die Bewegung des zähflüssigen Plasmas durch die sehr engen Kanälchen nicht ohne einen ansehnlichen Energieaufwand von Seiten der Pflanze erreichbar sein wird[1]).

Unmöglich ist eine Bewegung des Plasmas durch die feinen Kanälchen nicht gerade[2]) und es muss wahrscheinlicher dünken, dass gegebenen Falles die treibende Energie durch Eigenbewegungen im Plasma, als durch osmotische Druckdifferenzen erreicht wird[3]). Oekonomisch vortheilhaft erscheint nach den bisherigen Erfahrungen ein solcher Transport für die Pflanze wesentlich nur insofern, als es sich um thunlichste Ueberführung von lebendiger Leibessubstanz vor dem Absterben von Zellen oder um Wanderungen des Protoplasmas in andere Zellen zu besonderen Zwecken handelt. Ausserdem und vor allen Dingen dürfte die Bedeutung der Plasmaverbindungen in Herstellung der Continuität der lebendigen Leibessubstanz liegen, eine Continuität, welche in der That gefordert werden muss, um das regulatorisch geleitete richtige Zusammenwirken der Glieder eines Organismus zu erreichen[4]).

Bis dahin wurde absichtlich der Siebröhren nicht gedacht, in welchen die Perforationen mit der Vergrösserung sehr wohl eine höhere Bedeutung für den Stofftransport gewonnen haben dürften. Uebrigens ist die Mechanik des Stofftransports in den Siebröhren

---

1) Die von WORTMANN (Botan. Zeitung, 1889, p. 487, 491) angenommene Plasmawanderung in die Zellen der Concavseite sich krümmender Organe wird, wie NOLL (Arbeiten d. Würzburger Instituts, 1888, Bd. III, p. 525, 530) hervorhebt, durch die von WORTMANN angeführten Beobachtungen nicht streng erwiesen. Ich will nur bemerken, dass WORTMANN schon der mit der Vergrösserung der Zellen auf der Concavseite verknüpften Ausdehnung des Protoplasten auf grösseren Raum nicht die gebührende Rechnung bei Abschätzung der relativen Plasmamengen getragen hat. Uebrigens sucht WORTMANN (l. c.) die Bedeutung dieser hypothetischen Plasmawanderung in dem Transport von Nährstoffen, nachdem er seine frühere Ansicht fallen gelassen hat, welche die Masse des Protoplasmas als Ursache vermehrter Zellhautproduction ansah.

2) Vgl. PFEFFER, Zur Kenntniss d. Plasmahaut u. d. Vacuolen, 1890, p. 261.

3) Versuche, in welchen in Staubfadenhaaren von Tradescantia u. s. w. für dauernde starke Depression des Turgors in einer Zelle gesorgt war, liessen eine Ueberwanderung von Protoplasma aus der höher turgescenten Zelle während 6—8 Stunden nicht erkennen.

4) Vgl. PFEFFER, Untersuch. a. d. botan. Institut zu Tübingen, Bd. I, p. 527, Bd. II. p. 315.

noch nicht genügend klar gelegt. Abgesehen von der Senkung specifisch schwerer fester Körper erinnere ich u. a. daran, dass bei leichter Communication der Gleichgewichtszustand leicht erreichbar wird, in welchem die Turgorspannung der Haut aufwärts abnimmt und mit genügender Höhe der Wassersäule, zur Tragung dieser, die osmotische Kraft nicht mehr ausreicht (p. 266). Es handelt sich also auch um die Feststellung, in wie weit solche Verhältnisse zur Geltung kommen, oder durch geeignete Bedingungen und Thätigkeiten compensirt werden.

UEBER

DIE FARBE DER JONEN

VON

W. OSTWALD,

ORD. MITGLIED DER KÖNIGL. SÄCHS. GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN.

Des XVIII. Bandes der Abhandlungen der mathematisch-physischen Classe der Königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften

Nº IV.

MIT SIEBEN TAFELN.

LEIPZIG

BEI S. HIRZEL.

1892.

Das Manuscript eingeliefert am 2. Januar 1892.
Der Druck beendet am 26. Februar 1892.

UEBER

DIE FARBE DER JONEN

VON

W. OSTWALD.

MIT SIEBEN TAFELN.

Der von ARRHENIUS aufgestellte Satz, dass alle Zustandseigenschaften der wässerigen Salzlösungen mit zunehmender Verdünnung und entsprechend zunehmender Dissociation einer Grenze zustreben, in welcher sie vollkommen additiv in Bezug auf ihre Jonen werden, muss naturgemäss auch für die Farbe der Salzlösungen gelten. Ich habe schon wiederholt auf diese Anwendung der Dissociationstheorie hingewiesen[1]) und insbesondere in meinem Lehrbuche gezeigt, dass die bisher bekannten Thatsachen den zu machenden Voraussetzungen gut entsprechen. Da indessen in neuerer Zeit sich mehrfach Unklarheiten über diesen Gegenstand gezeigt haben, auch von verschiedenen Seiten entsprechende Anfragen an mich ergangen sind, so nehme ich Anlass, einige hierhergehörige Ueberlegungen und Versuche zusammenzustellen.

In einer Salzlösung von endlicher Concentration sind mindestens drei Arten von Bestandtheilen vorhanden, nämlich die unzersetzten Molekeln und die beiden Jonen, und das Absorptionsspectrum einer solchen Lösung wird demnach die (sachgemäss gebildete) Summe von mindestens drei Absorptionsspectren sein, deren Intensität dem Gehalt an jedem der drei Bestandtheile proportional ist. Da zudem noch die Möglichkeit festgehalten werden muss, dass der unzersetzte Antheil des Salzes in mehreren verschiedenen Formen (z. B. in Gestalt einfacher und polymerer Molekeln) zugegen sein kann, so ergiebt sich, dass im Allgemeinen das Absorptionsspectrum eines Salzes in einer Lösung von endlicher Concentration eine ziemlich verwickelte Erscheinung sein wird.

Wie in allen anderen Fällen, so gelangt man auch in diesem bei zunehmender Verdünnung zu dem einfachsten Grenzfall, dass die

---

1) Ztschr. f. phys. Ch. 8, 601. 1889. — Lehrb. d. allg. Ch. I, 470. 1890.

von den unzersetzten Molekeln herrührenden Einflüsse verschwinden, und nur die von den Jonen herrührenden nachbleiben. Das Spectrum einer sehr verdünnten Salzlösung wird somit die Summe der Spectra der Jonen des Salzes sein (wie dies für Salzlösungen mittlerer Concentration als Annäherungsregel schon vor 35 Jahren von GLADSTONE[1]) ausgesprochen worden ist), und vereinfacht man den Fall weiter dahin, dass man eines der beiden Jonen so wählt, dass es in dem untersuchten Gebiet der Wellenlängen keine Absorption ausübt, also farblos ist, so wird die Farbe der sämmtlichen Salze mit einem farbigen Jon und beliebigen farblosen Jonen in verdünnten Lösungen identisch die gleiche sein müssen[2]).

Dieses Ergebniss steht in ausgeprägtem Gegensatz zu den Erfahrungen über die Absorptionserscheinungen bei nicht salzartigen Verbindungen. Hier ist es durch die Bemühungen von G. KRÜSS und Anderen[3]) sicher festgestellt, dass jede Veränderung in der Molekel, insbesondere jeder Ersatz von Wasserstoff durch andere Elemente oder durch Radicale alsbald die Absorptionsverhältnisse in bestimmtem Sinne ändert, und dass, wie auch STENGER[4]) noch besonders hervorgehoben hat, Aenderungen der Absorption stets mit Aenderungen in der Molekularbeschaffenheit parallel gehen. So wandert der im Grün liegende Absorptionsstreif des Rosanilins durch Gelb ins Gelbroth, wenn man die Wasserstoffatome desselben folgeweise durch Methyl oder Phenyl ersetzt, und eine gleiche Aenderung zeigt der charakteristische Streif des Fluoresceïns beim Uebergang in seine halogenhaltigen Abkömmlinge, die Eosine; weitere Beispiele sind bei den angeführten Verfassern noch zahlreich zu finden. Dass auch Salze solche Verschiedenheiten im nicht dissociirtem Zustande aufweisen, ist ebenfalls bekannt. So ist z. B. wasserfreies Kupferchlorid gelb-

---

1) Phil. Mag. 14, 418. 1857.

2) Es bleibt allerdings noch zu erwägen, ob nicht das farblose Jon entsprechend seinem Einfluss auf den Brechungscoefficienten des Mediums einen secundären Einfluss auf die Lage etwaiger Absorptionsstreifen des anderen Jons nach Massgabe der KUNDT'schen Regel ausüben kann. Doch sind erfahrungsgemäss solche Einflüsse, wenn sie überhaupt vorhanden, jedenfalls ungemein geringfügig, und sollen daher zunächst ausser Betracht bleiben.

3) Die vorhandene Literatur findet sich in einer neuen Abhandlung von E. VOGEL, Wied. Ann. 48, 449. 1891 zusammengestellt.

4) Wied. Ann. 88, 577. 1888.

braun, Kupferbromid schwarzviolett, Kupfersulfat grau. Noch glänzender zeigen sich solche Verschiedenheiten an den complexen Platincyanürverbindungen; während die Kaliumverbindung fast farblos ist, ist die Magnesiumverbindung dichroitisch purpurroth und grün, die Baryumverbindung gelb und blau u. s. w.

Der oben gezogene Schluss über die Identität der Farbe von verdünnten Lösungen solcher Salze, welche neben dem gleichen farbigen Jon beliebige farblose (oder relativ schwach gefärbte) Jonen enthalten, scheint nun nach den vorhandenen neueren Angaben sich nicht zu bewähren. G. KRÜSS theilt[1]) mit, dass zwar Natrium-, Ammonium-, Calcium- und Baryumsalze des Eosins den Absorptionsstreif an derselben Stelle hätten, wie das Kaliumsalz, dass dagegen die Salze der Schwermetalle (welcher, wird nicht angegeben) ihn nach Blau verschoben zeigten. Diese Angabe wiederholt auch O. KNOBLAUCH[2]), wobei er freilich dem Satze zuliebe das Silber den Leichtmetallen angliedert und das Aluminium unter die Schwermetalle versetzt. Da diese Angaben mit anderen Erfahrungen, die ich inzwischen gemacht hatte, im Widerspruch standen, so habe ich es nicht für überflüssig gehalten, sie eingehend zu prüfen. Da bei derartigen Messungen subjective Täuschungen nicht immer leicht zu vermeiden sind, habe ich neben den Beobachtungen mit dem Auge auch photographische Aufnahmen der zu vergleichenden Spectra gemacht, die in unmittelbar nach den erhaltenen Negativen hergestelltem Lichtdruck dieser Abhandlung beigelegt sind. Das Ergebniss beider Beobachtungsmethoden ist eine völlige Bestätigung der oben erwähnten Schlussfolgerung aus der Dissociationstheorie: die Spectra der verdünnten Lösungen verschiedener Salze mit gleichem farbigen Jon sind identisch.

Die subjectiven Beobachtungen sind mittelst eines KRÜSS'schen Universal-Spectralapparates, dessen Construction als bekannt vorausgesetzt werden darf, und zwar unter Anwendung des einfachen Flintglasprismas von 60° ausgeführt worden. Ich gebe in den nachstehenden Tabellen unmittelbar die Ablesungen an der Mikrometerschraube, mittelst deren das Beobachtungsfernrohr bewegt wurde, in

---

1) Ztschr. f. phys. Ch. **2**, 320. 1888.

2) Wied. Ann. **43**, 767. 1891.

ganzen Umdrehungen und den Hundertsteln derselben, die an der Trommel des Schraubenkopfes abgelesen wurden. Damit die Zahlen auf Wellenlängen reducirt werden können, wenn dafür ein Interesse sich einstellen sollte, sind im Nachstehenden die Ablesungen für eine Anzahl bestimmter Linien nebst den entsprechenden Wellenlängen mitgetheilt; ich habe die Reduction auf Wellenlängen hier unterlassen, um für den Zweck des Vergleiches ein möglichst unberührtes Beobachtungsmaterial zu geben.

Die Einstellungen des Spectrometers waren für die

	Einstellung	Wellenlänge
rothe Kaliumlinie	2124	760
rothe Lithiumlinie	2305	671
gelbe Natriumlinie	2534	589
grüne Thalliumlinie	2754	535

Es ist bekannt, dass die Einstellung des Spectrometers von der Temperatur in merklichem Grade abhängig ist. In den nachstehend verzeichneten Messungen sind die zusammengehörigen Werthe stets unmittelbar hinter einander beobachtet worden, so dass der hieraus entspringende Fehler für den Vergleich nicht in Betracht kommt. Da es sich hier nicht um absolute Bestimmungen handelt, habe ich auch unterlassen, die Lage der Bezugslinien für jede Gruppe von Beobachtungen besonders zu ermitteln.

Die Herstellung möglichst vergleichbarer photographischer Aufnahmen wurde folgendermassen ausgeführt. An das Objectivbrett einer soliden photographischen Camera wurde ein horizontales Brettchen geschraubt, welches das Prisma sowie das aus einem Spectrometer entnommene Spaltrohr nebst Sammellinse trug; das Spectrum wurde mittelst der Hinterlinse eines Aplanats von Suter, deren Brennweite 40 cm betrug, auf die Mattscheibe der Camera geworfen, wo es mittelst der Sonnenlinien scharf eingestellt werden konnte. Das Prisma war ein mit Monobromnaphtalin[1]) gefülltes Hohlprisma von 60° brechendem Winkel und gab ein Spectrum von bedeutender Ausdehnung im Ultraviolett.

Um die einzelnen Spectra in vollkommen entsprechender Lage unter einander zu erhalten, war an dem hinteren Rahmen der Camera

1) B. Walter, Wied. Ann. **42**, 511. 1891.

ein senkrecht stehendes Brett angebracht, welches durch angeschraubte Leisten eine senkrechte Führung der Cassette ermöglichte. In diesem Brett befand sich ein horizontaler Spalt von 1 cm Breite und 10 cm Länge, welcher das Spectrum begrenzte. Die Cassette (von der gebräuchlichen Form für 9×12-Platten) war an der Seite mit einer aufgeschraubten Messingleiste versehen, in welcher sich zehn Löcher in je 1 cm Entfernung befanden; mittelst einer kegelförmig zugespitzten Schraube, welche durch eine der senkrechten Führungsleisten geführt war, und in je eines der Löcher eintrat, konnten die erforderlichen, um je einen Centimeter von einander entfernten Stellungen der Cassette hinreichend genau eingestellt werden. Um der Brauchbarkeit dieser Vorrichtung sicher zu sein, habe ich bei vielen Aufnahmen einen Faden über den Spalt gezogen, der mittelst einer Natriumflamme auf die Stelle der *D*-Linie gebracht wurde. Diese künstliche *D*-Linie zeichnet sich auf den Bildern als feiner dunkler Strich ab und gestattet einen sehr scharfen Vergleich der Spectra; die Richtigkeit ihrer Lage wurde häufig controlirt.

Als Lichtquelle habe ich, nachdem ich die Anwendung von Zirkonglühlicht und Kalklicht wegen der grossen Intensitätsänderungen dieser Lichtquellen verwerfen musste, ausschliesslich das sehr constante Auer'sche Gasglühlicht verwendet. Da die Belichtungsdauer bei genügend schmalem Spalt drei bis fünf Minuten betragen musste, und zehn Spectra mit gleicher Belichtungsdauer unter einander auf dieselbe Platte photographirt wurden, so war das genaue Einhalten der Zeiten eine ziemlich angreifende Arbeit, bis ich mir dieselbe auf folgende Weise erleichterte.

Von einer gewöhnlichen Pendeluhr wurde der Stundenzeiger entfernt; der Minutenzeiger wurde mit einem Platindraht versehen, ein zweiter wurde am Zifferblatt befestigt. Von einer elektrischen Batterie nebst Glocke wurde der Strom einerseits zu einem federnden Contact, der sich an die Axe des Minutenzeigers lehnte, andererseits zum festen Platincontact geleitet; wenn der Platindraht des Minutenzeigers diesen berührte, ertönte die Glocke. Indem jedesmal der Zeiger um die beabsichtigte Zahl der Minuten vom festen Contact zurückgedreht wurde, gab die Glocke nach Ablauf dieser Zeit ihr Zeichen und ersparte mir, inzwischen auf die Zeit Acht zu haben. Die genaue Zeitbestimmung wurde mittelst eines Chronoscops mit grossem

Secundenzeiger ausgeführt, indem die Signaluhr ihr Zeichen 15 bis 20 Secunden vor dem eigentlichen Termin gab. Hierdurch wurde es mir möglich, in der Zwischenzeit mich anderweit zu beschäftigen, ohne dass ich Gefahr lief, durch Versehen in der Belichtungsdauer die Vergleichbarkeit der Spectra zu gefährden.

Die Aufnahmen wurden meist mit den stark gelb empfindlichen Eosinsilberplatten von Perutz in München gemacht, die sich sehr gut bewährten; zum Theil dienten auch für Spectra im Blau und Violett gewöhnliche Bromsilberplatten von Monckhoven. Entwickelt wurde mit einem gemischten Eikonogen-Hydrochinonentwickler. Die Belichtungsdauer betrug meist drei Minuten bei den farbenempfindlichen Platten, fünf Minuten bei denen von Monckhoven.

1. Permanganate.

Bei weitem das beste Material für genaue Messungen liefern die Salze der Uebermangansäure. Das Absorptionsspectrum derselben enthält fünf ziemlich scharfe Streifen im Gelb und Grün, welche sich mittelst des Fadenkreuzes gut halbiren lassen. Ich habe nur die vier ersten Streifen gemessen, da der fünfte, an der Grenze des Blau gelegen, bereits so wenig deutlich ist, dass der wahrscheinliche Fehler der Einstellung eine für den Zweck dieser Untersuchung ungeeignete Grösse annimmt.

Die untersuchten Lösungen wurden in der Weise hergestellt, dass eine zehntel-normale Lösung von Baryumpermanganat mit dem gleichen Volumen einer äquivalenten Lösung des Sulfates des gewünschten Metalls vermischt und dann auf das fünfzigfache verdünnt wurde; die schliesslichen Lösungen enthielten demnach ein Gramm-Aequivalent des Jons MnO^4 in 500 Litern. Aus den Messungen von Kohlrausch wissen wir, dass bei dieser Verdünnung die Dissociation der Neutralsalze fast vollständig ist, indem der nicht dissociirte Antheil schwerlich ein oder zwei Procent übersteigt, die Verdünnung ist also genügend. Durch die Art der Herstellung war die Uebereinstimmung in der Concentration der untersuchten Lösungen gesichert, was für einen strengen Vergleich derselben von wesentlichem Belang ist.

Die Weite der benutzten Absorptionszelle betrug 0.308 cm; unter

diesen Verhältnissen waren die Linien genügend deutlich, und doch nicht zu breit. Jede Einstellung wurde fünfmal wiederholt: die äussersten Abweichungen der Ablesungen betrugen 7 oder 8 Trommeltheile; der Mittelwerth ist als auf 1 bis 2 Trommeltheile richtig anzusehen. Zur genaueren Beurtheilung habe ich den nachfolgend verzeichneten Mittelwerthen der Einstellungen die nach der Formel $\sqrt{\frac{\Sigma f_2}{n(n-1)}}$ berechneten mittleren Fehler beigefügt. Die Spalten I bis IV entsprechen den Streifen von Gelb nach Blau gerechnet.

Permanganate. Verdünnung 500 l, Schichtdicke 0.308 cm.

	I	II	III	IV
1. Wasserstoff	2601 ± 0.5	2698 ± 0.8	2804 ± 0.7	2913 ± 1.7
2. Kalium	2600 ± 1.3	2697 ± 0.1	2803 ± 0.9	2913 ± 1.1
3. Natrium	2602 ± 1.2	2698 ± 0.8	2803 ± 0.7	2913 ± 0.8
4. Ammonium	2601 ± 1.3	2698 ± 1.4	2802 ± 0.1	2913 ± 0.1
5. Lithium	2602 ± 0.2	2700 ± 0.2	2804 ± 0.8	2914 ± 1.7
6. Baryum	2600 ± 0.9	2699 ± 0.8	2804 ± 0.6	2914 ± 1.3
7. Magnesium	2602 ± 0.8	2700 ± 0.6	2802 ± 0.7	2912 ± 1.8
8. Aluminium	2603 ± 0.4	2699 ± 0.9	2804 ± 0.9	2914 ± 0.7
9. Zink	2602 ± 0.5	2699 ± 0.7	2802 ± 1.2	2912 ± 1.1
10. Kobalt	2601 ± 0.2	2698 ± 0.1	2803 ± 0.9	2912 ± 1.7
11. Nickel	2603 ± 0.5	2700 ± 0.7	2804 ± 0.7	2913 ± 1.8
12. Cadmium	2600 ± 0.1	2700 ± 0.2	2803 ± 0.8	2913 ± 1.4
13. Kupfer	2602 ± 1.2	2699 ± 0.1	2803 ± 0.9	2913 ± 0.8

Der Anblick der vorstehenden Tabelle lässt keinem Zweifel Raum; die Absorptionsspectra sämmtlicher Permanganate, 13 an der Zahl, sind vollkommen gleich. Beachtet man, dass an jedem Spectrum vier unabhängige Linien gemessen worden sind, so übersieht man alsbald, dass das Gewicht dieses Ergebnisses als sehr erheblich zu betrachten ist. Wenn es also späterhin einmal gelingen sollte, Unterschiede im Spectrum der Permanganate nachzuweisen, was theoretisch wenigstens nicht undenkbar ist[1]), so betragen diese Unterschiede doch sicher weniger als 0.3 Einheiten (Milliontel Millimeter) der Wellenlängen, entsprechend einem Trommeltheil an dem benutzten Apparate.

Ganz dasselbe Ergebniss lässt sich aus dem Anblick der photographirten Spectra (Tafel 1, Fig. 1) entnehmen. Die einzelnen unter

1) Vgl. die Anmerkung S. 282.

einander liegenden Spectra erweisen sich so übereinstimmend in Bezug auf ihren Habitus, die Lage und den Charakter der Streifen, dass zwischen dieser Tafel und einer entsprechend ausgeführten, auf welcher dasselbe Spectrum zehnmal unter einander photographirt worden wäre, ein Unterschied nicht gefunden werden kann.

2. Fluoresceïn und seine Abkömmlinge.

Zur Untersuchung gelangte Fluoresceïn, Tetrabromfluoresceïn, (Eosin, geblich und bläulich), Tetrajodfluoresceïn, Dinitrofluoresceïn, Orcinphtaleïn und Tetrabromorcinphtaleïn. Bis auf die beiden letzteren, deren ersteres ich selbst darstellte, während mir Dr. J. Wagner das Bromderivat machte, waren es käufliche Präparate. Die zu vergleichenden Lösungen wurden auf dieselbe Weise hergestellt, wie die Permanganate, indem Lösungen der Baryumsalze von bekanntem Gehalt mit den Sulfaten zur Umsetzung gebracht wurden. Auf diese Weise wurden etwaige Beimengungen in den Präparaten unschädlich gemacht, indem die zu vergleichenden Spectra von ihnen stets in derselben Weise beeinflusst werden müssen, wenn die Spectra wirklich additiv sind. Um bei den sehr verdünnten Lösungen das Baryum sicher als Sulfat vollständig zur Abscheidung zu bringen, habe ich oft einen Ueberschuss des fraglichen Sulfates angewendet; der Salzüberschuss in der Lösung hat, wie zu erwarten, nicht den mindesten messbaren Einfluss auf die Lage und Beschaffenheit des Absorptionsstreifens.

Die subjective Ablesung habe ich auf zweierlei Weise ausgeführt. Zunächst wurden die Lösungen, welche ein Aequivalent der Salze in 1000 Litern enthielten, in einer Zelle von 0.113 cm Weite untersucht. Unter diesen Umständen ist der Absorptionsstreif sehr breit und schwarz, und die Einstellung auf die Mitte nicht ausführbar. Ich stellte auf den nach Roth liegenden Rand des Streifens so ein, dass in dem einen Winkel des (liegenden) Fadenkreuzes die letzte erkennbare Spur von Farbe eben verschwand. Dieser Ort lässt sich bei constanter Beleuchtung mit ziemlich grosser Sicherheit einstellen und gewährt nicht nur ein Maass für die Lage des Streifens, sondern auch eine Prüfung, ob die Absorptionsverhältnisse der verschiedenen Eosinsalze gleich sind, oder nicht, da die Einstellung in hohem Maasse

von der Verdünnung abhängig ist. So ergab eine Lösung des Kaliumsalzes von Jodeosin folgende Ablesungen:

Verdünnung	Rand des Streifens (nach Roth zu)
1000 l	2682.5
1100 »	2685.9
1300 »	2694.9
1500 »	2700.5
2000 »	2714.9

Es wandert der Rand des Streifens also für eine Verdünnung vom einfachen auf das doppelte um 32.4 Trommeltheile. Da als durchschnittliche Fehlergrenze ein Trommeltheil anzusehen ist, so würde eine Aenderung von drei Procent in der Absorption sich schon an der Einstellung zeigen müssen; umgekehrt ist die Uebereinstimmung der Einstellung innerhalb dieser Fehlergrenze ein Beweis für die Gleichheit der Absorption.

Ferner wurden die Lösungen so weit verdünnt, dass der Streifen eben noch deutlich sichtbar sich als Schatten über das Spectrum legte, und dessen Mitte aufgesucht. In vielen Fällen ist der Absorptionsstreif nicht symmetrisch; alsdann wurde der Ort eingestellt, welcher am leichtesten wiederzufinden war, meist das (subjective) Maximum der Dunkelheit. Da es sich hier nicht um eine absolute Lagenbestimmung, sondern um einen Vergleich handelt, so habe ich dies Verfahren als dasjenige gewählt, welches etwa vorhandene Unterschiede am ehesten zur Geltung bringen musste.

a. Fluoresceïn. Das aus dem käuflichen Kaliumsalz abgeschiedene Fluoresceïn wurde aus Aether umkrystallisirt, getrocknet und in der berechneten Menge von titrirtem Barytwasser zu dem normalen Salz gelöst. Die so erhaltene Baryumlösung gelangte mit den Sulfaten verschiedener Metalle und zusammengesetzter Basen zur Wechselwirkung.

Die Fig. 2, Tafel 1 zeigt die Absorptionsspectra der Fluoresceïnverbindungen von Natrium, Lithium, Benzylamin, Kalium, Methylamin, Ammoniak, Piperidin, Dipropylamin, Trimethylamin; sie sind von einander nicht zu unterscheiden, während bekanntlich bei intramolekularer Substitution von an Stickstoff gebundenem Wasserstoff durch Methyl oder gar Benzyl die erheblichsten Verschiedenheiten hervorgerufen werden. Die Verdünnung betrug 4080 Liter pro Aequivalent.

Die subjectiven Messungen am Spectralapparat ergaben:

Fluoresceïnsalze. Verdünnung 1000 l, Schichtdicke 0.113 cm.

	Rand des Streifens
Ammonium	2866 ± 0.8
Kobalt	2867 ± 1.1
Magnesium	2865 ± 1.2
Cadmium	2866 ± 1.6
Baryum	2866 ± 1.6
Mangan	2867 ± 1.6
Lithium	2765 ± 1.2
Nickel	2866 ± 1.7
Kalium	2866 ± 1.9
Zink	2866 ± 1.2

b. Eosin. Das Eosin kommt im Handel in zwei Sorten vor, als gelbstichiges und als blaustichiges. Ersteres ist nach freundlichst von Prof. O. Witt mir ertheilter Auskunft annähernd reines Tetrabromfluoresceïn, letzteres enthält Tetrabromfluoresceïn, welches im Phtalsäurerest zweifach oder vierfach chlorirt ist (Phloxin).

Durch den Eintritt der vier Halogenatome ist aus dem schwachsauren Fluoresceïn eine wohlcharakterisirte Säure geworden, welche auch mit schwachen Basen beständige Salze bildet. Fig. 3, Tafel 1 giebt die Absorptionsspectra der Salze des blaustichigen Eosins mit Nickel, Lithium, Zink, Natrium, Kobalt, Magnesium, Cadmium, Ammonium, Mangan, Kalium (Verdünnung 5000 l) wieder; sie sind völlig übereinstimmend. Insbesondere ist in Rücksicht auf die Angabe von Krüss, dass die Eosinsalze der Schwermetalle eine andere Lage des Absorptionsstreifens zeigen, als die der Leichtmetalle, eine Anordnung gewählt worden, wonach Salze beider Arten abwechselnd neben einander gestellt sind, um etwaige kleine Unterschiede um so sicherer zur Anschauung zu bringen; wie man sieht, ist hierfür nicht die geringste Andeutung vorhanden.

Ein gleiches Ergebniss ist am gelbstichigen Eosin erhalten worden, dessen Absorptionsspectra Fig. 4, Tafel 1 zeigt. Auch hier ist in der Anordnung: Mangan, Natrium, Kobalt, Ammonium, Nickel, Lithium, Cadmium, Magnesium, Zink, dafür gesorgt worden, dass Schwer- und Leichtmetallsalze neben einander stehen, und auch hier ist kein Unterschied zwischen beiden sichtbar. Es kann gefragt werden, ob der Vergleich der photographirten Spectra empfindlich

genug sei, um etwaige Unterschiede in dem von KRÜSS angegebenen Betrage zur Anschauung zu bringen. Um diese Frage objectiv zu beantworten, habe ich Fig. 5, Tafel 2 die Spectra des Fluoresceïns und seiner Abkömmlinge in Gestalt ihrer Baryumsalze neben einander photographirt. Wie man sieht, kann nicht der geringste Zweifel über ihre Verschiedenheit herrschen, obwohl insbesondere der Unterschied zwischen bläulichem und gelblichem Eosin so klein ist, dass er sich bei subjectiver Messung nicht sicher über die Fehlergrenzen erhebt. Die Spectra sind: 1. Fluoresceïn, 2. Eosin, gelblich, 3. Eosin, bläulich, 4. Jodeosin, 5. Fluoresceïn, 6. Dinitrofluoresceïn, 7. Orcinphtaleïn, 8. Tetrabromorcinphtaleïn, 9. Fluoresceïn; des besseren Vergleichs wegen ist das Fluoresceïnspectrum dreimal vorhanden. Nun beträgt der von KRÜSS angegebene Unterschied der Wellenlängen im Mittel $516.3 - 509.1 = 7.2\,\mu\mu$; zwischen Tetrabrom- und Tetrajodfluoresceïn (Eosin und Jodeosin) ist er nach VOGEL $523 - 517.5 = 5.5\,\mu\mu$, also kleiner; der von KRÜSS angegebene Unterschied müsste also grösser sein, als der zwischen den Spectren 3 und 4 der Fig. 5. Dass solche Unterschiede zwischen den einzelnen Spectren der Fig. 3 und 4 nicht bestehen, wird auf den ersten Blick offenbar.

Da KNOBLAUCH insbesondere eine erhebliche Abweichung zwischen Kupfer- und Aluminiumeosin einerseits, und den Eosinsalzen der Leichtmetalle andererseits behauptet, habe ich in Fig. 7, Nr. 1 bis 4 noch besonders Kaliumeosin, Kupfer-, Aluminium-, und wieder Kaliumeosin photographirt. Bei aufmerksamer Betrachtung erkennt man, dass die Streifen 2 und 3 etwas weniger dunkel, und um ein sehr Geringes schmäler sind, als 1 und 4. Es rührt dies aber daher, dass bei der angewandten Verdünnung von 4000 l beide Salze nicht vollständig löslich sind, sondern sich zum Theil ausscheiden, wodurch natürlich die Absorption etwas geringer ausfällt. (Vgl. weiter unten die eingehenderen Beobachtungen am Jodeosin.) Von einer einseitigen Verschiebung der Streifen, insbesondere einer Verschiebung nach rechts, zum violetten Ende des Spectrums, ist nicht das Mindeste wahrzunehmen.

Die subjectiven Messungen haben folgende Ergebnisse geliefert.

Eosin, gelblich.

	Mitte des Streifens (Verd. 5000 l)	Rand des Streifens (Verd. 1000 l)
K	2839 ± 1.3	2755 ± 0.7
Mn	2838 ± 1.7	2755 ± 0.8
Na	2840 ± 1.1	2754 ± 1.5
Co	2838 ± 1.0	2755 ± 0.5
NH^4	2839 ± 2.0	2755 ± 1.0
Ni	2840 ± 1.4	2755 ± 1.1
Li	2839 ± 1.6	2755 ± 1.1
Cd	2838 ± 1.1	2755 ± 0.5
Mg	2838 ± 1.1	2755 ± 1.3
Zn	2838 ± 1.1	2754 ± 1.3

Der Mittelwerth des mittleren Fehlers ist in der ersten Reihe ± 1.3, der zweiten Reihe ± 1.0; dem entsprechen die vorhandenen Abweichungen.

Eosin, bläulich.

	Mitte des Streifens (Verd. 5000 l)	Rand des Streifens (Verd. 1000 l)
Ni	2846 ± 1.5	2751 ± 1.0
Li	2845 ± 1.0	2751 ± 1.2
Zn	2845 ± 1.7	2751 ± 1.3
Na	2845 ± 1.4	2751 ± 1.7
Co	2845 ± 1.2	2751 ± 2.0
Mg	2844 ± 1.6	2750 ± 1.0
Cd	2844 ± 0.9	2751 ± 1.5
NH^4	2846 ± 1.5	2751 ± 1.5
Mn	2846 ± 0.8	2751 ± 0.8
K	2845 ± 1.5	2751 ± 0.7

Auch hier ergiebt sich kein messbarer Unterschied in der Einstellung sowohl der Mitte, wie des Randes, also kein Unterschied der Lage wie der Intensität des Absorptionsbandes bei den untersuchten Salzen, die sowohl den Schwer-, wie den Leichtmetallen angehören.

Um den Widerspruch der bestimmten, vorher erwähnten Angabe über die Verschiedenheiten der Absorptionsspectra der verschiedenen Eosinsalze mit meinen Ergebnissen womöglich aufzuklären, habe ich mich unmittelbar an Prof. Krüss gewendet; derselbe hatte die grosse Freundlichkeit, seine Messungen zu wiederholen, erhielt aber wiederum das frühere Resultat. Eine Bemerkung in dem Schreiben, in welchem mir dieses Ergebniss mitgetheilt wurde, dass nämlich die fraglichen

Salze durch Wechselzersetzung hergestellt und durch langes Auswaschen gereinigt worden seien, veranlasste mich, zu untersuchen, wie sich bei andauerndem Auswaschen die Waschwässer einiger derartiger Salze vor dem Spectralapparat verhielten. Während beim Eosinkupfer kein deutliches Ergebniss erhalten wurde, zeigte sich beim Eosinaluminium bei fortgesetztem Auswaschen einer kleinen Menge in den Waschwässern unzweifelhaft ein Wandern des Absorptionsstreifens nach der Seite der längeren Lichtwellen. Ich habe die Erscheinung, welche wohl den Schlüssel zur Lösung des Widerspruchs liefern dürfte, nicht eingehend genug verfolgt, um ihre unzweifelhafte Deutung aussprechen zu können; aller Wahrscheinlichkeit nach aber handelt es sich um zwei einander sehr ähnliche Verbindungen, vermuthlich zwei in Bezug auf die Stellung der Bromatome isomere Eosine, deren Salze von verschiedener Löslichkeit sind. Bei der von KRÜSS eingehaltenen Darstellungsweise würde der leichter löslicheAntheil entfernt worden sein, während bei meinen Versuchen stets dasselbe Gemenge (wenn ein solches vorlag) in demselben Verhältniss zur Anwendung kam, welches offenbar die Bedingung ist, unter welcher allein ein von Störungen freies Ergebniss in Bezug auf die Hauptfrage erhalten werden kann.

c. Jodeosin. Das Bild der Absorptionsspectra befindet sich auf Tafel 2, Fig. 6, und ergiebt dieselbe völlige Gleichheit aller Spectra. Die subjectiven Messungen sind:

Jodeosin.

	Mitte. Verd. 5000 l	Rand. Verd. 1000 l
Ni	2796 ± 1.3	2710 ± 1.0
K	2795 ± 1.6	2709 ± 0.7
Mn	2794 ± 0.8	2709 ± 0.6
NH^4	2795 ± 0.8	2709 ± 1.1
Zn	2795 ± 1.5	2710 ± 1.0
Ba	2795 ± 0.8	2709 ± 1.0
Co	2795 ± 0.4	2710 ± 0.9
Mg	2794 ± 0.6	2710 ± 1.3
Cd	2795 ± 0.7	2710 ± 1.3
Li	2795 ± 0.6	2709 ± 1.7

Auch diese Werthe sind innerhalb der Fehlergrenzen gleich.

Unter den von mir hergestellten Salzen befand sich auch das des Aluminiums. Da in der Lösung von 1000 l ein Niederschlag

eintrat, brachte ich verdünntere Lösungen von Aluminiumsulfat und Eosinbaryum zusammen; bei 4000 bis 5000 l erhält man eine anscheinend klare Lösung. Dieselbe hat aber die Eigenthümlichkeit, dass der Absorptionsstreif sehr schwach erscheint, und bei einigem Ueberschuss von Aluminiumsulfat ganz verschwindet; das Gleiche tritt ein, wenn man statt der Baryum- die Kaliumverbindung nimmt. Verschwindet so die charakteristische Absorptionserscheinung des Eosinjons, so muss auch dieses verschwunden sein, d. h. das Aluminiumsalz des Jodeosins kann nicht als eigentliches gelöstes Salz vorhanden sein, sondern bildet wahrscheinlich als Colloidkörper eine Pseudolösung. Diesen Schluss kann man mittelst der Leitfähigkeit des Gemenges prüfen: sind Eosinjonen verschwunden, so muss auch ein entsprechender Antheil der Leitfähigkeit verschwunden sein. Auf meine Bitte hat Hr. Bredig einige Bestimmungen dieser Grösse ausgeführt, aus welchen sich ergab, dass in einer Lösung von der Verdünnung 4000 l die Leitfähigkeit um etwa 20 Procent kleiner wird, als der berechnete Mittelwerth, wenn man Jodeosinkalium und Aluminiumsulfat in äquivalenten Mengen zusammenbringt, während z. B. bei einem Gemenge von Eosinkalium und Cadmiumsulfat sich genau der berechnete Mittelwerth ergab. Eine eingehendere Untersuchung dieser Verhältnisse habe ich einstweilen nicht vorgenommen, doch ist eine solche beabsichtigt.

Fig. 7 auf Tafel 2 bringt diese Erscheinungen objectiv zur Anschauung. Die aufeinanderfolgenden Spectra 5—10 entsprechen folgenden Lösungen (Gesammtverdünnung überall 5000 l):

5. Jodeosinkalium
6. Jodeosinkalium mit $1/2$ Aequivalent Aluminiumsulfat
7. » » 1 » »
8. » » 2 » »
9. » » 5 » »
10. » » 10 » »

Zu richtiger Deutung des Bildes hat man zu beachten, dass von den beiden durch einen helleren Zwischenraum getrennten Streifen des Spectrums nur der linke dem Jodeosin zugehört, während der rechte von dem Empfindlichkeitsminimum der angewendeten photographischen Platte herrührt. Demgemäss bleibt der rechte Streifen durch alle sechs Spectra erhalten, während der linke bei 6 sehr

deutlich, bei 9 nur spurenhaft, bei 10 gar nicht mehr erkennbar ist. Es muss hervorgehoben werden, dass die Verhältnisse der Belichtung und Schichtdicke nicht zweckmässig zur möglichst anschaulichen Darstellung der Verhältnisse getroffen worden sind; etwas dickere Schichten oder kürzere Belichtung hätten dieselben viel deutlicher in die Erscheinung gebracht. Doch habe ich immerhin auf die Herstellung einer neuen Aufnahme verzichten zu dürfen geglaubt.

Bemerkenswerth ist die überaus geringe Menge von Aluminiumsalz, welche zur Vernichtung des Streifens genügt. In der Lösung 6 ist ein Aequivalent oder 9 g Aluminium in 500 l gelöst, d. h. in einem Cubikcentimeter 0.02 Milligramm. Da ein ccm Flüssigkeit reichlich für die Spectralbeobachtung genügt, so kann man die angegebene Menge Aluminium, 0.00002 g, noch sicher, die Hälfte einigermassen durch das Verschwinden, resp. Verblassen des Absorptionsstreifens erkennen.

d. Dinitrofluoresceïn. Die Bilder der Absorptionsspectra von zwanzig verschiedenen Salzen dieses Stoffes befinden sich auf Tafel 8, Fig. 9 und 10. Die Basen sind: Mangan, Lithium, Nickel, Benzylamin, Kobalt, Kalium, Cadmium, Methylamin, Zink, Cäsium, ferner Magnesium, Ammonium, Kupfer, Piperidin, Kalium[1]), Dipropylamin, Baryum, Trimethylamin, Natrium und Hydrazin. Wie man sieht, liegt bei allen der Streifen genau an derselben Stelle; nur ist seine Intensität beim Hydrazin merklich und beim Kupfer ganz wenig geringer, als bei den anderen Basen. Es liegt dies daran, dass Hydrazin, entgegen dem, was man nach seiner Zusammensetzung erwarten könnte, eine ungemein schwache Base, von allen angegebenen bei Weitem die schwächste ist. Seine Neutralsalze sind mehr oder weniger hydrolytisch gespalten, und selbst bei einer wohlcharakterisirten Säure, wie Dinitrofluoresceïn, erreicht diese Spaltung einen so hohen Betrag, dass ein erheblicher Theil desselben als solches in der Lösung vorhanden ist, und der viel geringeren Dissociation der freien Säure entsprechend in viel geringerem Maasse den für das Jon charakteristischen Absorptionsstreif zeigt.

Im Uebrigen ist zu bemerken, dass der Streif fast genau an derselben Stelle liegt, wie beim Fluoresceïn. Für das Tetranitro-

1) Das Zeichen *Al* in der Fig. 10 an dieser Stelle ist ein Schreibfehler, der sich nicht mehr verbessern liess.

fluoresceïn hat bereits G. Krüss[1]) dieselbe Thatsache gefunden. Eine merkliche Absorption im Violett oder Ultraviolett, welche sonst den Nitroverbindungen vielfach eigen ist, lässt sich nicht erkennen, doch ist nicht ausgeschlossen, dass eine solche bei höheren Concentrationen sichtbar wird. Die angewandte Verdünnung betrug 5300 l pro Gramm-Aequivalent.

In gleicher Verdünnung wurden die Ocularbeobachtungen ausgeführt. Die Ergebnisse sind:

Mitte. Verdünnung 5300 l, Schichtdicke 0.158 cm.

Mangan	2993 ± 1.7	Magnesium	2992 ± 2.6
Lithium	2992 ± 1.6	Ammoniak	2994 ± 2.2
Nickel	2995 ± 3.0	Kupfer	2995 (schwach)
Benzylamin	2992 ± 1.7	Piperidin	2994 ± 1.7
Kobalt	2993 ± 1.7	Dipropylamin	2993 ± 2.6
Kalium	2993 ± 1.0	Baryum	2992 ± 1.7
Cadmium	2993 ± 1.2	Trimethylamin	2992 ± 1.6
Methylamin	2992 ± 0.8	Natrium	2993 ± 2.8
Zink	2993 ± 2.2	Hydrazin	2992 ± 1.7
Cäsium	2993 ± 2.8	Aluminium (kein Streifen sichtbar)	

Das Aluminiumsalz ist so stark hydrolytisch gespalten, dass der Absorptionsstreif bei der Schichtdicke, in welcher ihn die anderen Salze gut zeigen, nicht sichtbar ist. Durch einen Zufall ist versäumt worden, das Absorptionsspectrum zu photographiren.

e. Orcinphtaleïn und sein Tetrabromderivat. Orcinphtaleïn ist eine sehr schwache Säure, die schon mit den Schwermetallen nicht mehr normale Salze zu bilden vermag, und bei welcher auch die Hydrolyse der Alkalisalze nur durch einen Ueberschuss von Basis hintangehalten werden kann. Ich habe es daher nicht näher untersucht, wohl aber das daraus entstehende Tetrabromderivat. Auch dieses ist, wie schon erwähnt, eine schwache Säure, so dass sich nur seine Salze mit löslichen Basen bei einem Ueberschuss der letzteren in vergleichbaren Zuständen befinden. Da die schwärzlich violetten Lösungen derselben im sichtbaren Gebiet keine ausgezeichnete Absorption aufweisen, so habe ich mich auf die Photographie des Spectrums beschränken müssen; die Verdünnung der Lösung betrug 1040 l für eine Molekel Tetrabromorcinphtaleïn. Um den Charakter der Absorption besser zur Anschauung zu bringen, habe

1) Ztschr. f. ph. Ch. 2, 318 u. 320. 1888.

ich in Fig. 8, Tafel 2 zu oberst das Spectrum durch die mit reinem Wasser gefüllte Zelle photographirt.

Wie man sieht, bringt dieser Stoff eine ziemlich gleichförmige Schwächung des sichtbaren Spectrums hervor, ohne das Ultraviolett bedeutend anzugreifen; an der Grenze zwischen Blau und Violett ist ein schwacher Absorptionsstreif sichtbar[1]. Die acht vorhandenen Spectra stimmen völlig überein; das photographische Verfahren giebt daher noch Auskunft in Fällen, wo die subjective Untersuchung versagt, oder nur unter Schwierigkeiten mittelst eines Photometers durchzuführen wäre.

3. Rosolsäure. Rosolsäure hat nur wenig ausgeprägte saure Eigenschaften; ihre Salze sind in den hier zu benutzenden Verdünnungen zum Theil hydrolytisch zersetzt, insbesondere die schwächerer Basen.

Der Absorptionsstreif des Jons der Rosolsäure besteht aus einem starken Schatten im Gelbgrün und einem schwachen Halbschatten unmittelbar daneben im Blaugrün. Bei der Hydrolyse verschwindet zunächst der letztere, wodurch das subjectiv empfundene Dunkelheitsmaximum nach der Seite der längeren Wellen wandert. Da durch die Beobachtung derartiger Stoffe leicht Irrthümer bei Solchen entstehen können, welche die chemischen Verhältnisse nicht mit Sicherheit zu beurtheilen wissen, so habe ich diesen Fall etwas eingehender untersucht.

Es wurden Lösungen hergestellt, welche ein Aequivalent der neutralen Salze in 2600 l enthielten; sie ergaben folgende Beobachtungen.

Rosolsäure, neutrale Salze, Dunkelheitsmaximum.

Mangan	2761 ± 1.4	
Natrium	2763 ± 1.7	
Nickel	2757 ± 2.0	(schwach)
Lithium	2763 ± 1.4	
Kobalt	2756 ± 1.5	(schwach)
Benzylamin	2742 ± 1.4	(sehr schwach)
Cadmium	2759 ± 2.0	
Kalium	2762 ± 2.2	
Zink	2732 ± 2.2	(ganz schwach)
Methylamin	2758 ± 1.3	

1) Aus dem Spectrum der Fig. 5 geht hervor, dass in concentrirter Lösung auch das äusserste Roth absorbirt wird.

Von der Uebereinstimmung, wie sie die früheren Messungen ergeben hatten, ist hier nichts mehr sichtbar. Bei einem mittleren Fehler der Messung von etwa zwei Scalentheilen sind zwischen Zink und Kalium, resp. Natrium oder Lithium Unterschiede bis zu 31 Scalentheilen vorhanden, welche somit weit über die möglichen Fehler hinausgehen. Ebensowenig zeigt sich Uebereinstimmung in den photographischen Spectren; die Fig. 11, Tafel 3 weist sehr deutliche Verschiedenheiten auf.

Indessen überzeugt man sich bald, dass die Abweichungen um so grösser sind, je schwächer die Base ist; Natrium, Lithium und Kalium zeigen die stärkste Absorption, dann folgen Cadmium, Methylamin, Benzylamin, Mangan, Nickel, Kobalt und endlich Zink. Es ist wenig zweifelhaft, dass dies auch die Reihenfolge ist, in welcher die basischen Eigenschaften abnehmen, und dass somit die Ursache der Abweichungen in der vorhandenen Hydrolyse liegt. Der Beweis, dass dem so ist, wird durch die nachfolgenden Messungen sowie die Spectra in Fig. 12, Tafel 3 erbracht.

Die hier verwendeten Lösungen wurden hergestellt, indem die neutrale Lösung von rosolsaurem Baryt mit ebensoviel Baryumhydroxyd versetzt wurde, als sie schon enthielt; es wurde dann eine dem gesammten Baryum äquivalente Menge der verschiedenen Sulfate hinzugefügt und das Ganze auf die Verdünnung von je 2650 l gebracht. Hierdurch befanden sich die rosolsauren Salze in Gegenwart eines Aequivalents freier Basis, und die Hydrolyse war hinlänglich vermieden. Die Ergebnisse der Messungen sind:

Rosolsäure, basische Lösungen.

Natrium	2764 ± 1.3
Lithium	2764 ± 1.7
Benzylamin	2762 ± 0.2
Kalium	2763 ± 1.8
Methylamin	2761 ± 1.5
Cäsium	2762 ± 2.0
Ammonium	2760 ± 1.7
Piperidin	2762 ± 2.0
Dipropylamin	2763 ± 2.4

Von den früheren grossen Unterschieden sind nur geringe Spuren zurückgeblieben, die nur eben die Versuchsfehler überschreiten. Eben

dasselbe zeigt die photographische Aufnahme, wo bei den schwachen Basen, Benzylamin, Methylamin, Ammoniak, Piperidin, Dipropylamin und Trimethylamin der Halbschatten ganz wenig schwächer ist, als bei den Alkalien Natrium, Lithium, Kalium und Cäsium. Es steht ausser Zweifel, dass durch grösseren Ueberschuss an Basis auch diese Reste der ursprünglichen Unterschiede zum Verschwinden gebracht werden können.

Es ist vielleicht nicht überflüssig, darauf hinzuweisen, dass in diesen Beobachtungen die Grundlagen einer sehr einfachen Methode, die relative Stärke schwacher Basen zu messen, gegeben sind. Die photographischen Aufnahmen geben zunächst über die Reihenfolge unzweideutigen Aufschluss; Zahlenwerthe wird man durch quantitative Absorptionsbestimmungen erlangen können.

4. Diazoresorcin. Der Farbstoff wurde bis zur Sättigung in Barytwasser (1 Aeq. = 50 l) gelöst und die Lösung nach der Umsetzung mit den verschiedenen Sulfaten auf die Verdünnung von 2600 l pro Aequivalent gebracht. Das schöne Spectrum der violett gefärbten, dunkelroth fluorescirenden Lösungen der Salze dieses Stoffes besteht aus einem relativ schmalen dunklen Absorptionsstreif im Gelbroth und einem schwächeren im Grün. Die photographische Aufnahme lässt nur den zweiten Streif erkennen, da der erste etwas über die Empfindlichkeitsgrenze auch der Eosinplatte hinausgeht, und daher nur eine Verkürzung des Spectrums am rothen Ende bewirkt. Zur subjectiven Messung waren beide Streifen wohl geeignet.

Diazoresorcin. Verdünnung 2600 l, Schichtdicke 0.31 cm.

	I.	II.
Nickel	2475 ± 0.2	2588 ± 1.3
Mangan	2474 ± 0.2	2588 ± 2.3
Kobalt	2474 ± 0.3	2587 ± 0.2
Cadmium	2474 ± 1.4	2588 ± 1.5
Zink	2474 ± 1.3	2587 ± 1.7
Magnesium	2474 ± 1.5	2587 ± 2.6
Kupfer	2475 ± 1.1	2588 ± 1.3
Natrium	2473 ± 0.3	2588 ± 1.3
Lithium	2473 ± 1.5	2588 ± 1.4
Benzylamin	2473 ± 1.3	2586 ± 0.8
Kalium	2473 ± 1.7	2588 ± 1.8
Methylamin	2473 ± 0.3	2587 ± 1.5

	I.	II.
Cäsium	2473 ± 1.5	2586 ± 1.4
Ammonium	2473 ± 0.2	2587 ± 0.2
Piperidin	2473 ± 0.1	2586 ± 1.6
Trimethylamin	2473 ± 1.4	2587 ± 1.2
Baryum	2473 ± 0.3	2587 ± 1.9

Diazoresorcin ist eine ausgeprägte Säure; die meisten Salze zeigen keine wesentliche Hydrolyse. Eine Ausnahme macht das Hydrazinsalz, bei welchem der Streif im Rothgelb ganz verschwunden war, während der zweite im Grün deutlich sichtbar erschien. Die photographischen Aufnahmen befinden sich auf Fig. 13 und 14 der Tafel 4; das unterste Spectrum auf letzterer Tafel ist das der mit Wasser gefüllten Absorptionszelle, es macht die Verkürzung des rothen Endes durch den im Rothgelb befindlichen Streifen der Diazoresorcinsalze ersichtlich. Die Spectra der Fig. 13 beziehen sich auf die Salze mit Mangan, Nickel, Kobalt, Cadmium, Zink, Magnesium, Kupfer, Natrium, Lithium, Benzylamin, die der Fig. 14 auf Kalium, Methylamin, Cäsium, Ammonium, Piperidin, Dipropylamin, Trimethylamin, Natrium (*Hy* ist ein Schreibfehler), Baryum und Wasser.

5. Diazoresorufin. Dieser Abkömmling des Diazoresorcins hat ein ähnliches Spectrum wie dieses, doch liegt der erste Absorptionsstreif im Gelbgrün, ein zweiter, undeutlicher im Blaugrün. Nur der erste war gut messbar, die photographische Aufnahme lässt den ersten sehr gut, den zweiten andeutungsweise erkennen. Fig. 15 auf Tafel 4 enthält die Spectra der Salze von Natrium, Mangan, Lithium, Nickel, Benzylamin, Kobalt, Kalium, Cadmium, Methylamin und Zink, Fig. 16 giebt Cäsium, Magnesium, Ammonium, Piperidin, Trimethylamin, Dipropylamin, Hydrazin, Baryum; zum Vergleich ist das Spectrum ohne Absorption beigefügt. Die Uebereinstimmung lässt sich in diesem Falle wegen der geringen Breite der Streifen besonders genau prüfen und die beiden Reihen, welche sich auf 18 verschiedenartige Salze beziehen, geben in schlagendster Weise die völlige Uebereinstimmung der verschiedenen Absorptionsspectra zu erkennen.

Die subjectiven Messungen ergaben bei einer Verdünnung von 2600 l für ein Aequivalent folgende Zahlen.

Diazoresorufin. Verd. 2600 l.

Mangan	2583 ± 1.1	Methylamin	2583 ± 1.4
Natrium	2584 ± 0.9	Magnesium	2583 ± 1.0
Nickel	2584 ± 1.2	Cäsium	2583 ± 1.3
Lithium	2583 ± 0.6	Ammoniak	2583 ± 1.5
Baryum	2583 ± 1.2	Piperidin	2583 ± 0.8
Benzylamin	2584 ± 0.9	Dipropylamin	2583 ± 1.1
Cadmium	2583 ± 0.6	Trimethylamin	2582 ± 0.3
Kalium	2583 ± 0.9	Hydrazin	2583 ± 1.5
Zink	2584 ± 1.5		

Bei der Schmalheit des Streifens ist die Einstellung recht leicht, und die Uebereinstimmung der einzelnen Werthe unter einander lässt demgemäss nichts zu wünschen übrig.

6. Chromoxalate. Das Kaliumsalz der Chromoxalsäure, $K^3(C^2O^4)^3Cr$, wurde in bekannter Weise aus Kaliumbichromat, Kaliumoxalat und Oxalsäure hergestellt, und das umkrystallisirte Product mit Chlorbaryum gefällt. Der violette Niederschlag liess sich aus siedendem Wasser gut umkrystallisiren. Die durch doppelte Umsetzung der Lösung erhaltenen Salze wurden auf eine Verdünnung von 330 l pro Gramm-Jon der Säure gebracht. Die Absorption ist retativ gering; die Untersuchung erfolgte daher mittelst einer Röhre von 5 cm Länge. Zuverlässige Ocularbeobachtungen liessen sich wegen der geringen Schärfe der Begrenzungen nicht wohl ausführen; ich habe mich daher mit der photographischen Aufnahme begnügt, welche auf Tafel 5 in den Fig. 17 und 18 wiedergegeben ist. Das erste Spectrum in Fig. 17 ist unter Einschaltung der mit Wasser gefüllten Röhre erhalten.

Wie man sieht, zeichnen sich die Chromoxalate durch eine starke Absorption im Violett und Ultraviolett aus. Die Spectra stimmen unter einander überein, mit Ausnahme der des Kupfer- und Aluminiumsalzes, welche beide hydrolytisch gespalten sind. Das Kupfersalz hatte sich am anderen Tage in der Lösung zersetzt, indem sich blaugrünes Kupferoxalat abgeschieden hatte, beim Aluminiumsalz war die Zersetzung nicht sichtbar. Die Spectra der Gruppe 18, bei denen eine merkliche Hydrolyse nicht eintrat, zeigen sich völlig übereinstimmend. Die Salze sind folgende: Fig. 17: Mangan, Nickel, Kobalt, Cadmium, Zink, Magnesium, Kupfer, Aluminium, Natrium; Fig. 18:

Baryum, Hydrazin, Trimethylamin, Dipropylamin, Piperidin, Ammoniak, Methylamin, Kalium, Benzylamin, Lithium.

7. Safrosin. Aus dem käuflichen Präparat, einem Alkalisalze, wurde die Säure mit Salzsäure abgeschieden, gereinigt, und nach dem Auflösen in Barytwasser bis znr Sättigung mit den verschiedenen Sulfaten zur Umsetzung gebracht. Die angewandte Verdünnung war 2080 l für das Aequivalent. Der Absorptionsstreif liegt im Grün und ist recht gut einzustellen; die Ergebnisse der Messungen sind:

Safrosin. Verdünnung 2080 l, Schichtdicke 0.31 cm.

Natrium	2834 ± 1.9	Cäsium	2836 ± 1.7
Mangan	2835 ± 1.5	Magnesium	2834 ± 0.7
Lithium	2835 ± 2.2	Ammoniak	2834 ± 1.5
Nickel	2836 ± 1.2	Kupfer	2835 ± 1.6
Benzylamin	2835 ± 1.2	Piperidin	2835 ± 1.2
Kobalt	2835 ± 0.8	Aluminium	2836 ± 1.8 (schwach)
Kalium	2835 ± 1.0	Dipropylamin	2835 ± 1.1
Cadmium	2836 ± 1.4	Trimethylamin	2835 ± 1.9
Methylamin	2835 ± 1.8	Hydrazin	2835 ± 1.0
Zink	2836 ± 1.5	Baryum	2836 ± 2.3

Aus der Betrachtung der Gruppen 19 und 20, Tafel 5, geht hervor, dass das Safrosin eine recht starke Säure ist, von deren Verbindungen nur das Aluminiumsalz eine deutliche, und das Kupfersalz eine eben merkliche Hydrolyse erkennen lassen. Die übrigen Salze sind vollkommen übeinstimmend. Gruppe 19 enthält Natrium, Mangan, Lithium, Nickel, Benzylamin, Kobalt, Kalium, Cadmium, Methylamin, Zink; Gruppe 20 Cäsium, Magnesium, Ammoniak, Kupfer, Piperidin, Aluminium, Dipropylamin, Trimethylamin, Hydrazin und Baryum.

8. *p*-Rosanilin. Dass das Gesetz von der gegenseitigen Unabhängigkeit der Farbe der Jonen auch für positive Jonen in ganz derselben Weise Geltung hat, wie für negative, hat sich zunächst an den Salzen des Pararosanilins ergeben. Die käufliche freie Base wurde in der berechneten Menge (sehr verdünnter) Schwefelsäure aufgelöst, und mit den Baryumsalzen von zwanzig verschiedenen Säuren zur Wechselwirkung gebracht. Das Absorptionsspectrum besteht aus einem guten Streif im Gelbgrün und einem zweiten, viel schwächeren im Blaugrün; ich habe nur den ersteren gemessen.

p-Rosanilin. Verdünnung 5600 l.

1.	Lävulinsäure	2715 ± 0.8	11.	Unterschwefels.	2715 ± 1.1
2.	Essigs.	2715 ± 1.4	12.	Trichlormilchs.	2715 ± 0.7
3.	Chlors.	2716 ± 0.4	13.	Glycols.	2714 ± 1.3
4.	Benzoes.	2714 ± 1.4	14.	Phtalanils.	2716 ± 1.3
5.	Salzs.	2714 ± 1.1	15.	Ueberchlors.	2715 ± 1.2
6.	Sulfanils.	2715 ± 1.2	16.	Salicyls.	2715 ± 1.5
7.	Salpeters.	2715 ± 0.5	17.	Monochloressigs.	2715 ± 1.5
8.	Phtalamidoessigs.	2715 ± 1.4	18.	Milchs.	2715 ± 1.0
9.	Butters.	2715 ± 1.3	19.	*o*-Nitrobenzoes.	2715 ± 1.3
10.	Phenylpropiols.	2715 ± 0.9	20.	Schwefels.	2715 ± 0.9

Die mittleren Fehler der Beobachtungen sind etwas grösser, als nach den früheren Werthen derselben und der Deutlichkeit des Absorptionsstreifs zu erwarten wäre. Es liegt dies daran, dass durch die fortgesetzten Beobachtungen mein Auge angegriffen war, und nicht mehr ganz ohne Störung seine Dienste thun wollte.

Die photographischen Aufnahmen sind in den Gruppen 21 und 22 der Tafel 6 dargestellt. Die Spectra beziehen sich auf dieselben Säuren, welche oben bei den Ocularbeobachtungen namhaft gemacht worden sind, und zwar entsprechen die eingetragenen Ziffern den in der letzten Tabelle verzeichneten Nummern.

Wie man sieht, ist die Lage der Streifen wiederum überall genau die gleiche. Bei genauerer Betrachtung bemerkt man kleine Intensitätsunterschiede, und zwar in dem Sinne, dass schwächeren Säuren auch etwas schwächere Absorptionsstreifen entsprechen. Es ist dies wohl auf die Hydrolyse zurückzuführen, welche bei der angewandten Verdünnung von 5600 l schon ziemlich erheblich sich geltend macht. Im Widerspruch dazu steht nur das dem unterschwefelsauren Pararosanilin zugehörige Spectrum 11, denn die Unterschwefelsäure gehört, wie bekannt, zu den stärksten Säuren, während der Absorptionsstreif merklich schwächer ist, als die anderen. Es rührt dies daher, dass das fragliche Salz ausserordentlich schwer löslich ist, so dass es sich trotz der enormen Verdünnung in Gestalt einer feinen Trübung theilweise ausscheidet. Es ist dies eine auffallend allgemeine Eigenschaft der Unterschwefelsäure; die meisten Farbbasen, welche ich untersucht habe, geben mit Dithionaten Niederschläge auch in sehr verdünnten Lösungen.

9. Anilinviolett. Aus dem käuflichen salzsauren Salz wurde die Base mit Ammoniak gefällt und nach dem Auswaschen feucht in einer gemessenen Menge verdünnter Schwefelsäure bis zur Sättigung gelöst. Das Spectrum enthält einen ziemlich scharfen Streifen im Gelb, welcher fast bis an die äusserste Empfindlichkeitsgrenze der Platten heranreicht; demgemäss erkennt man auf den Photogrammen Fig. 23 und 24, Tafel 6 von dem linken Ende des Spectrums nur eine schwache Andeutung.

Zur Untersuchung gelangten zwanzig Salze derselben Säuren, welche beim Rosanilin erwähnt worden sind. Die Einstellungen am Universal-Spectralapparat ergaben folgende Werthe:

Anilinviolett. Verdünnung 5200 l, Schichtdicke 0.113 cm.

1. Lävulinsäure	2534 ± 1.2	
2. Essigs.	2534 ± 1.2	
3. Chlorsäure	2534 ± 0.9	
4. Benzoes.	2534 ± 1.0	
5. Salzs.	2533 ± 1.2	
6. Sulfanils.	2534 ± 0.7	
7. Salpeters.	2534 ± 0.9	
8. Phtalamidoessigs.	2534 ± 0.8	
9. Butters.	2533 ± 0.6	
10. Phenylpropiols.	2533 ± 1.6	
11. Unterschwefels.	2533 ± 1.2	(schwach)
12. Trichlormilchs.	2533 ± 0.5	
13. Phtalanils.	2533 ± 1.8	(sehr schwach)
14. Glycols.	2534 ± 0.9	
15. Ueberchlors.	(schwacher Schatten)	
16. Salicyls.	(schwacher Schatten)	
17. Monochloressigs.	2534 ± 1.5	
18. Milchs.	2533 ± 0.6	
19. *o*-Nitrobenzoes.	2534 ± 0.8	
20. Schwefels.	2554 ± 1.5	

Der Anblick der Photogramme (Tafel 6, Fig. 23 u. 24) zeigt für die Mehrzahl der Salze wie gewöhnlich vollkommen übereinstimmende Spectra. Doch macht sich schon in Nr. 10, Fig. 23 eine kleine Abweichung geltend, insofern der Absorptionsstreif merklich weniger intensiv ist, und in Fig. 24 sind die Spectra 11, 13, 15 und 16 von den übrigen, sowie namentlich auch von einander erheblich verschieden. Dieser Erscheinung geht das Verschwinden des scharfen

Absorptionsstreifens bei subjectiver Beobachtung, wie natürlich, vollkommen parallel.

Was die Erklärung dieser Abweichung anlangt, so ist zunächst zu betonen, dass es sich hier nicht um Hydrolyse handeln kann. Denn Salze schwacher Säuren, wie Lävulin-, Essig- und Buttersäure, verhalten sich vollkommen normal, und von den Säuren, welche die Abweichung zeigen, sind die meisten mittelstark; Unterschwefelsäure (Nr. 11) ist sogar an Stärke der Salzsäure vergleichbar. Dagegen zeigte eine eingehendere Untersuchung, dass die fraglichen Salze unlöslich sind. Von der Unterschwefelsäure habe ich die Neigung, unlösliche Farbsalze zu bilden, schon erwähnt, dagegen war mir die Bildung eines unlöslichen Salzes der Ueberchlorsäure (Nr. 15) einigermassen unerwartet. An den verdünnten Lösungen war allerdings nicht viel zu sehen, da die Niederschläge colloid vertheilt waren und durchs Filter gingen; wurde die Wechselzersetzung dagegen in etwas stärkerer Lösung (100 l) vorgenommen, so schieden sich die entstandenen Salze in Flocken oder Häuten aus, und waren leicht als unlöslich zu erkennen. Es braucht kaum erwähnt zu werden, dass gegebenen Falles diese Erscheinungen in ähnlicher Weise analytisch verwerthet werden können, wie dies bei dem Jodeosin-Aluminium früher dargelegt worden ist.

10. Chrysanilin. Eine ähnlich wie beim Anilinviolett hergestellte Lösung von Chrysanilinsulfat wurde mit verschiedenen Baryumsalzen so zur Wechselwirkung gebracht, dass Lösungen in einer Verdünnung von 1060 l pro Aequivalent entstanden. Eine scharfe subjective Messung liess sich nicht wohl ausführen, denn das Spectrum verliert zwar das Violett und Blau, die Grenze ist aber in diesem Gebiete stärkerer Dispersion und geringerer subjectiver Helligkeit sehr wenig scharf. Die photographische Aufnahme wurde an den Salzen der folgenden zwanzig Säuren ausgeführt: 1. Unterschwefelsäure, 2. Phtalanilsäure, 3. Trichlormilchsäure, 4. Glycolsäure, 5. Ueberchlorsäure, 6. Salicylsäure, 7. Monochloressigsäure, 8. Milchsäure, 9. *o*-Nitrobenzoesäure, 10. Schwefelsäure, 11. Lävulinsäure, 12. Essigsäure, 13. Chlorsäure, 14. Benzoesäure, 15. Salzsäure, 16. Sulfanilsäure, 17. Salpetersäure, 18. Phtalamidoessigsäure, 19. Buttersäure, 20. Phenylpropiolsäure. Die beiden erstgenannten Säuren bilden mit dem Chrysanilin Salze, welche auch bei der Ver-

dünnung von über 1000 l noch nicht völlig löslich sind; die Flüssigkeiten enthielten einen gelben Niederschlag und gaben abweichende Spectra (Fig. 25, Nr. 1 und 2). Die übrigen 18 Salze zeigten dagegen keinen Unterschied. Auf der Tafel 7 befinden sich nur die Spectra der Salze 1—10; das Negativ der anderen verunglückte nach Abschluss der Arbeit und konnte deshalb nicht wiedergegeben werden.

11. Chrysoïdin. Ein Fall, welcher dem bei der Rosolsäure beobachteten sehr ähnlich ist, konnte beim Chrysoïdin nachgewiesen werden. Das wie gewöhnlich bereitete Sulfat ergab bei der Umsetzung mit den Baryumsalzen die auf Tafel 7, Fig. 26 wiedergegebenen Absorptionsspectra, welche den Salzen der 1. Lävulinsäure, 2. Essigsäure, 3. Chlorsäure, 4. Benzoesäure, 5. Chlorwasserstoffsäure, 6. Sulfanilsäure, 7. Salpetersäure, 8. Phtalamidoessigsäure, 9. Buttersäure, 10. Phenylpropiolsäure zugehören. Wie man sieht, sind sie keineswegs gleich, und zwar kommt meist den Salzen schwächerer Säuren die geringere Absorption zu. Völlig regelmässig ist in dieser Gruppe die Beziehung nicht zum Ausdruck gelangt, da sehr kleine Unterschiede in der Neutralität einen sehr bedeutenden Einfluss auf die Hydrolyse haben; dass aber die letztere wirklich der Grund der vorhandenen Abweichungen ist, geht sehr deutlich aus Fig. 27 hervor. Die in dieser Gruppe photographirten Lösungen entsprechen denen der Fig. 26, nur enthalten sie sämmtlich neben dem neutralen Chrysoidinsalz ein Aequivalent der entsprechenden Säure im freien Zustande. Wie man sieht, sind die Unterschiede so gut wie völlig verschwunden; nur die den Salzen der schwächsten Säuren zukommenden Spectra, nämlich 1. (Lävulinsäure), 2. (Essigsäure), 3. (Benzoesäure) und 9. (Buttersäure) lassen noch ganz geringe Spuren von Hydrolyse erkennen.

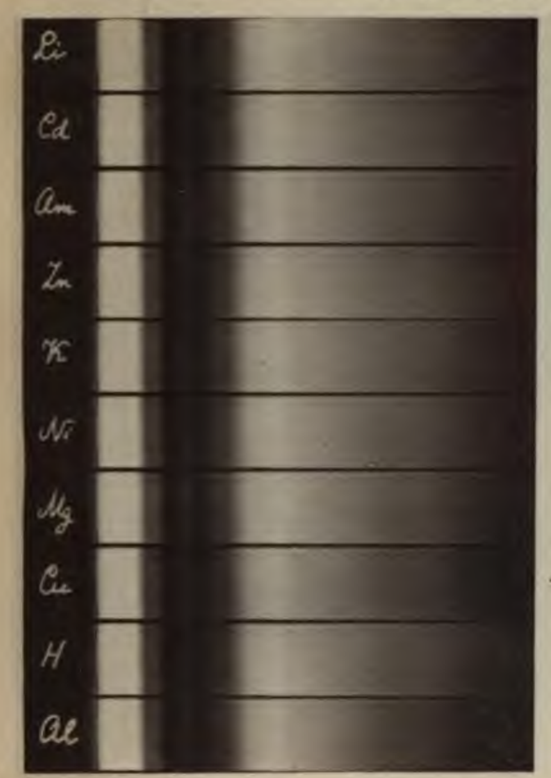
Die Spectra der Fig. 28 sind gleichfalls mit sauren Lösungen erhalten worden; sie sind so übereinstimmend, wie gewöhnlich. Die zugehörigen Säuren sind: 11. Unterschwefelsäure, 12. Trichlormilchsäure, 13. Phtalanilsäure, 14. Glycolsäure, 15. Ueberchlorsäure, 16. Salicylsäure, 17. Monochloressigsäure, 18. Milchsäure, 19. *o*-Nitrobenzoesäure, 20. Schwefelsäure. Die Verdünnung betrug stets 1325 l pro Aequivalent.

12. Schluss. Die vorstehend geschilderten Untersuchungen liessen sich ins Unbegrenzte ausdehnen. Ich habe geglaubt, mich

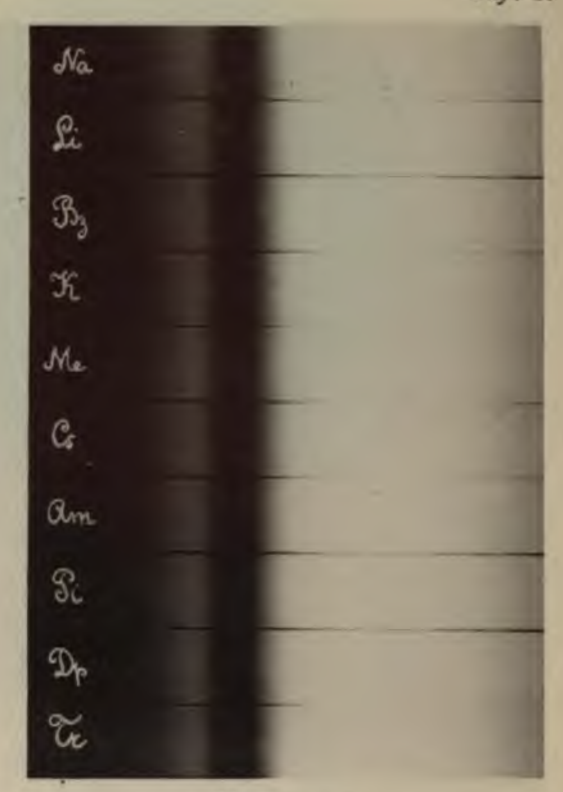
vorläufig mit dem Studium von etwa 300 Fällen begnügen zu können, da dieselben die Frage, ob Salze mit einem und demselben farbigen Jon in verdünnten Lösungen verschiedene Spectra zeigen, oder gleiche, einstimmig in letzterem Sinne entschieden haben. Als Ursachen, welche die Erkennung dieser einfachen Beziehung stören können, wurde einerseits im Falle schwacher Säuren oder Basen die Hydrolyse erkannt, andererseits die Bildung nicht löslicher und demgemäss nicht sich dissociirender Salze. Die erste Störung kann leicht durch Anwendung eines geeigneten Ueberschusses von dem zweiten Bestandtheil des Salzes, der Base oder Säure, erkannt und unschädlich gemacht werden. Die zweite Störung kann unter Umständen sich der Erkennung durch den unmittelbaren Augenschein entziehen, wenn die entstehenden unlöslichen Salze sich in colloider Aufschlämmung befinden. Solche Fälle können aber, selbst wenn eine Abscheidung durch die bekannten Mittel wegen der grossen Verdünnung der Lösung nicht gelingt, sicher durch die Aenderung des elektrischen Leitvermögens erkannt werden, wie das oben dargelegt worden ist.

Wie stets bei derartigen Arbeiten, ist bei der Untersuchung der vorbeschriebenen Erscheinungen neben dem allgemeinen Ergebniss eine Reihe von Fragen und Aufgaben zu Tage getreten, welche ein weiteres Eindringen beanspruchen, als ihnen hier zu Theil geworden ist. Ich hoffe in nicht zu langer Zeit hierüber Weiteres berichten zu können.

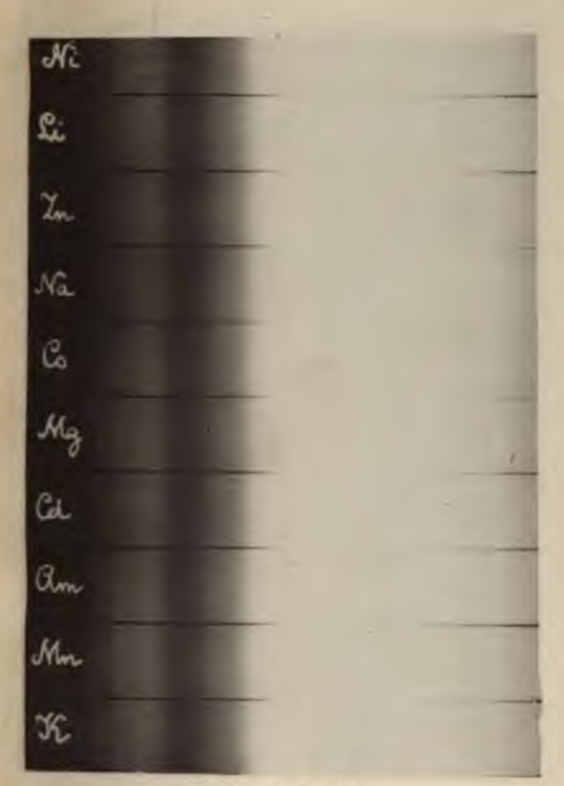
Leipzig, am 1. Januar 1892.



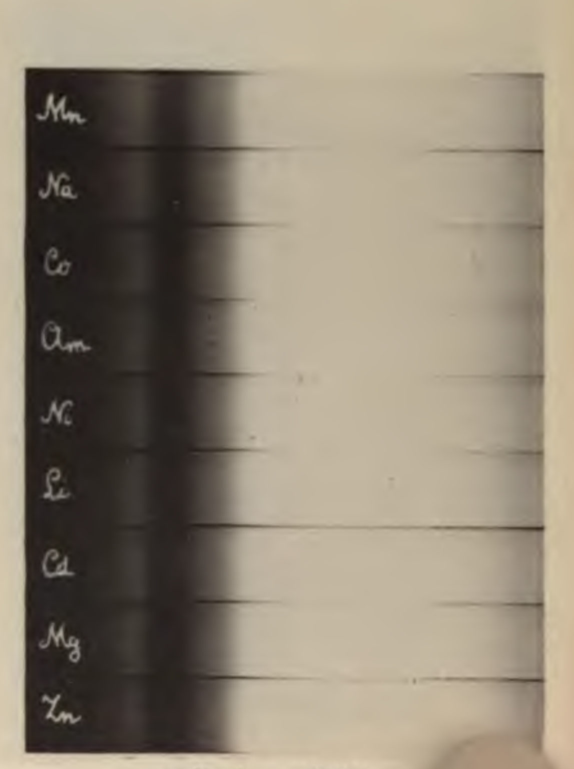
1. Permanganate.



2. Fluoresceïn.



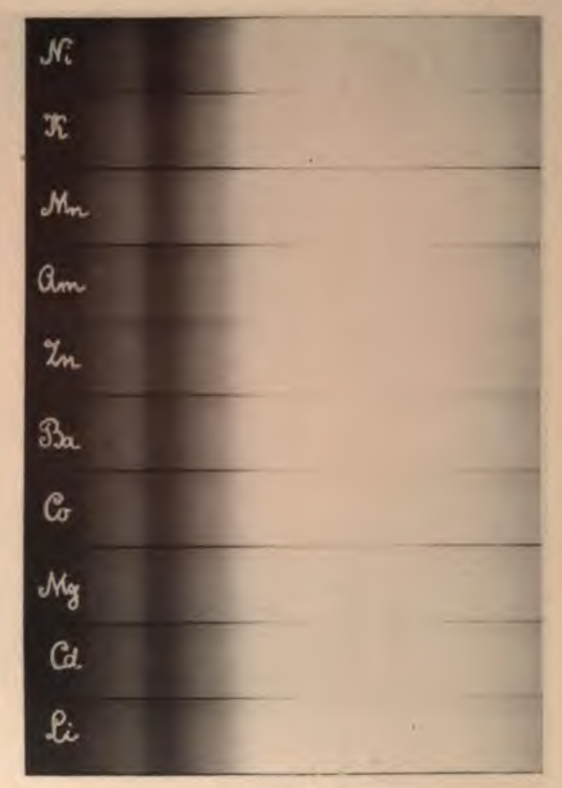
3. Eosin, bläulich.



4. Eosin, gelblich



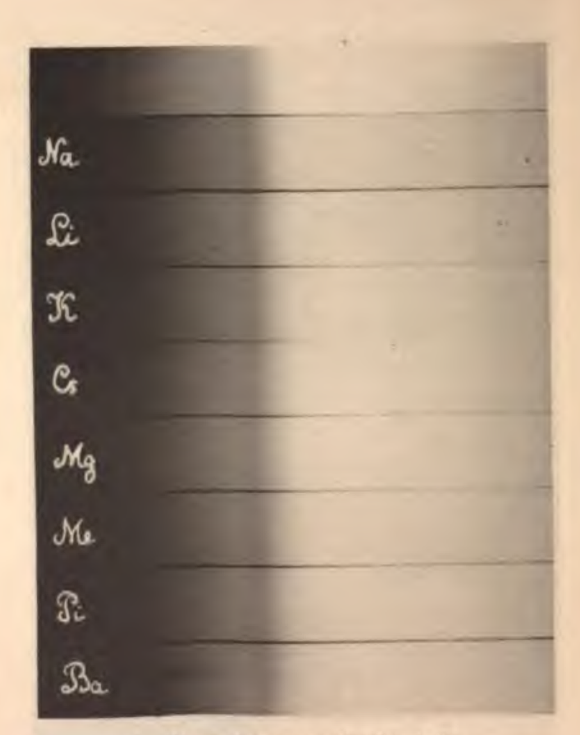
. Fluoresceïn und seine Derivate.



6. Jodeosin.



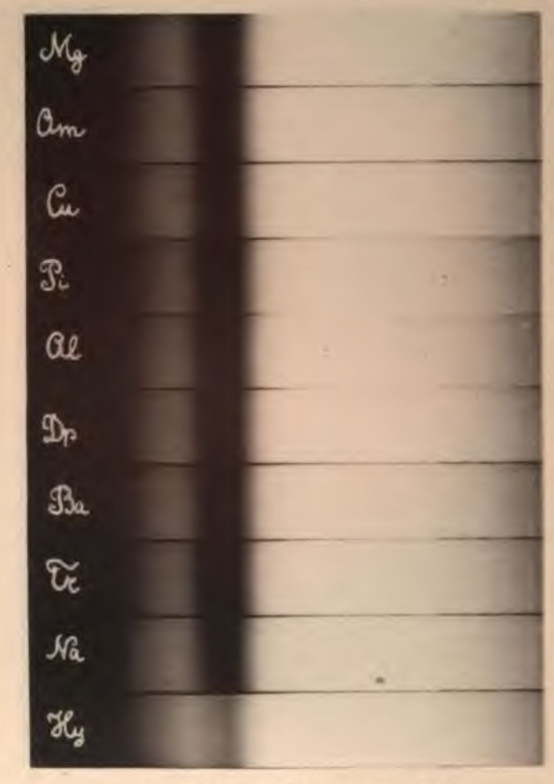
Eosinsalze; 5—10 Jodeosin u. Thonerde.



8. Tetrabromorcinphtaleïn.



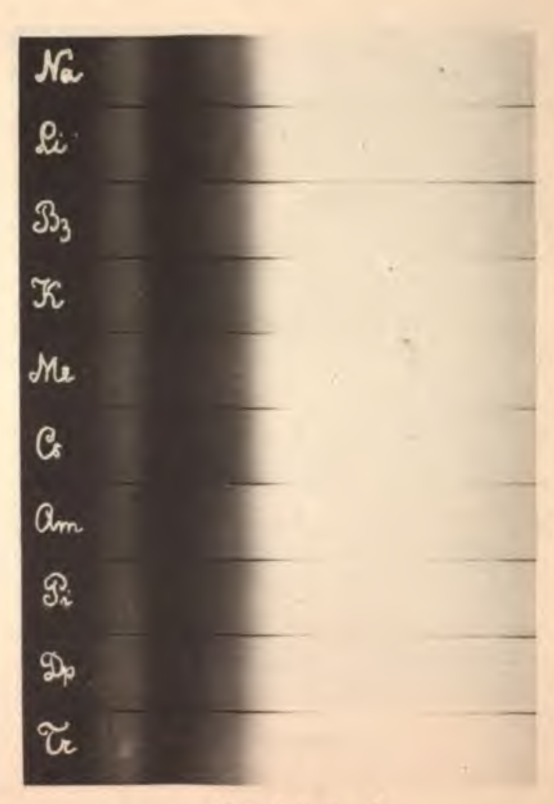
9. Dinitrofluoresceïn I.



10. Dinitrofluoresceïn II.



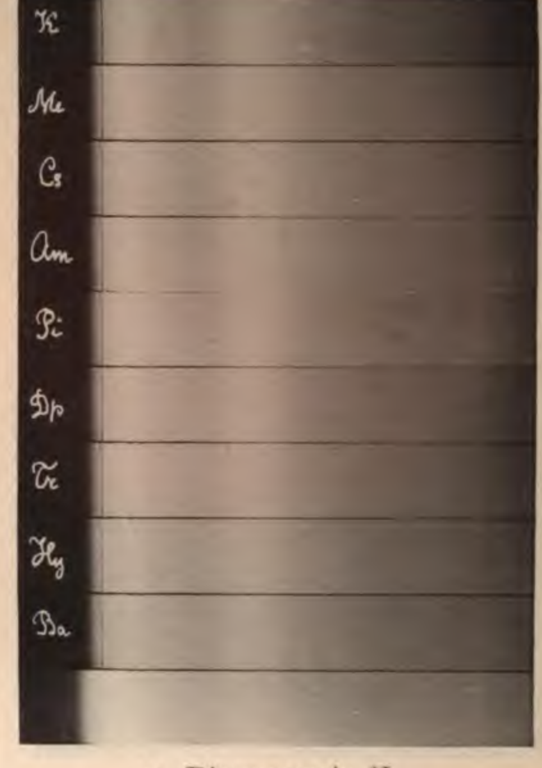
11. Rosolsäure I.



12. Rosolsäure II.



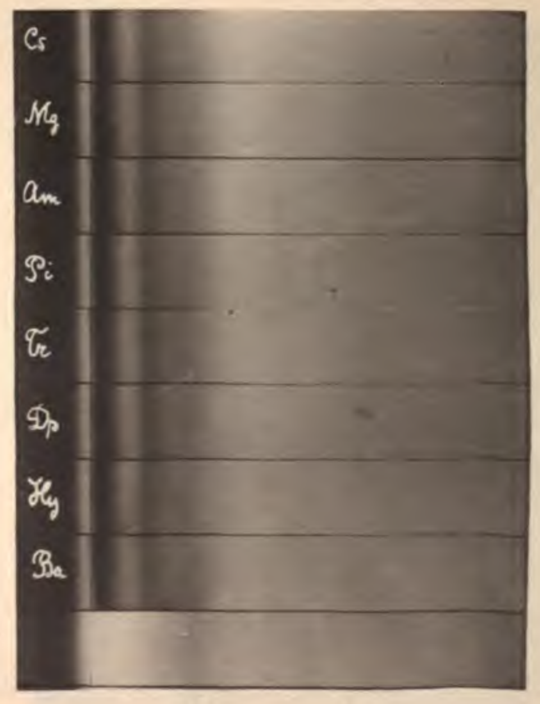
13. Diazoresorcin I.



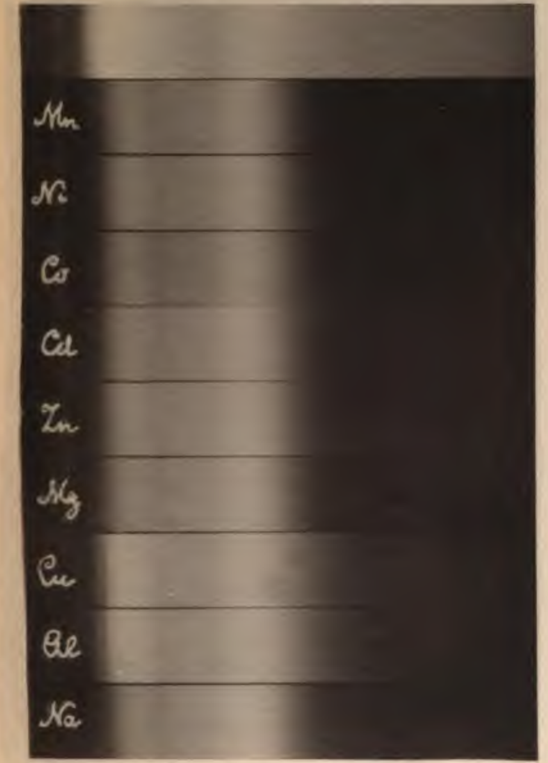
14. Diazoresorcin II.



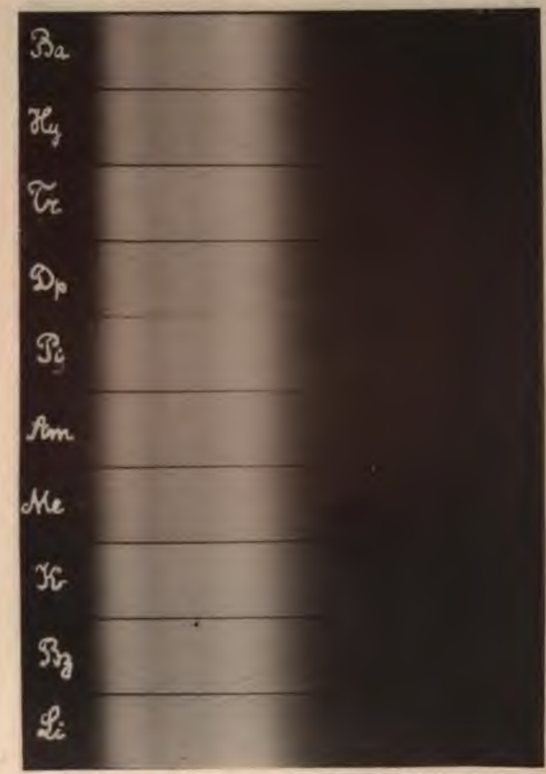
15. Diazoresorufin I.



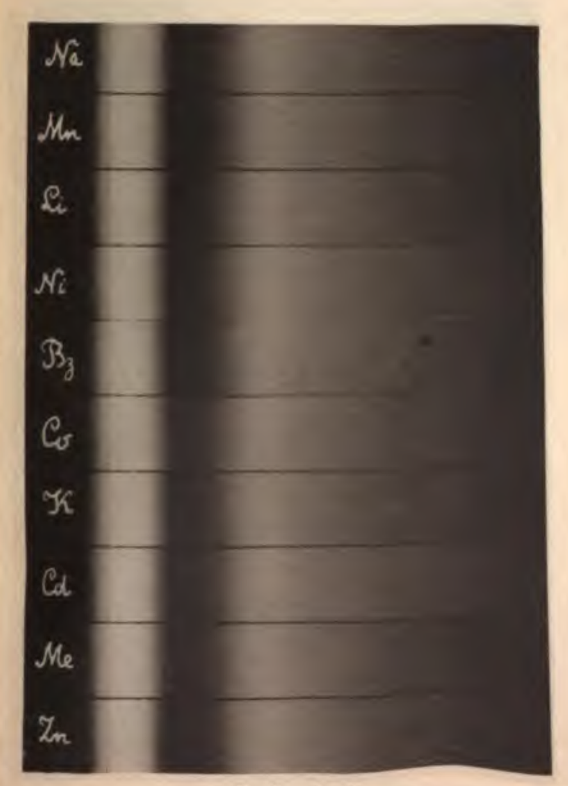
16. Diazoresorufin II.



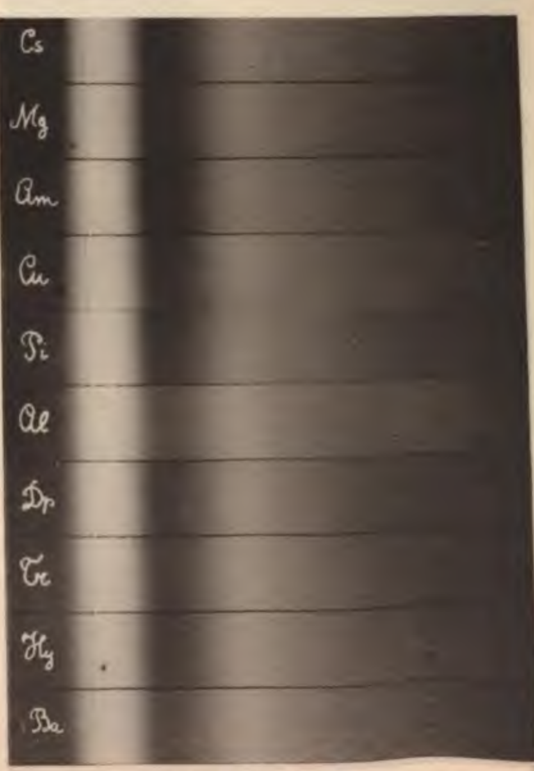
17. Chromoxalate I.



18. Chromoxalate II.



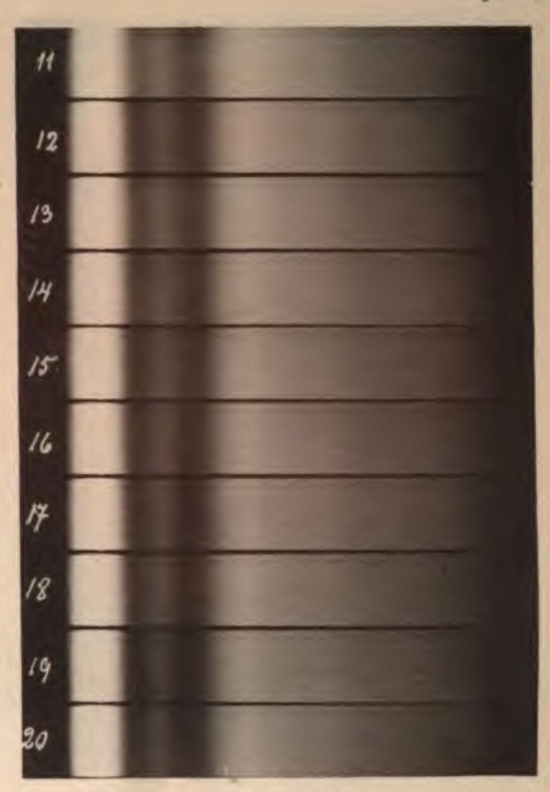
19. Safrosin I.



20. Safrosin II.



21. Rosanilin I.



22. Rosanilin II.

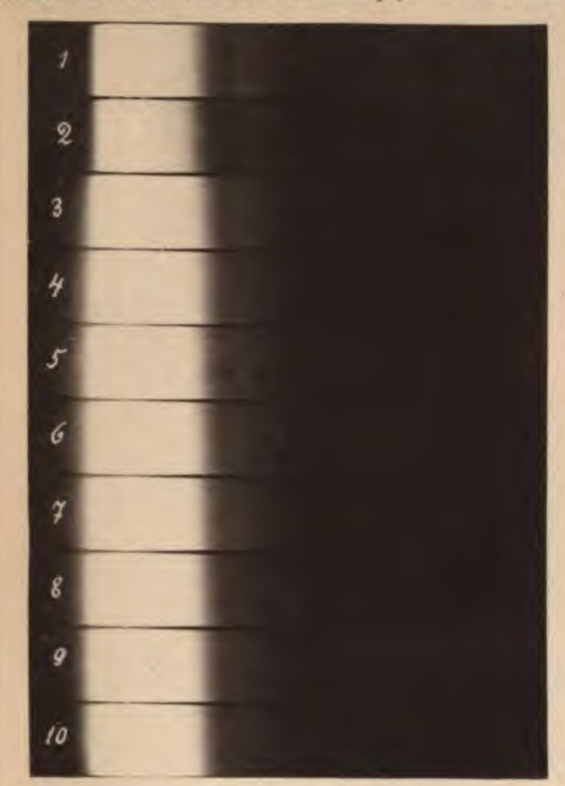


23. Anilinviolett I.



24. Anilinviolett II.

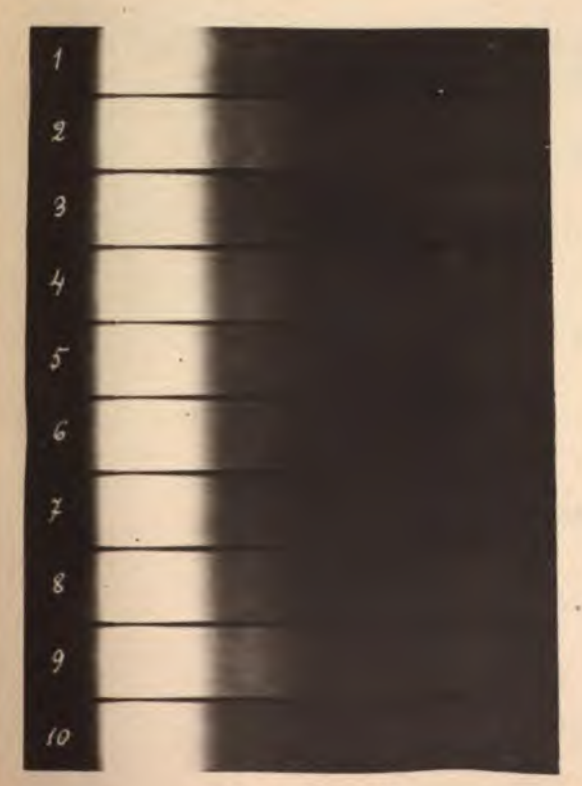




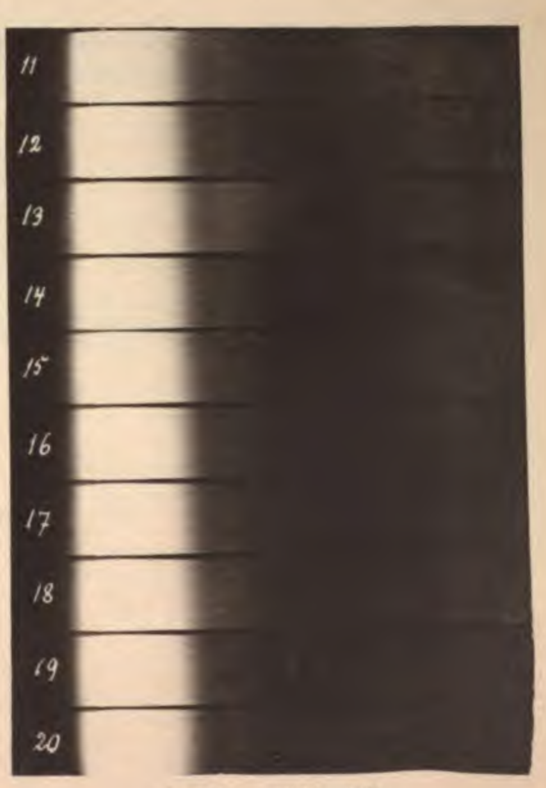
25. Chrysanilin.



26. Chrysoïdin I.



27. Chrysoïdin II.



28. Chrysoïdin III.

ANATOMISCHE UNTERSUCHUNGEN

ÜBER

DIE WEGE DES BLUTSTROMES

IM

MENSCHLICHEN OHRLABYRINTH

VON

Dr. OSWALD EICHLER.

(AUS DEM PHYSIOLOGISCHEN INSTITUT ZU LEIPZIG.)

Des XVIII. Bandes der Abhandlungen der mathematisch-physischen Classe
der Königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften

N° V.

MIT VIER TAFELN UND DREI HOLZSCHNITTEN.

LEIPZIG

BEI S. HIRZEL.

1892.

Von dem Wirklichen Mitgliede C. Ludwig vorgelegt in der Sitzung vom 7. December 1891.
Das Manuscript zum Druck übergeben am 8. April 1892.
Der Druck vollendet am 27. April 1892.

ANATOMISCHE UNTERSUCHUNGEN

ÜBER DIE

WEGE DES BLUTSTROMES

IM

MENSCHLICHEN OHRLABYRINTH

VON

DR. OSWALD EICHLER.

MIT VIER TAFELN UND DREI HOLZSCHNITTEN.

(AUS DEM PHYSIOLOGISCHEN INSTITUT ZU LEIPZIG.)

Erster Theil.

Die Schnecke.

Herstellung der Präparate.

Untersucht wurden die Labyrinthe von Menschen und Hunden. Die Hunde dienten hauptsächlich nur dazu, die Methoden zu prüfen und einzuüben, die ich, um Präparate zu gewinnen, ausarbeitete und im Verlaufe der Untersuchungen mehr und mehr vervollkommnete.

Die Hunde wurden verblutet und alsbald nach dem Tode injicirt. Das letztere geschah auch, wenn irgend möglich, mit den menschlichen Labyrinthen. Bei diesen erhält man aber trotz aller Vorsichtsmassregeln nicht immer Musterpräparate. Denn häufig finden sich wegen beginnender Fäulniss Extravasate.

Die Injection geschieht unter hohem, constantem Drucke (180^{mm} Hg). Sie kann sowohl von der Carotis communis, wie von der Arteria basilaris aus mit Erfolg unternommen werden. An letzterem Orte bindet sich die Canüle zwar schwierig ein, aber sie muss hier eingesetzt werden, wenn es sich darum handelt, die Anastomosen der Gefässe kennen zu lernen. Zudem lassen sich von der Basilaris aus die Gefässe des Labyrinths am sichersten füllen; ich habe daher fast ausschliesslich hier die Canüle eingebunden.

a) Injection von der Carotis communis aus bei Hunden. Die Gefässe werden in der Brusthöhle sorgfältig unterbunden, die untere Hälfte des Thieres wird abgetrennt und der Wirbelcanal mit Watte und Kork verstopft. Die Canülen werden in die beiden Carotiden eingesetzt und durch ein gabelförmiges Rohr mit einander verbunden. Sehr häufig erlebt man Misserfolge durch den Umstand, dass rückständiges Blut namentlich in den Venen des Schädels die

vollständige Füllung der Gefässe hindert. Um dies zu vermeiden, setzt man eine Canüle in die Jugularvene ein, bohrt den Confluens sinuum an und erhält das Bohrloch durch eine Metallcanüle offen. Der Hals wird unterhalb der Canülen durch eine Drahtschlinge comprimirt. Tritt während der Einspritzung Masse stärker aus einem Gefäss ins Freie, so wird es unterbunden, tritt sie schwächer aus, so lässt man es ruhig geschehen. Die Canülen in der Jugularvene und im Confluens sinuum werden erst geschlossen, wenn die Injectionsmasse rein, d. h. nicht mehr mit Blut vermischt, abfliesst.

b) Injection von der Arteria basilaris resp. vertebralis aus beim Menschen. Der Kopf wird etwa in der Höhe des ersten Halswirbels abgetrennt, die Weichtheile sammt Unterkiefer entfernt, die Basis cranii freigelegt, die Pars basilaris des Hinterhauptknochens und der vordere Bogen des Atlas mit dem Zahnfortsatze des Epistropheus weggemeisselt. Hierauf wird die Dura mater eröffnet, die Arteria basilaris jenseits der Brücke an ihrer Theilung in die Arteria profunda cerebri dextr. et sinistr. abgebunden. Da die Basilaris von ihrem Ursprunge bis zum Abgange der Auditiva interna sehr kurz ist, so empfiehlt sich, die Canüle in die eine Vertebralis einzusetzen. Die andere wird, ebenso wie die Jugularvenen ausserhalb des Schädels, unterbunden. Der meist geringe Ausfluss von Masse während der Injection wird auch hier nicht beachtet.

Wichtig ist eine gute Durchwärmung der zu injicirenden Theile. Sie wird erzielt, indem man das Präparat während einer Stunde in warme Kochsalzlösung bringt, deren Temperatur auf der Höhe von 45° C. mittelst Thermostaten erhalten wird. In der Kochsalzlösung finden die Flaschen, die die Injectionsmasse enthalten, neben dem Präparate ihren Platz. Auf diese Weise kann die Injection in der warmen Flüssigkeit vorgenommen werden.

Die Injection ist vollendet, wenn die Masse innerhalb der Flasche ihren Stand nicht mehr ändert. Ist das der Fall, so wird die Salzlösung ausgehebert, dann das Präparat, während der volle Druck noch andauert, mit Eiswasser abgekühlt und nach einer Stunde herausgenommen.

Die Gefässe lassen sich sowohl mit farbigen Injectionsmassen als auch mit Metall injiciren.

a) Injection mit farbigen Massen. Nach vielfachen Versuchen habe ich folgende, schon wiederholt gebrauchte angewendet:

1) eine aus Berliner Blau und Leim. Sie wird hergestellt aus 250 ccm 2% Berliner Blau und 50 g Leim in 250 ccm destillirtem Wasser. Mit ihr lassen sich Arterien, Capillaren und Venen injiciren.

2) eine aus Kienruss und Leim (zu beziehen von Dr. GRÜBLER in Leipzig). Sie eignet sich ihrer zähen Beschaffenheit wegen nur zur Füllung der Arterien.

Sehr schön lassen sich mit beiden Massen durch aufeinanderfolgende Einspritzungen die Arterien schwarz, Capillaren und Venen blau füllen.

Während die blaue Masse mit Leichtigkeit das in den Gefässen enthaltene Blut herausspült, vermag das die schwarze nicht. Verwendet man nur sie, so muss man vorher mit warmer Salzlösung den Gefässbezirk durchspülen.

Beide Massen sind unlöslich in Salzsäure.

Nach der Injection wird das Labyrinth aus dem Schädel herausgenommen, von den benachbarten Weichtheilen befreit und der Steigbügel aus dem ovalen Fenster entfernt. Entkalkt wird das Labyrinth in 10% Kochsalzlösung, der 2 bis 3% Salzsäure zugefügt werden. Die Kochsalzlösung statt Wassers wird nach VON EBNER (9)[1] gewählt, um die Quellung des Knochengerüstes zu verhüten. Die Entkalkung beansprucht bei Neugebornen nur wenige Tage, bei Erwachsenen einige Wochen trotz wiederholten Wechselns der Säure.

b) Injection mit Metall. Soweit die Gefässe in knöchernen Kanälen verlaufen — wie es bei der Schnecke zum Theil der Fall ist — kann man noch auf andere Weise ihren Verlauf darstellen. Im Archiv für Ohrenheilkunde, im 30. Bande, habe ich ein Verfahren[2]) beschrieben, durch das es auf einfache Weise gelingt,

---

1) Die Zahlen hinter den Autoren bedeuten die Reihenfolge, in der ihre Abhandlungen im Literaturverzeichniss aufgeführt sind.

2) Das Verfahren lässt sich auch für das Studium anderer Hohlräume verwenden und hierauf erlaube ich mir Anatomen noch besonders aufmerksam zu machen. Gypsmodelle, in vergrössertem Massstabe nach meinen Präparaten hergestellt, sind für einen billigen Preis zu haben: bei Herrn Modelleur STEGER in Leipzig, Promenadenstrasse.

Corrosionspräparate des Labyrinths herzustellen. Indem ich auf diese Abhandlung verweise, will ich hier nur erwähnen, dass das Verfahren im Wesentlichen darauf beruht, die Höhlen des Labyrinths im luftverdünnten Raume zu füllen. Auf gleiche Weise lässt sich der Verlauf der Knochengefässe darstellen, indem am trockenen Labyrinthknochen die Scalen vom ovalen Fenster aus mit dünnem Gypsbrei ausgefüllt werden. Ist der Brei fest geworden, so wird vom Foramen centrale aus mit WOOD'schem Metall injicirt. Macerirt wird mit 20% Kalilauge und hinterher mit schwacher Salzsäure.

Da es bei Gefässpräparaten wesentlich darauf ankommt, den Zusammenhang der Theile nicht zu vernichten, so habe ich auf das übliche Schnittverfahren verzichtet und hauptsächlich grössere, zusammenhängende Flächenstücke angefertigt. Schnitte wurden nur ausnahmsweise zur Feststellung feinerer Einzelheiten benutzt. Zusammenhängende Flächenstücke erhält man entweder aus entkalkten Labyrinthen oder durch Corrosion. Präparate letzterer Art sind ausserordentlich belehrend, da sich an ihnen der arterielle und venöse Gefässverlauf im Zusammenhang am ganzen Labyrinth verfolgen lässt. Sie werden auf folgende Weise gewonnen: ein injicirtes, nicht entkalktes Labyrinth, dessen Steigbügel und benachbarte Weichtheile entfernt werden, wird, nachdem es je 24 Stunden in absolutem Alkohol, dann in einer Mischung von absolutem Alkohol und Aether zu gleichen Theilen gelegen hat, in ein Gefäss mit dünner Celloidinlösung gebracht, wie es STEINBRÜGGE (32) und nach ihm BARTH (1) vorgeschlagen haben. Das Gefäss kommt unter eine luftdicht schliessende Glasglocke, deren Luft mehrmals evacuirt wird. Nach 24 Stunden lässt man das Celloidin verdunsten und bringt dann das Präparat in 25% oder rohe Salzsäure. Das Einlegen in Oel, wie es BARTH vor der Entkalkung verlangt, habe ich nicht für nöthig gefunden. Nach einigen Tagen lässt sich das Labyrinth unter Wasser mit einem stumpfen Instrumente von allen anhaftenden Kalkbröckeln befreien. So gelingt es, die Schnecke im Zusammenhang mit dem Vorhofe und den Bogengängen darzustellen, ohne dass die Injection der Gefässe irgendwie beeinträchtigt würde.

Die aus entkalkten Labyrinthen hergestellten Präparate werden mit Xylol aufgehellt und in Canadabalsam eingeschlossen. Die Celloidin-Corrosionspräparate werden mit Glycerin durchsichtig ge-

macht. Sie mit Xylol aufzuhellen, ist nicht rathsam, da sie vorher in absoluten Alkohol gebracht werden müssten, in dem sie aber leicht zusammenfallen. Die Metall-Corrosionspräparate werden in Glaswürfeln aufbewahrt. Diese sind an vier Seiten plangeschliffen und werden an den beiden andern Seiten mit einem Deckglase geschlossen. Damit das Präparat in seiner Stellung fest bleibt, wird es eingebettet in Canadabalsam, den man im luftverdünnten Raume fest werden lässt.

Die beigefügten Zeichnungen sind mit grosser Sorgfalt und unter meiner beständigen Aufsicht angefertigt worden. Jede Zeichnung ist das naturgetreue Bild je eines Präparates. Nur in ganz vereinzelten Fällen sind feinere Einzelheiten aus zwei Präparaten ergänzt worden. Wo nichts Anderes bemerkt ist, gelten die Zeichnungen für den Menschen. In den Bildern der Gefässe sind, wie üblich, die Arterien roth, die Venen blau gefärbt.

Am Fusse der Tafeln findet sich eine kurze Erklärung der in den Figuren gebrauchten Buchstabenbezeichnungen; des beschränkten Raumes wegen konnten leider nicht alle erklärt werden, doch geschieht dies im Texte.

Ueber den Bau der Schnecke.

Bevor ich den Verlauf und die Vertheilung des Blutstromes schildere, muss ich auf eine bisher unbekannte Einrichtung im Bau der Schnecke aufmerksam machen, da sie für unsern Gegenstand von grundlegender Bedeutung ist.

Bettet man ein menschliches Labyrinth in Celloidin ein und macerirt es mit 20% Kalilauge, so zerfallen nach kurzer Zeit der Warzentheil, der innere Gehörgang, der Vorhof und die Bogengänge in eine grobe, bröckliche Masse, die aus phosphorsaurem Kalk und collagenem Bindegewebe besteht. Die Schnecke allein bleibt übrig und sie zeigt sich umhüllt von einer Membran. Entkalkt man eine so macerirte Schnecke mit 1% Salzsäure-Alkohol und legt durch sie Längsschnitte, d. h. Schnitte, die von der Spitze nach der Basis zu möglichst parallel zum Modiolus geführt werden, so erhält man eine Uebersicht über das Verhalten dieser umhüllenden Membran. Fig. 1 und 2 auf Tafel I stellen zwei Längsschnitte der Schnecke eines Neugebornen dar und zwar Fig. 1 einen tangentialen, bei dem der

Modiolus nicht mitgetroffen ist, Fig. 2 einen Schnitt, der nur die erste und zweite Windung enthält. Aus beiden Figuren ist ersichtlich, dass die Hülle keine Einheit ist, sondern aus drei Stücken besteht: einem äussern (1), mittlern (2) und innern (3) Blatte. Das innere Blatt bildet die Grundlage des Modiolus, der Aussen- und Zwischenwand[1]) der Scalen, das äussere aber umhüllt die Schnecke im Ganzen, bildet also eine Kaspel und die Grundlage für den Deckknochen. Wir wollen daher das innere Blatt als Grundhaut, das äussere als Kapsel bezeichnen. Während Kapsel und Grundhaut, soweit diese die Aussen- und Zwischenwand bildet, compact sind, ist das mittlere Blatt spongiös und besteht aus einem System feiner Bälkchen, in denen sich eine Anzahl verschieden gestalteter Löcher befindet. Die Lücken zwischen den Bälkchen sind mit Gefässen und Fett ausgefüllt. Färbt man mit Picrocarmin oder Hämatoxylin, so lässt sich an den Bälkchen (Fig. 1) ein stärker und ein schwächer gefärbter Theil unterscheiden. Die nämliche spongiöse Masse findet sich auch bei *a. n* (Fig. 1 und 2), der Eintrittsstelle des Schneckennerven, sowie im Modiolus (*M* Fig. 2) und in der Wurzel der Zwischenwand. Kapsel und Grundhaut setzen sich aus längs verlaufenden Faserbündeln zusammen.

Ausser durch Maceration mit 20% Kalilauge lässt sich die Hülle auch dadurch gewinnen, dass man die mit Celloidin injicirte Schnecke mit 5% Salzsäure-Alkohol behandelt. Nach kurzer Zeit kann man die Schnecke mit einem Messer, wie ein hartgekochtes Ei aus der Schale, aus ihrer knöchernen Umhüllung lösen. Dann lässt sich die Kapsel als eine zusammenhängende Membran entfernen und es bleiben die Grundhaut und die auf ihr sitzenden, mit Kalksalzen bedeckten Bälkchen übrig. Auf diese Weise lässt sich auch nachweisen, dass die Membran des runden Fensters ein Bestandtheil der Grundhaut ist. Nach Entfernung der Kapsel sieht man nämlich die Grundhaut ununterbrochen in die Membran des runden Fensters übergehen.

Setzt man die Maceration der Schnecke mit 20% Kalilauge etwa 6 Wochen lang fort, so zerfällt die Hülle, besonders wenn die Höh-

---

1) Unter Zwischenwand wird die Wand verstanden, die je zwei übereinanderliegende Windungen von einander trennt und von der Aussenfläche der Spindel zur Innenfläche der knöchernen Kapsel verläuft (Schwalbe [28]).

lung nicht mit Celloidin ausgefüllt ist, in eine Anzahl feiner, glasheller Häutchen, die gewöhnlich noch mit Bröckeln aus kohlensaurem Kalk besetzt sind. Bringt man die Häutchen, nachdem sie mit Kochsalzlösung oder Alkohol ausgelaugt worden sind, in 1 bis 2% Salzsäure-Alkohol, so findet lebhafte Gasentwickung statt.

Will man sich über die chemischen Eigenschaften und über die feinere Structur der Hülle unterrichten, so hat man die Wahl, entweder Stücke von der mit Celloidin injicirten und nur kurze Zeit mit 20% Kalilauge behandelten Schnecke abzuziehen oder die durch längere Maceration dargestellten Häutchen zu benutzen. Wählt man diese, so lässt sich über die chemischen Eigenschaften der Hülle Folgendes aussagen:

1) Sie ist unzerstörbar durch 20 % Kalilauge. Macerire man, so lange man will: immer erhält man, wenn auch keine zusammenhängende Hülle, doch eine Anzahl feiner Häutchen.

2) Mit MILLONS Reagens giebt sie keine Reaction.

3) Beim zehnstündigen Kochen im zugeschmolzenen Glasröhrchen, also unter hohem Drucke, löst sich ein grosser Theil; es hinterbleibt aber ein feines, structurloses Häutchen, das mit Löchern versehen ist. Bringt man die Lösung sammt Häutchen in 0,6% Kochsalzlösung und dampft diese nahezu ein, so gelatinirt sie nicht beim Erkalten. Das Häutchen ist in kaltem Wasser unlöslich, wird mit Salpetersäure und Ammoniak nicht gelb.

4) Sie ist in Trypsin verdaulich, in Pepsin-Salzsäure (0,2% HCl + Pepsin) unverdaulich.

5) Der Fäulniss widersteht sie nicht.

Wird jeder stärkere Druck mit dem Deckglase vermieden, so zeigt sich die Hülle mikroskopisch zusammengesetzt aus Bändern und feinsten Fasern, die sich nach allen Richtungen wirr durchkreuzen und ein dichtes und festes Flechtwerk bilden. Zwischen den Bändern und Fasern findet sich eine Anzahl grösserer und kleinerer, kreisrunder oder ovaler Löcher.

Die Hülle lässt sich sowohl aus frischem, wie aus trockenem Knochen, sowohl vom Erwachsenen, wie vom Kinde gewinnen.

Woraus besteht nun diese eigenthümliche Hülle, die so bemerkenswerthe Eigenschaften besitzt? Aus collagenem Bindegewebe sicherlich nicht, denn sie giebt beim Kochen keinen Leim. Zur Gruppe

der Eiweisskörper gehört sie auch nicht, denn sie reagirt nicht auf Millons Reagens. Es liegt nahe, an Neurokeratin zu denken, auf dessen Vorkommen in der Schnecke Steinbrügge (31) aufmerksam gemacht hat, aber dieses ist durch 20% Kalilauge zerstörbar. Die chemischen Eigenschaften der Hülle: ihre Resistenz gegen concentrirte Kalilauge, ihre Verdaulichkeit in Trypsin bringen sie in die nächste Verwandtschaft zum elastischen Gewebe. Ich sage: nächste Verwandtschaft, denn gegen die Annahme einer Uebereinstimmung erhebt sich der Umstand, dass die Hülle in Pepsin-Salzsäure unverdaulich ist (Ewald [10]). Alle unsere Erfahrungen aber drängen zu der Annahme, dass der Ausdruck elastisches Gewebe nur als Sammelbegriff zu gebrauchen ist und mehrere Arten vereinigt, die chemisch etwas different sind.

Mag dem nun sein, wie ihm wolle, mag unsere Hülle echtes elastisches Gewebe sein oder ihm nur nahestehen, die Thatsache steht fest, dass die Grundsubstanz der Schnecke aus einem eigenthümlichen Gewebe besteht.

Für den Blutstrom der Schnecke ist die Grundhaut dadurch von hervorragender Bedeutung, dass in sie das Strombett eingeschaltet ist. Nach welcher Richtung Kapsel und mittleres Blatt der Hülle bedeutungsvoll sind, wird bei einer andern Gelegenheit besprochen werden. Aus den Eigenschaften der Grundhaut für den Blutstrom wollen wir nun einiges folgern.

Bekanntlich wird die Aussenwand des Ductus cochlearis vom Ligamentum spirale gebildet. Nach Schwalbe (28) ist seine dünne, äusserste, der knöchernen Schnecke anliegende Schicht als ihr Periost aufzufassen. Sie ist nicht glatt gegen den Knochen abgegrenzt, sondern greift mit buchtigen Contouren in seine Grenzlinie hinein. Diese sogenannte periostale Schicht des Ligamentum spirale muss demjenigen Abschnitt der Grundhaut gleichgestellt werden, der die Aussenwand der Scalen und somit auch des Ductus cochlearis bildet. Diese Annahme erhebt sich zur Thatsache, wenn wir uns überlegen, dass das Ligamentum spirale in seiner ganzen Ausdehnung die sogenannten periostalen Gefässe trägt und sich in ihm ein reiches Capillarnetz, die Stria vascularis, ausbreitet. Durch die Injection lässt sich zeigen, dass die sogenannten periostalen Gefässe, die in der Wurzel der Zwischenwand entspringen, die Grundhaut, soweit sie

Zwischenwand ist, als Brücke benutzen, um sich in der Aussenwand in Capillaren aufzulösen, die sich im Ligamentum spirale am dichtesten verbreiten.

Aus den Zeichnungen ist zu ersehen, dass die Grundhaut, soweit sie als Zwischen- und Aussenwand dient, geschlossen ist. An ausgeschälten Schnecken zeigen sich nur an zwei Stellen Durchbohrungen der Grundhaut, nämlich: im Grunde des innern Gehörganges — an der Stelle des Tractus foraminulentus und des Foramen centrale — und an der Apertura interna aquaeductus cochleae. Diese Thatsache ist für den Blutstrom bedeutungsvoll. Von Politzer (21)[1] ist behauptet worden, es bestände eine Verbindung zwischen den Gefässen der Paukenhöhle und des Labyrinths mittelst perforirender Aeste. Wie bei der Erörterung der knöchernen Labyrinthkapsel noch gezeigt werden wird, erweist sich diese Annahme als nicht richtig oder muss vielmehr in einem ganz andern Sinne aufgefasst werden, als Politzer dachte. Denn es lässt sich das Gesetz aufstellen, dass der Blutstrom der Schnecke und, wie gleich erweiternd hinzugefügt werden soll, des Vorhofes und der Bogengänge ein in sich geschlossenes System bildet, das während seines Laufes durch das Labyrinth an keiner einzigen Stelle in Beziehung tritt zu den Gefässen des umgebenden Knochens. Nur in seinem Beginne, — im innern Gehörgange — und an seinem Ende, — an der Ausmündung der Aquaeducte — verbindet sich der Strom mit den Gefässen der Umgebung.

Eine Hülle, die so standhaft ein so starkes chemisches Reagens, wie 20% Kalilauge, erträgt, und deren Bau einen hohen Grad von Festigkeit verbürgt, vermag wohl auch lange Zeit krankhaften Processen zu widerstehen. Jedenfalls erklärt sich aus ihrer Anwesenheit, sowie aus dem gesetzmässigen Verlaufe des Blutstromes ungezwungen der so häufige Fund von Ausstossung der Schnecke bei necrotischen Vorgängen. Die Schnecke, die, geschützt durch ihre Grundhaut, ungestört Blut austauscht, kann sich auf lange Zeit lebendig erhalten, während ihre Umgebung, die von einer andern Quelle genährt wird und der Schutzvorrichtungen entbehrt, abstirbt.

---

1) Siehe auch den historischen Rückblick.

Vermöge der elastischen Eigenschaften der Hülle und der lockern Verbindung ihrer Theile ist die Uebertragung von Kräften sowohl von der Schnecke auf die Kopfknochen, wie von den Kopfknochen auf die Schnecke beschränkt. Dies ist möglicherweise für die Schallleitung durch die Kopfknochen von Wichtigkeit. Inwieweit hier Kräfte übertragen werden, wäre nur durch ihr Ausmass sicher zu entscheiden. In beschränktem Grade vermag die Grundhaut vielleicht die Schwingungen von Lufttheilchen auf die Labyrinthflüssigkeit zu übertragen. Bei Kranken mit Verluste des Trommelfells und der drei Gehörknöchelchen beobachtet man häufig keine absolute Taubheit, sondern nur eine starke Schwerhörigkeit. Hier können wir uns vorstellen, dass die Luftwellen zunächst auf die Membran des runden Fensters treffen, die den Untersuchungen Bucks, Burnetts und Weber-Liels (39) gemäss zu selbständigen Bewegungen veranlasst werden kann. Diese vermittelt dann die Anstösse dem übrigen Theile der Grundhaut und so wird das Labyrinthwasser in Bewegung gesetzt.

Der Blutstrom.

Der Blutstrom der Schnecke hat die Eigenthümlichkeit, dass Zufluss und Abfluss nicht, wie bei vielen andern Organen, am selben Orte stattfinden. Vielmehr geschieht der Zufluss durch das Foramen centrale, der Abfluss durch einen Kanal in der Nähe des Aquaeductus cochleae. Der Strom läuft also nicht im Kreise. Auf ihrem Wege spaltet sich die zuführende Arterie in drei Capillargebiete: das des Modiolus, das des Spiralblattes und das der Scalenwände. Es sind nunmehr die Wege zu erörtern, die der Blutstrom einzuschlagen hat, um diese Aufgabe erfüllen zu können.

A. Die Arterien.

Das Labyrinth wird von einem einzigen Gefässe gespeist. Dieses ist der Endast einer starken Arterie, die, aus der Basilaris entspringend, unter dem Namen der Auditiva interna bekannt ist. Jedoch führt sie grossentheils ihren Namen mit Unrecht, denn sie versorgt auch das Kleinhirn mit zahlreichen und starken Aesten. Erst nachdem sie sich durch die Abgabe dieser wesentlich ge-

schwächt hat, tritt ihr Endast, die eigentliche Auditiva interna, in den innern Gehörgang ein. In seinem Grunde zerfällt sie bekanntlich in zwei Aeste, in einen Ast für die Schnecke und einen zweiten für den Vorhof und die Bogengänge. Hier will ich gleich der herrschenden Vorstellung entgegentreten, nach der die Gebiete beider Arterien scharf gegen einander abgegrenzt wären. Vielmehr wird noch bewiesen werden, dass die Schneckenarterie Zweige in den Vorhof und die Bogengänge entsendet und so mit der Vorhofsarterie wetteifert.

Die Schneckenarterie dringt durch das Foramen centrale in Gesellschaft des Nervus cochleae unverästelt in die Spindel ein. Beim Menschen zerfällt sie also nicht, wie Schwalbe (28) angiebt, vor ihrem Eintritt in fünfzehn bis zwanzig kleiner Aeste. Den weitern Verlauf der Arterie in der Schnecke stellt die Fig. 2 *A* auf Tafel II dar. Die Arterie steigt im Centralkanale nicht geradlinig auf, sondern beschreibt um den Nerven die Gestalt einer langgezogenen Spirale (*a*). Etwa in der Höhe der ersten halben Windung theilt sie sich in zwei Hauptäste. Von diesen geht der längere (*de*) im Bogen nach unten zur ersten halben Windung, zum Vorhofe und zu einem Theile der Bogengänge. Der kürzere (*bc*) steigt spiralig nach oben; er ist bestimmt für die andere Hälfte der ersten und für die zweite und dritte Windung; sein Ende ist nach der Kuppel zu büschelförmig[1]).

Beide Hauptäste bieten in ihrem Verlaufe ein eigenthümliches Verhalten dar, dessen Verständniss ohne besondere Vorsichtsmassregeln schwierig zu erreichen ist.

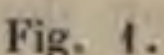
Will man sich über die verwickelten Verhältnisse der Hauptäste Rechenschaft geben, so studire man sie an Präparaten, an denen nur die Arterien injicirt sind. Hier überzeugt man sich leicht, dass die Gefässe sich bestreben, ihre Bahn möglichst zu verlängern. Sie verlaufen nicht geradlinig, sondern vielfach gewunden (vergl. Tafel II, Fig. 2), bald in stärker, bald in schwächer gekrümmtem Bogen, bald nur einfach geschlängelt. Aus diesen vielfach gewundenen Stücken gehen nun Zweige hervor. Bald sind auch sie

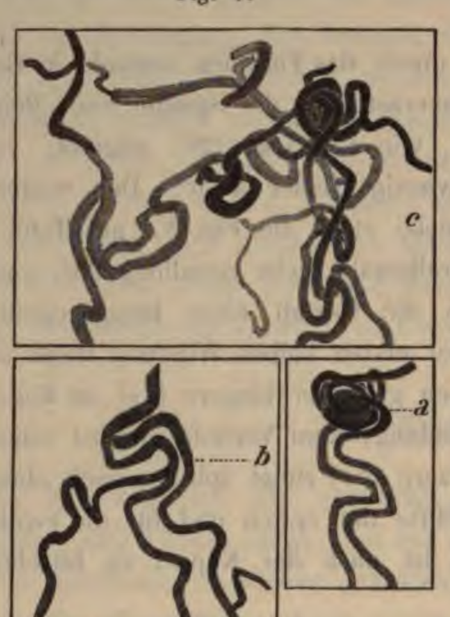
---

1) Dieses Ende ist in der Figur gesondert (*B*) gezeichnet; es wurde im Präparate abgetrennt; sein Ansatz ist bei x in *A* zu suchen.

nur einfach geschlängelt, bald bilden sie Schleifen, bald Bogen, indem je zwei oder mehr geschlängelte Gefässe miteinander sich vereinigen. Je näher die Windungsstücke nach der Spitze oder je näher sie nach der Basis zu liegen, um so einfacher werden sie.

Alle diese gewundenen Arterienstücke, die sowohl beim erwachsenen, wie neugebornen Menschen vorkommen, liegen nun in den verschiedensten Ebenen über-, durch- und nebeneinander. Dies ist auch der Grund, warum man an sehr prall injicirten oder gar doppelt injicirten Präparaten nicht immer ins Klare kommt. Namentlich bei letztern werden die Arterien von darunterliegenden Venen oft so verdeckt, dass es schwer oder gar nicht gelingt, ihren Verlauf zu verfolgen. Man vergleiche beispielsweise auf Tafel II, Fig. 2 mit Fig. 3. Fig. 2 ist nach einem Präparate gezeichnet, wo die Venen gar nicht, Fig. 3 nach einem, wo die Venen sehr stark gefüllt waren. Trotzdem wir ein Mikrostereoskop benutzten und uns bemühten, alle Windungsstücke richtig einzuordnen, ist uns das in Fig. 3 nur unvollkommen gelungen.


Fig. 1.



Wie sehr man sich hüten muss, Funde an Thieren ohne Weiteres auf den Menschen zu übertragen, ergiebt sich in unserm Falle aus einer Vergleichung des Hundes mit dem Menschen. Beim Hunde ist keine einheitliche Arteria cochlearis vorhanden, sondern der Zufluss wird gleich aufangs durch eine grosse Zahl kleiner Arterien hergestellt. Hier sieht man eigenthümliche Gebilde, die lebhaft an Glomeruli erinnern, insofern die Arterie (siehe die oben stehende Fig. 1 [1]) mehrmals knäuelförmig um sich selbst sich aufwickelt (*a*), ehe sie sich

1) Die oberflächlich liegenden Arterienstücke sind in der Figur durch den dunklern, die tiefer liegenden durch den hellern Farbenton hervorgehoben.

in Zweige — meist zwei — spaltet. Wiederum bemerkt man andere, die keine Knäuel, sondern nur einfach gewundene Stücke (*b*) bilden, die in verschiedenen Ebenen um- und durcheinander gewickelt sind. Auch findet man Knäuel, deren Windungsstücke sich allen Bemühungen zum Trotz nicht genau entwirren lassen (*c*).

Doch kehren wir wieder zum Menschen zurück. Während der Stamm der Schneckenarterie im Centralkanal, also im Innern der Spindel, aufsteigt, liegen ihre Hauptäste mit ihren eigenthümlich gewundenen Stücken ausserhalb des Modiolus. Ihre Lage entspricht der Wurzel der vestibularen Zwischenwand. Hier sind sie in knöcherne Kanäle eingebettet. Deshalb gelingt es, sie an Ausgüssen zu studiren, die mit Woodschem Metall hergestellt werden. Ein solcher Ausguss zeigt einen grössern Gefässreichthum als ihn die bestgelungenen, mit unsern Leimmassen gewonnenen Präparate zu liefern vermögen. Im Uebrigen decken sich auch hier die Verhältnisse mit der bisherigen Schilderung, namentlich zeigt sich — um dies nochmals ausdrücklich hervorzuheben —, dass es sich nicht um Knäuel, sondern nur um eigenthümliche Windungen handelt.

Das System der gewundenen Arterienstücke versorgt das häutige Spiralblatt und die Scalenwände. Dies versinnlicht Fig. 1 auf Tafel IV, die nach der Schnecke eines Erwachsenen gezeichnet ist. Um das Innere der Schnecke übersehen zu können, ist durch Wegnahme eines Stückes der Aussenwand ein Fenster gebildet worden. *m* sind die Zweige zum Spiralblatte, *n* die zu den Scalenwänden. Um die Ausbreitung des Ausläufers des absteigenden Hauptastes der Schneckenarterie zu verstehen, betrachte man auf Tafel III Fig. 1 und 2. Sie sind die getreuen Abbildungen der rechten Labyrinthe von Erwachsenen, nur sind die Contouren der Labyrinthe nach Metallausgüssen aufgenommen und die Bündel des Schneckennerven etwas schematisch gezeichnet worden. In Fig. 1 ist das Labyrinth etwa in der Lage zu denken, welche es in der aufrechten Stellung des Menschen einnimmt. Hierbei übersieht man den Verlauf der Scala vestibuli. Die Schneckenarterie, die trotz ihrer tiefen Lage bei der Durchsichtigkeit des Präparates gut zu verfolgen war, ist gegliedert gezeichnet und etwas schwächer gefärbt. In Fig. 2 ruht die Sch[illegible]ke auf ihrer Spitze. Bei dieser Lage überblickt man [illegible]
Theil des Verlaufes der Scala tympani. Beide F[illegible]

(*S*) und Utriculus (*U*). Der innere Theilast dient wahrscheinlich zum Abflusse des hier liegenden Theils der Lamina spiralis. Der eine Theilast von 7 steigt vom Aquaeductus vestibuli (*a. v*) herab, wo er mit seiner Vene (*v. v*) anastomosirt. Der andere Theilast, *r. v. v. c*, (Tafel III Fig. 1) kommt vom hintern Bogengange (*C. p*). Der mit 8 [1]) bezeichnete Ast nimmt besonders Zweigchen aus der Gegend des runden Fensters auf.

Die Venen haben eine auffallend weite Lichtung, ähnlich wie Sinus. Sie verlaufen im Allgemeinen an der Wurzel der tympanalen Zwischenwand in knöchernen Kanälen. Von den Arterien, denen sie zu folgen pflegen, sind sie durch den Rosenthalschen Nervenkanal getrennt.

C. Die Capillaren.

Aus dem absteigenden Hauptaste der Schneckenarterie biegen nach innen einige Aeste (s. auf Tafel II in Fig. 2 *f*, *f*, *f*) ab, um ein weitmaschiges Capillarnetz für den Modiolus und den im Centralkanal enthaltenen Nerven zu bilden. Der Abfluss dieses Netzes geschieht sowohl durch *r. m* (Tafel II Fig. 1) wie durch die Zweige, die durch den Tractus foraminulentus (s. Tafel III Fig. 2) in Ast 1 und 3 münden. Abgesehen von diesem Netze sind noch zwei von einander unabhängige und scharf geschiedene Gefässgebiete vorhanden: das Capillargebiet des häutigen Spiralblattes und das der Scalenwände.

a) Das Gefässgebiet des häutigen Spiralblattes.

Zur Erläuterung dient auf Tafel II die Fig. 3, die eine Abbildung der Lamina spiralis eines Neugebornen darstellt. Um die Figur nicht unnöthig zu verwirren, sind von den Hauptgefässen nur die Arterien gezeichnet worden [2]).

Die Zufuhr geschieht durch einige dreissig Zweige, die aus dem System der gewundenen Arterien in der Wurzel der vestibularen Zwischenwand entspringen. Unmittelbar nach ihrem Ursprunge ver-

---

1) Bei diesem Aste findet sich in dem Texte am Fusse der Tafel ein Irrthum. Er wird als ein Ast bezeichnet, welcher gesondert ausmündet. Dies habe ich lange geglaubt, es ist aber nicht richtig.

2) Gegen die Schneckenspitze findet sich eine leere Stelle; hier war im Präparate ein Extravasat.

laufen die Zweige häufig noch etwas geschlängelt, dann aber fast geradlinig, in bestimmtem Abstande von einander. Sie ziehen, und zwar meist unverästelt, in radiärer Richtung durch die Lamina spiralis ossea innerhalb knöcherner Kanäle. Gegen das Ende der Lamina an der Schneckenspitze werden sie merklich schwächer, vorher aber sind sie so kräftig, dass sie noch mit blossem Auge sichtbar sind. Sobald sie an den häutigen Theil des Spiralblattes gelangt sind, lösen sie sich in ein engmaschiges, capillares Netz auf. Dieses Netz ist in der Figur nur zum Theil gezeichnet, seine Fortsetzung ist innerhalb des Raumes zu suchen, der durch die gestrichelten Linien umzogen wird. Die Breite des Netzes nimmt von der Basis nach der Spitze zu beständig ab.

Um das feinere Verhalten dieses Capillargebietes kennen zu lernen, wurde beim vorher injicirten Hunde — die mir zur Verfügung stehenden menschlichen Köpfe waren hierzu nicht geeignet — die Schnecke von der Basis nach der Spitze zu durchgeschnitten. Fig. 3 an Tafel IV stellt einen Schnitt durch den Ductus cochlearis dar. Mit Ausnahme des CORTIschen Organs, dessen feinere Einzelheiten nach SCHWALBES Lehrbuch gezeichnet worden sind, ist die Figur naturgetreu. An ihr überzeugt man sich, dass die Gefässe fast die ganze Dicke des häutigen Spiralblattes durchsetzen. In der Nähe der Crista spiralis (*Cr*) beginnen die Gefässe von der periostalen Lage (*P*) aus die Membran zu durchdringen, ohne aber auf die Glashaut und ihre Höcker und Zähne (*a*) überzugreifen. Auch die REISSNERsche (*M. R*) und CORTIsche (*M. C*) Membran sind gefässlos. In der Basilarmembran dringen Capillaren in der tympanalen Belegschicht bis zur Mitte des Bodens des CORTIschen Tunnels (*b*) vor. Sie gehen jedoch weder in das CORTIsche Organ, noch in die Zona pectinata (*c. d*) über. Beide sind vollständig gefässlos. In dieser Beziehung verhalten sie sich ähnlich wie der gelbe Fleck des Auges.

Sogenannte Vasa spiralia, d. h. Gefässe, die der Richtung der Schneckenwindungen folgen und von der Basis nach der Spitze zu ununterbrochen gehen, habe ich weder in der Crista noch in der Basilarmembran gesehen. Meines Erachtens ist der Grund zu dem Irrthum, in den seit CORTI alle Beobachter verfallen sind, leicht erklärlich. Betrachtet man das Capillarnetz an zusammenhängenden Präparaten — Fig. 4 auf Tafel II stellt zwei Stücke desselben dar, die bei

einer 100fachen Vergrösserung nach einem Präparate vom Neugebornen gezeichnet worden sind —, so bemerkt man an verschiedenen Stellen z. B. bei 1, 2, 3 Zweige unter einem spitzen bis stumpfen Winkel umbiegen und eine Strecke fast parallel mit dem Rande des Spiralblattes verlaufen. Diese Anordnung geht — wie schon bei schwächern Vergrösserungen (s. Fig. 3 auf Tafel II) zu bemerken ist — mit geringen Unterbrechungen durch die ganze Länge des Capillarnetzes von der Basis nach der Spitze. Verzichtet man nun auf zusammenhängende Präparate und beschränkt sich nur auf Schnitte, so wird man häufig Querschnitte dieser Gefässe zu sehen bekommen und hieraus leicht zur Annahme spiraler Gefässe verleitet werden.

Aus dem Capillarnetze entwickeln sich kräftige Venen, an Zahl ebensoviel, wie Arterien vorhanden sind. Diese abführenden Gefässe begeben sich, ebenfalls in knöchernen Kanälen und in radiärer Richtung, rückwärts durch die Lamina spiralis zu den Hauptvenen. Arterien und Venen verhalten sich in ihrem Verlaufe so zu einander, dass, während jene in vestibularen Ebenen laufen, diese unter ihnen, d. h. in tympanalen Ebenen liegen.

b) Das Gefässgebiet der Scalenwände.

Vergleiche hierzu auf Tafel III Fig. 1 und 2, auf Tafel IV Fig. 1.

Aus dem System der gewundenen Arterien zweigen sich einige dreissig kräftige Gefässe ab, die das arterielle Gebiet der Scalenwände bilden. Sie steigen von der Wurzel der vestibularen Zwischenwand, in knöchernen Röhren in bestimmten Zwischenräumen und ohne sich mit einander zu verbinden, fast geradlinig (Fig. 1 *n*, Tafel IV) in die Höhe. Sie verlassen hierauf ihre knöchernen Kanäle und wenden sich im Bogen zur untern Fläche der Zwischenwand zweier Windungen. Sie verlaufen hier in der Aussenfläche der Grundhaut der Schneckenhülle und gelangen dann in und mit ihr nach der Aussenwand der Scala vestibuli. (Siehe auf Tafel III in Fig. 1 die radiär gezeichneten Gefässe.) Hier senken sie sich fast geradlinig herab, um sich in Capillarnetze aufzulösen.

Allgemein wurde bisher angenommen, dass die Capillarbildung nur an einer einzigen Stelle der Aussenwand stattfände, nämlich im Ligamentum spirale, besonders in der sogenannten Stria vascularis. Diese Annahme lässt sich nach vollkommener Injection weder für

den Menschen, noch für den Hund bestätigen. Vielmehr zeigt sich die bemerkenswerthe Thatsache, dass in der Aussenwand nicht ein, sondern vier Capillarnetze vorhanden sind. Zwei davon kommen auf das Ligamentum spirale, also auf den Ductus cochlearis, von den übrigen liegt eins oberhalb desselben, in der Scala vestibuli, das andere unterhalb, in der Scala tympani nahe den grossen Stammvenen (*r. c* Fig. 2, Tafel III). Diese verwickelten Verhältnisse veranschaulicht die Fig. 2[1]) auf Tafel IV. Sie ist nach einem Präparate eines Neugebornen bei einer starken Vergrösserung gezeichnet. Die Gefässe sind von aussen gesehen aufgenommen worden. Netz 2 und 3 sind engmaschig. Sie liegen so eng aneinander, dass man sie als ein einziges ansehen könnte, wenn sie nicht deutlich getrennt durch Gefässe wären, die eine Strecke spiral verlaufen (*c*). Selbstverständlich darf dieser streckenweise spirale Verlauf nicht zur Annahme spiraler Gefässe[2]) in der Aussenwand verführen. Auch sonst sind die Netze 1, 2, 3 durch streckenweise spiral verlaufende Gefässe abgegrenzt. So ist 1 und 2 durch *a* und *b* von einander, 3 durch *d* von der darunter liegenden Scala tympani getrennt. Das Netz 3 erscheint in der Zeichnung sehr schmal und dürftig, in Wirklichkeit ist es breiter und reicher. Es liegt auf der Höhe der grössten Convexität der Aussenwand und springt stark nach innen vor; darum ist es unmöglich, seine wahre Breite und Ausdehnung in der Ansicht von aussen bildlich wiederzugeben. Während 2 und 3 engmaschig sind, sich aber trotzdem leicht injiciren, sind die Maschen des Netzes 1 weiter. Obwohl wir eigentlich hier wenig Widerstände vermuthen dürfen, ist es um so auffallender, dass es sich so schwer füllt. Auch 4 injicirt sich nur schwer. Es ist mir bisher unmöglich gewesen, alle vier Netze zusammen an einem Präparate mustergiltig injicirt zu erhalten. 1 und 4 sind deshalb in der Zeichnung etwas unvollständig gehalten. Die Zuflüsse von 4 mit Sicherheit festzustellen, ist mir nicht gelungen; möglicherweise handelt es sich um ein nur venöses Netz.

Welche Bedeutung kommt diesen Netzen zu? Allgemein glaubt man, dass die Capillaren der Stria vascularis zur Bildung der Endo-

---

1) In der Zeichnung bemerkt man zwei leere Stellen, hier waren im Präparate die Gefässe abgerissen.

2) Vergl. die Erklärung auf Seite 19, Absatz 2.

lymphe bestimmt seien. Dies erscheint vom anatomischen Standpunkte aus recht wohl denkbar. An Schnitten lässt sich nachweisen, dass die Capillaren der mittleren Netze 2 und 3 die ganze Dicke des Ligamentum spirale durchdringen und bis an die freie Oberfläche seiner Epithelzellen herankommen. Dies lehrt auf Tafel IV die Fig. 3. Die Strecke *de* bezeichnet das Ligamentum spirale, die Strecke *ef* die Stria vascularis, *g* den umgebenden Knochen. Wir haben also hier ein Epithelgewebe vor uns, das Blutgefässe führt. Dass dem Ligamentum spirale zwei Capillargebiete zukommen, ist nicht so verwunderlich, wenn wir die Massenhaftigkeit seiner Zellen ins Auge fassen.

Höchst wahrscheinlich dienen die ausserhalb des Ductus cochlearis liegenden Netze 1 und 4 zur Absonderung der Perilymphe. Sie sind hierzu wohl befähigt, denn sie sind von dem Hohlraum der Vorhofs- und Paukentreppe nur durch eine dünne Epitheldecke gegetrennt.

Alle vier Capillargebiete haben das gemeinsam, dass sie weder mit den Gefässen der Basilarmembran, noch mit denen des umhüllenden Knochens in Verbindung treten. Aus diesem Grunde ist es auch verfehlt, die Grundhaut der Schneckenhülle, die diese Gefässgebiete trägt, als ein Periost aufzufassen. Vielmehr muss diese Haut als eine absondernde Gefässhaut eigner Art angesehen werden und es ist dringend nothwendig, dass wir über ihren feinern Bau genauer, als das bisher der Fall war, unterrichtet werden.

Aus den Capillargebieten der Aussenwand entwickeln sich zahlreiche starke Venen, die innerhalb der Scala tympani verlaufen. Die Venen aus dem Netze 1 setzen über 2 und 3 hinweg, um in die untere Scala zu gelangen. Hier steigen die Venen (s. auf Tafel III, Fig. 2 und auf Tafel IV, Fig. 1), eingeschlossen in die Aussenfläche der Grundhaut, in der Aussenwand zunächst fast senkrecht herab, wenden sich aber bald im Bogen zur obern Seite der Zwischenwand, um nahe ihrer tympanalen Wurzel in die Hauptvenen einzumünden. Sie treten in diese in fast regelmässigem, mehr oder minder grossem Abstande unter ziemlich rechten Winkeln ein.

Wie die Capillaren, so sind auch die Arterien und Venen vollständig unabhängig von den Gefässen der knöchernen Umgebung. Sonach behält das früher aufgestellte Gesetz seine Giltigkeit, dass,

so lange der Blutstrom in der Schnecke läuft, er ein in sich geschlossenes System bildet.

Denkt man sich Arterie und ihre zugehörige Vene in einer Ebene verlaufen, so beschreiben sie eine, wenn auch nicht streng geometrische Kreislinie. Sie gehen von der Stammarterie aus und kehren zur Stammvene zurück und umkreisen auf diesem Wege den ganzen Umfang einer Windung. (Siehe auf Tafel IV in Fig. 1 den Bogen *n o*.)

SCHWALBE (27)[1]) hat das Gesetz aufgestellt, dass in der Scala vestibuli nur Arterien, in der Scala tympani nur Venen verlaufen. Aus der gegebenen Darstellung folgt, dass dieses Gesetz dahin formulirt werden muss: Durch die Vorhofstreppe geschieht der Zufluss, durch die Paukentreppe der Abfluss, aber auch capillare Netze breiten sich in beiden Treppen aus.

Will man sich die verwickelten Gefässverhältnisse der Schnecke im Zusammenhange durch ein Schema klar machen, so denke man sich einen idealen Längsschnitt durch die Schnecke gelegt. Die umstehende Figur 2 zeigt ein solches Schema. Aus Mangel an Raum ist nur die eine Hälfte der Schnecke dargestellt worden. Die Gefässe sind schwarz und zwar die Arterien schraffirt, die Venen glatt gezeichnet. *S. v* bedeutet Scala vestibuli, *S. t* Scala tympani, *D. c* Ductus cochlearis, *N* Schneckennerv, *G* sein Ganglion spirale. Für jeden Schnitt einer Windung erhält man ein zuführendes Gefäss *A*, aus dem System der gewundenen Arterien stammend, und ein abführendes Gefäss *V*. Zwischen *A* und *V* befindet sich Knochenmasse und der ROSENTHALsche Nervenkanal, der *N* und *G* enthält. *A* theilt sich in *a* und *b*. *b* steigt nach dem Spiralblatte hinunter, läuft auf seiner vestibularen Fläche und geht über in das Capillarnetz 5. Aus diesem Netze entwickelt sich die Vene *c*, die auf der tympanalen Fläche des Spiralblattes läuft und sich dann nach unten zu *V* wendet. *a* steigt zur Scala vestibuli hinauf, läuft in der untern Fläche der Zwischenwand zweier Windungen und wendet sich im Bogen nach der Aussenwand, um sich hier zunächst in das Capillarnetz 1, dann im Ductus cochlearis in Netz 2 und 3 aufzulösen.

---

1) Siehe auch den historischen Rückblick.

Aus diesen geht die Vene *d* hervor. Sie durchläuft in der Aussen- und der obern Fläche der Zwischenwand die Scala tympani, be-

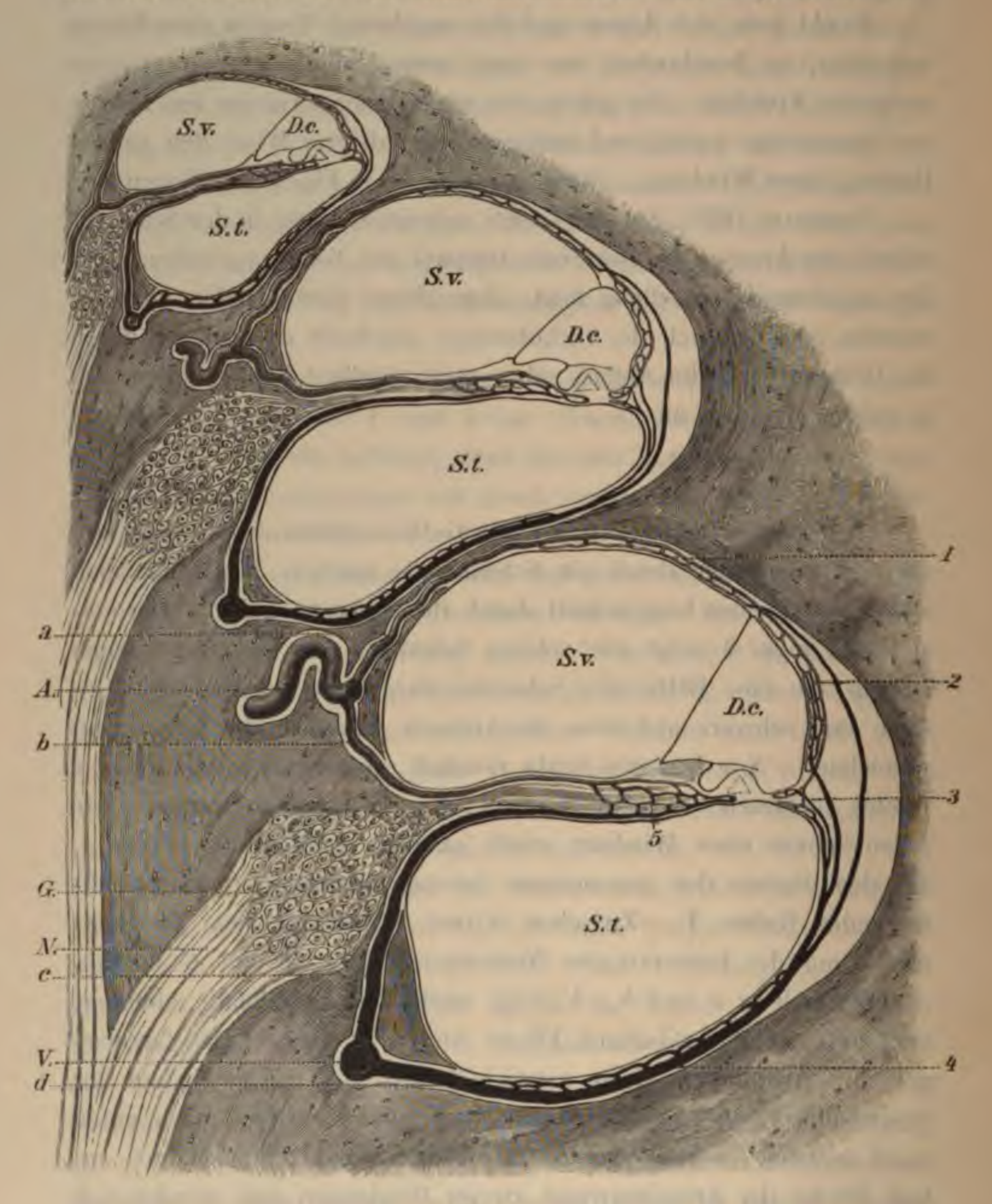


Fig. 2.

gleitet von Netz 4 und mündet dann in *V*. Dieser Gefässtypus wiederholt sich auf jedem Schnitte der Windungen, nur mit dem geringen Unterschiede, dass in der dritten Windung die zuführende

Arterie *A* nicht mehr gewunden ist. Wir erhalten somit für jeden Schnitt einer Windung einen in sich geschlossenen Strom. Dieser Strom gliedert sich in zwei Nebenströme, den Strom des Spiralblattes *b c* und den Strom der Scalenwände *a d*.

Historischer Rückblick.

Durch die bisherige Darstellung sind wir über die Wege des Blutstromes der Schnecke belehrt worden. Es bleibt nun noch festzustellen, was bisher in der Literatur über den Gegenstand bekannt geworden ist.

Die geschilderten Thatsachen des Blutstromes können nur mit Hilfe des Mikroskops untersucht werden. Es ist daher begreiflich, dass in der Zeit vor der Anwendung dieses Hilfsmittels keine einigermassen brauchbaren Aufschlüsse gewonnen werden konnten. Aus diesem Grunde werde ich die geschichtlichen Erörterungen — abgesehen von der Arbeit COTUGNOS — auf die Epoche beschränken, die seit der Anwendung des Mikroskops datirt. Obwohl nicht zur Schnecke gehörig, werde ich auch die Wasserleitung des Vorhofes in den Kreis der Betrachtung ziehen, einestheils, weil ihre Vene mit der des Aquaeductus cochleae anastomosirt, anderntheils, weil beide Aquaeducte gewöhnlich zusammen behandelt worden sind.

Methode der Untersuchung.

Die meisten Bearbeiter haben sich mit einer natürlichen Injection der Gefässe begnügt. Bei manchen bleibt es unentschieden, ob sie sich auch der künstlichen Füllung bedient haben. Sicher sind künstliche Injectionen nur von Folgenden gemacht worden: von IBSEN, HYRTL, WINIWARTER, WEBER-LIEL, BEZOLD, SIEBENMANN. Auch der Herstellung zusammenhängender Präparate haben sich nur die Wenigsten befleissigt. Meist sind die Verhältnisse an Schnitten studirt worden.

Die Schnecke.

Die erste ausführliche Beschreibung der Arterien des Spiralblattes gab BRESCHET (5) im Jahre 1833. Er theilt das Spiralblatt ein: in eine innere (knöcherne), mittlere (halbknöcherne, halbhäutige) und äussere (häutige) Zone. In der ersten Zone verlaufen Arterien[1]), die unregelmässig angeordnet sind und mit einander anastomosiren. Aus diesen Anastomosen entwickelt sich eine grosse Zahl kleiner Arterien, die in paralleler Richtung die zweite Zone durchziehen. Am äussern Rande dieser Zone bilden die Arterien unendlich kleine Schlingen, aus denen nur Capillaren hervorgehen, die für die dritte Zone bestimmt sind. In dieser verlaufen nur Capillaren und sie ergiessen sich in venöse Sinus. — Versteht man unter den unregelmässig angeordneten und mit einander anastomosirenden Arterien der ersten Zone das System der gewundenen Arterienstücke, so entspricht die

---

1) Wörtlich lautet die Beschreibung: Voici la disposition des artères: Après avoir traversé le feuillet vestibulaire de la lame spirale, elles se divisent chacune en plusieurs branches, qui s'anastomosent entre elles et avec celles des artères voisines absolument comme les artères mésentériques. Cette première anastomose se fait au niveau du bord externe de la zone osseuse. De la convexité des anses anastomotiques partent une infinité de petites artérioles dont la direction est presque parallèle; toutes ces artérioles se portent en rayonnant vers la circonférence externe de la zone médiane, où elles s'anastomosent de nouveau en formant encore des anses infiniment plus petites. De la convexité de ses anses partent des vaisseaux, qui sont capillaires. Pour les apercevoir, il faut qu'ils aient été injectés naturellement sur une oreille aussi fraîche que possible. Il faut ouvrir le limaçon pour donner issue à l'eau qu'il contient; car la matière colorante du sang de ces petits vaisseaux ne tarderait point à se combiner avec l'eau. En plaçant un fragment de la zone membraneuse sous le microscope, il ne faut point la tremper dans de l'eau, parce qu'elle décolore instantanément le sang contenu dans les petits vaisseaux.

Nous avons donc dans la lame spirale trois zones artérielles qui correspondent exactement aux trois zones du limaçon. La première zone, qui correspond à la zone osseuse, est formée par les troncs des artères irrégulièrement disposées et s'anastomosant entre elles. Dans la zone médiane, nous avons les branches, qui sont presque parallèles rayonnées, et qui s'anastomosent encore au niveau du bord interne de la zone membraneuse. Enfin, dans la zone membraneuse nous n'avons plus que des vaisseaux capillaires, rayonnés comme dans la zone médiane et se terminant aux voisinage d'un sinus de nature veineuse, analogue aux sinus de la dure-mère et qui est logé dans l'épaisseur de la grande circonférence ou bord externe de la lame spirale.

klare Beschreibung Breschets fast vollkommen der Fig. 3 auf Tafel II.

J. Ibsen gab als der Erste eine genaue Beschreibung und eine Abbildung des Verlaufes des arteriellen Blutstromes der menschlichen Schnecke. Ibsen (16)[1]) fand, dass die Schneckenarterie, von ihm Spiral-

---

1) Det kan ikke betvivles, at enkelte Dele af Karcanalen eller dens Indhold forhen have været kjendte; thi A. Monro omtaler og afbilder Noget af »en Arteriegreen, som krydsede Nerverne« omtrent paa det Sted, hvor disse træde ud af Spindlen, og det Blodkar, som andre Anatomer ville have seet i Nervecanalen, har næppe været andet end det nederste Partie af Pulsaaren i den Deel af Karcanalen, der berører hiin i Begyndelsen af Cochleas første Vinding. Dog tør det vel antages, at Canalen i sin Heelhed er forbleven ukjendt, indtil et heldigt Forsøg paa at gjøre den injicerede Cochlea gjennemsigtig, ved Hjælp af fortyndet Syre og Terpenthinolie, lod mig finde Spiralpulsaaren, og jeg senere ved gjentagne Undersøgelser overbevistes om, at denne laa i en egen Canal, der i en Spiral stiger op imellem Cochleavindingerne, overalt fjernet fra Nervecanalen.

Karcanalen begynder i Vestibulum, imellem Spiralbladet og den ophøiede Linie, der adskiller de to Vestibulargruber, gaaer derfra over i Spindlen, indenfor Insertionen af Spiralbladet, som den krydser, stiger endnu i den første Halvdeel af første Cochleavinding skraat op igjennem Spindlen og indtager sin Plads mellem Vindingerne, som den følger til Cochleas Spids, hvor den ophører i Nærheden af Columella. Den er videst imod sin nederste Ende og forsnevres mere og mere, eftersom den stiger op imellem Vindingerne, hvor den, som en Følge af sit særegne Leie, danner een Spiraltour mindre end Cochlea.

Uden Undtagelse har jeg fundet Canalen hos Mennesket og alle i dette Øiemed undersøgte Pattedyr, men meget varierende i Vide og Bøininger. Størst er dens Gjennemsnit hos Hvalerne, derefter hos Sælerne, Hesten, Mennesket og Oxen, saa at den i det Hele synes at rette sig efter Cochleas Størrelse. Under hin Obstigning i Cochlea løber den meget bølget hos Mennesket, Aben og Oxen og er hos disse ofte forsnevret paa enkelte Steder. Mindre bøiet er den hos Hesten og Hjorten, endnu mindre hos Sælerne, og taber endelig ganske Bølgebøiningerne hos Hvalerne, hvor den danner et glat Spiralrør. Det er derfor let at føre et Haar igjennem Canalen hos de sidste, men meget vanskeligt of ofte umuligt hos de første.

Fra Hovedcanalen udgaae mindre Bicanaler til Spiralbladet og ud imellem Cochleas Vindinger, bestemte til Gjennemgang for Spiralpulsaarens Forgreninger.

Ligesom den ydre Pulsaarecirkel i Iris af flere Smaagrene sammensættes til en Stamme og saa forsyner Organet med Blodkar, saaledes forenes i Karcanalen næsten alle Cochleapulsaarens Grene til et Spiralkar, hvorfra fine Forgreninger udgaa til Cochleas Indre.

Under Indtrædelsen i den indre Høregang deler Cochleapulsaaren sig i 9 til 12, efter Sømmering i 14 Grene, der følge Nerven gjennem Tractus spiralis foraminulentus ind i Spindlens Basis, hvorfra nogle Grene (Fig. 3), i Almindelighed 3 til 4, strax træde ud i den sidste Halvdel af den første Vindings Trommehulescala, for at udbrede sig der, imedens de øvrige igjennem enkelte af Spindlens

arterie genannt, in einem eigenen Kanal gelegen ist und in einer Spirale zwischen den Schneckenwindungen aufsteigt, überall vom Nervenkanal entfernt. Der Verlauf des Kanals ist beim Menschen und bei einigen Säugethieren wellenförmig. Der Kanal beginnt im Vorhofe und geht von hier aus in die Spindel über. Um das Folgende besser verstehen zu können, sei die dem Werke IBSENS entnommene Abbildung hier beigefügt.

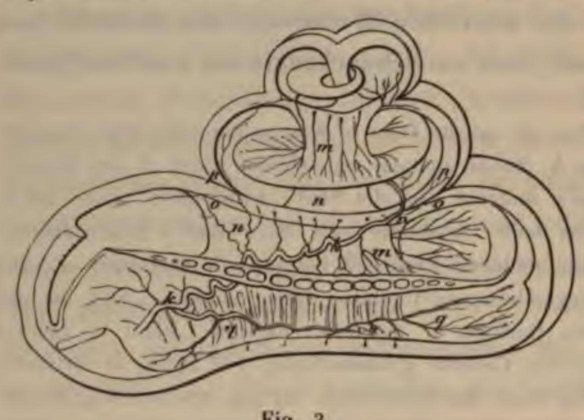


Fig. 3.

k bezeichnet die Spiralarterie. Ausser einem vereinzelten Aste (*l*), der sich in der Paukentreppe der ersten Windung verliert, entspringen unter rechten Winkeln aus der Spiralarterie zwei Gattungen von Zweigen: eine zum Spiralblatte und eine andere zu den Wänden der Schnecke. Die Zweige zum Spiralblatte (*m*) bilden durch

---

Længderør fortsætte deres Løb til Karcanalen, i hvilken de forenede danne Spiralpulsaaren (Fig. 3 *k*), der fuldkommen udfylder Canalen og er formet som denne, altsaa videre imod Vestibularenden og snevrere imod Cochleas Spids. Foruden en enkelt Green (Fig. 3 *l*), der taber sig i første Vindings Trommehulescala, udspringe under rette Vinkler fra Spiralpulsaaren to Arter af Grene til Cochlea, en til Spiralbladet og en anden til Cochleas Vægge. Grenene til Spiralbladet (Fig. 3 *m*) stige fra Stammen ned imellem dettes Lameller, hvor de, lig Mesenterialkarrene, ved gjentagne indbyrdes Anastomoser danne 3 eller 4 Buer, hvis Endegrene gjennembore Spiralbladet og især komme frem i Vestibularscalaen, for der at udstraale imod Spiralbladets yderste Rand og paa Grændsen imellem denne og den hindede Zone at gaae over i Blodaarerne.

Grenene til Scalaernes indre Beklædning (Fig. 3 *n*) gaae i en skraa Retning ud fra Stammen og ligge overalt imellem to Cochleavindinger, saaledes at de første Grene findes imellem første og anden, de sidste imellem anden og tredie Vinding. Naar de komme i Nærheden af de Steder, hvor Vindingerne ophøre at berøre hverandre, deler hver enkelt auf dem sig i to mindre Grene, hvoraf den ene (Fig. 3 *o*) stiger ned i den underliggende Vindings Vestibularscala og den anden (Fig. 3 *p*) op i Trommehulescalaen af den overliggende, udbredende sig i disse med riisformede Forgreninger. Fra sin Vestibularende afgiver Spiralpulsaaren Grene igjennem smaa Aabninger til begge Vestibulargruber og de i disse opbevarede Labyrinthsække.

gegenseitige Anastomosen 3—4 Bogen, deren Endzweige das Spiralblatt durchbohren, um gegen den äussersten Rand des Blattes auszustrahlen. Die Zweige zu den Wänden der Scalen (*n*) liegen überall zwischen zwei Schneckenwindungen. Wenn sie in die Nähe der Aussenwand kommen, theilt sich jeder einzelne von ihnen in zwei kleinere Zweige. Der eine von diesen (*o*) steigt in die Vorhofstreppe der unterliegenden Windung hinab, der andere (*p*) steigt in die Paukentreppe der darüber liegenden Windung hinauf. An ihrem Vorhofsende giebt die Spiralarterie Zweige an die beiden Vorhofssäckchen ab.

Einen ähnlichen Fund, wie den zuletzt mitgetheilten, theilte ZUCKERKANDL (41) mit. Er beschreibt einen starken Ast der Schneckenarterie, der sich verzweigt[1]) »1) in dem hinter dem Promontorium gelegenen Stück der Lamina spiralis membranacea et ossea, 2) an der oberen Vestibularwand und 3) anastomosirt er mit den Verzweigungen der Vorhofsarterie«.

Vergleicht man IBSENS Figur mit der Fig. 1 Tafel IV, so unterliegt es keinem Zweifel, dass die Zweige *l* und *p* Venen sind. Sieht man von dieser und einigen andern Unrichtigkeiten in der Beschreibung IBSENS ab, so lässt sich nicht läugnen, dass sie einen grossen Fortschritt darstellt. Aus diesem Grunde ist es bedauerlich, dass die Arbeit so wenig Einfluss auf die Arbeiten über die Anatomie der Schnecke gehabt hat. Grossentheils trug hierzu der Umstand bei, dass, während die Untersuchungen bereits 1846 ausgeführt worden waren, der Text erst im Jahre 1881, 19 Jahre nach des Verfassers Tode, von PANUM in dänischer Sprache herausgegeben wurde.

Während IBSEN es sich zur Aufgabe stellte, den Verlauf des arteriellen Stromes möglichst genau festzustellen, machte SCHWALBE (27) besonders auf die Hemmungsvorrichtungen aufmerksam, über die der Blutstrom der Schnecke gebietet. Als solche beschreibt er eigenthümliche, glomerulusähnliche Bildungen der Arterien, die er zuerst beim Meerschweinchen fand und deren Vorkommen er auch beim Menschen (29) behauptet. SCHWALBE unterscheidet Glomeruli majores et minores. Die Glomeruli majores versorgen die Membrana basilaris und das Ligamentum spirale, die Aeste der Glomeruli minores sind für die Crista spiralis und die REISSNERsche Membran bestimmt.

1) Die eigenen Worte der Autoren mitten im Texte werden durch » « kenntlich gemacht.

Schwalbe hat übrigens nicht zuerst diese eigenthümlichen Knäuel gefunden. Abgesehen von Ibsen, der, wie wir sahen, den Verlauf der Spiralarterie als wellenförmig, und von Middendorp (19), der ihn als korkzieherförmig abbildet, ist es von Winiwarter (40)[1], der sich als der Erste am ausführlichsten über die Knäuelgefässe geäussert hat. Auch Toldt (34) beschreibt und bildet Knäuelbildungen der Arterien ab. Aber erst Schwalbe erkannte ihre Bedeutung für den Blutstrom, indem er sie auffasste als einen »gewaltigen Strombrecher, der es bewirkt, dass das in die Schnecke eintretende arterielle Blut an Druck und Geschwindigkeit ausserordentlich verliert«.

Schwalbe ist ferner der Entdecker eines wichtigen Gesetzes des Blutstromes. Er fand beim Meerschweinchen, dass die Scala tympani lediglich von venösen Gefässen umkreist wird, während die Scala vestibuli in ihren Wandungen die arteriellen Gefässe birgt.

Mit diesen Arbeiten ist die Summe derjenigen Arbeiten abgeschlossen, deren Ziel auf die Erforschung des Verlaufes des Blutstromes und seiner Eigenschaften gerichtet war. Es bleibt nun noch die Betrachtung der Abhandlungen übrig, die sich weniger mit dem Blutstrom im Ganzen als vielmehr mit seinen einzelnen Stücken beschäftigen. Bei der Erörterung dieser Arbeiten handelt es sich in der Hauptsache um die Aufzählung von Ansichten, die sich oft einander widersprechen. Verhältnissmässig am grössten ist die Uebereinstimmung dieser über das Capillargebiet des Ligamentum spirale, weshalb wir es zuerst betrachten wollen.

1) In seiner 1871 erschienen Abhandlung sagt er: Die Gefässe der Schnecke bieten ein auffallendes Verhalten dar, das bis jetzt noch nicht näher gewürdigt worden ist. Die grossen Arterien von sehr starkem Kaliber treten in den Modiolus ein, in welchem sie, nach aussen von Nerven, in Hohlräumen des Knochens von spärlichem Bindegewebe eingehüllt, liegen. Jede Arterie windet sich mehrmals knäuelförmig um sich selbst auf, bevor sie ihre Aeste abgiebt. Die grösseren derselben gehen in der Knochensubstanz, welche zwei Windungen von einander trennt, zur Aussenwand hin. Bevor sie aber aus dem Modiolus austreten, macht jedes Gefäss in dem dreieckigen Raum, in dem es eingeschlossen ist, abermals einen Knäuel, in welchem einzelne Anastomosen vorkommen. Aus demselben tritt nun erst Ein einziges Gefäss heraus, durch den Knochen durch und versorgt die Aussenwand der Schnecke.

Das Ligamentum spirale.

Corti (6) zeigte, dass das Epithel des Bandes sich leicht im Zusammenhange als ein von Blutgefässen durchzogener Streifen von der Unterlage abheben lässt. Diesen Streifen nannte er Stria vascularis. Es breiten sich in ihm nur Capillaren aus, nie Arterien. Das Capillarnetz steht von Zeit zu Zeit in Verbindung mit den Gefässen des Periosts. Der Streifen kam bei allen von Corti untersuchten Thieren vor.

Nach Deiters (8) besteht »die Stria vascularis wesentlich aus einem regelmässig geordneten Convolut von Gefässen, welche durch ein Parenchym eigenthümlicher, grosser, zum Theil Pigment führender Zellen von immer körnigem Inhalt gestützt werden«.

Hensen (13) nennt das Ligamentum spirale in allen seinen Theilen ausserordentlich gefässreich. »Die Abtheilung unterhalb der durch die Lamina spiralis gebildeten Ebene besteht aus sehr locker zusammengefügten, zierlich verzweigten Zellen, zwischen denen reichliche Capillaren aufgehängt sind. Der obere Theil enthält ein längsverlaufendes wohl venöses Gefäss, das leistenförmig über die Fläche vorspringt (Vas prominens)«.

Retzius (24) zeigte für den Alligator ein ähnliches Verhalten der Capillaren zu den Zellen der Stria vascularis. Die Capillaren laufen zwischen den Zellen ihres Cylinderepithels und »durchspinnen diese mit einem meist der Länge nach verlaufenden Gefässnetz«.

Nach Rüdinger (25) »gelangt ein ziemlich gerade verlaufendes Gefäss, welches wahrscheinlich eine Arterie ist, aus der Knochensubstanz nahe der Paukentreppenfläche hervor und zieht ohne Abgabe von Zweigen nach dem äusseren Theile des häutigen Spiralblattes, um sich in der Stria vascularis Cortii aufzulösen«. »Vermutlich gelangen auch die Venen der Stria nach der Schneckenaxe zurück.«

Nach Böttchers (3) Beobachtungen an Thieren findet die Gefässverbindung zwischen dem Modiolus und der äussern Schneckenwand fast ausschliesslich durch die Zwischenwände statt.

Nach v. Winiwarter (40) »haben die Gefässe des Ligamentum spirale im Ganzen eine aufsteigende (mit der verticalen Axe des Modiolus parallele) Richtung«. »Die Capillaren der Stria vascularis dringen aus grösseren Arterien bis ganz nahe an die freie Oberfläche

Böttcher (4) »vermag von den an der unteren Fläche der Basilarmembran von ihm wahrgenommenen Blutgefässen nur ein einziges als ein wirkliches Spiralgefäss anzuerkennen«. Es liegt immer unter dem Bogen, welchen die Pfeiler bilden. Ueber den Anfang des Gefässes kann Böttcher keine bestimmten Angaben machen; über sein Ende sagt er, dass es am Kuppelblindsacke in einen starken modiolaren Gefässstamm sich einsenkt, der nach allen Richtungen in das Periost der Kuppel ausstrahlt. »Es ist ein riesiges Capillargefäss, das die ganze Länge des Schneckenkanals oder der Membrana basilaris besitzt.«

Nach Löwenberg (18) ist das Spiralgefäss das einzige Blutgefäss der Basilarmembran. Es findet sich auf ihrer untern Fläche, bald näher dem Labium tympanicum, bald näher der Zona pectinata (la zone striée). Das Vas spirale ist ein Capillargefäss, das in Verbindung steht mit den Gefässen des knöchernen Spiralblatts mittelst kurzer Zweige, die in transversaler Richtung unter der Lamina hingehen.

Nach Winiwarter (40) wird »die Lamina spiralis durch Gefässe versorgt, die aus dem Innern kommen, ohne sich früher aufgeknäuelt zu haben.« »Sie haben ungefähr denselben Verlauf wie die Nerven, treten aber nicht auf die obere Fläche der Basilarmembran, sondern schicken kurze Stämmchen nach aussen, welche durch ein langes, parallel dem Rande der Lamina spiralis verlaufendes Gefäss von capillarer Structur verbunden sind, das unter dem Cortischen Bogen liegende Vas spirale. Unmittelbar unter dem Rande der Lamina spiralis liegt ein zweites, ebenso beschaffenes Gefäss, das aber stellenweise unterbrochen erscheint. Nach aussen vom Vas spirale ist die Membran ganz gefässlos. Das Vas spirale liegt ganz in der structurlosen Schicht der Membrana basilaris eingeschlossen, die es nach abwärts hervorwölbt«.

Nach Waldeyer (37) ist das Vas spirale zuweilen doppelt vorhanden. »Es ist eine kleine Vene, deren Lichtung nach Art eines Sinus durae matris in die homogene Grundsubstanz der Membrana basilaris eingegraben ist. Es steht durch regelmässig abtretende radiale Aeste mit Gefässen der Lamina spiralis ossea in Verbindung«.

Retzius (23) trifft auch beim Erwachsenen »unter der ersten Zone der Membrana basilaris, also unter dem Tunnelboden den Querschnitt des schmalen Vas spirale; in der Spitzenwindung ist dies

Gefäss hie und da unterbrochen und läuft mit einzelnen Schlingen an der Membran hinaus, weshalb es an manchen Schnitten fehlt«.

VOLTOLINI (35) unterscheidet in der Basilarmembran zwei Vasa spiralia interna, eins vor dem CORTIschen Bogen, das andere unter ihm.

Die Crista spiralis und ihr sogen. Spiralgefäss.

Im Jahre 1835 beschrieb HUSCHKE (14) in den von ihm entdeckten Gehörzähnen runde Löcher, durch die Blutgefässe treten, um sich »sogleich in den an den Zähnen anfangenden Gehörblättern zu verzweigen«. Diese Beobachtung veranlasste einen Streit über die Frage, ob die Crista spiralis (seu Limbus laminae spiralis) gefässhaltig sei. Obwohl der Streit bis in die neueste Zeit fortgeführt worden ist, so ist er doch durch die bisherige Literatur noch nicht endgiltig entschieden worden. Während DEITERS (8) das Gewebe der Zähne selbst für gefässlos hält, nach HENSEN (13) in der Knorpelleiste (Crista spiralis) beim Menschen keine Gefässe verlaufen, wohl aber bei Thieren z. B. beim Pferde, finden KÖLLIKER (17), MIDDENDORP (19), BÖTTCHER (4), LÖWENBERG (18) die Crista gefässreich. WINIWARTER (40) findet nur spärliche Gefässe, RETZIUS (23) bildet ebenfalls solche ab. In ein neues Stadium gerieth die Frage, als VOLTOLINI (35 und 36) in der Nähe des Ursprungs der REISSNERschen und CORTIschen Membran ein Foramen[1]) beschrieb, das den »Zahn« quer durchbohrt und durch die ganze Schneckenwindung hindurch geht. Durch dieses Loch läuft

---

1) Wörtlich lautet die Beschreibung: Es kommt constant beim Menschen und allen den Säugethieren, die ich untersucht habe, in der Nähe des Ursprunges der REISSNER'schen und CORTI'schen Membran, unterhalb desselben eine mehr oder weniger grosse Oeffnung, ein Foramen, vor, durch welches Gefässe ein- und austreten. Dieses Foramen durchbohrt quer den Zahn und geht durch die ganze Schneckenwindung hindurch. Da durch dasselbe ein Gefäss verläuft, so kann man dieses Gefäss bezeichnen als Vas spirale perforans dentes. Es ist zuweilen von relativ colossaler Grösse, z. B. beim Affen, aber immer ist es relativ gross im Verhältniss zum Zahne, auch beim Menschen. Ueber die Natur dieses Foramen kann kein Zweifel obwalten, denn man sieht nicht selten Blutgefässe mit Blutkörperchen in dasselbe ein- oder austreten, ja selbst wenn man keine Gefässe von aussen her eintreten sieht, so sieht man nicht selten sogar Blutkörperchen in dem Foramen.

ein Gefäss, das Vas spirale perforans dentes. Die Beobachtung wurde durch Schnitte gewonnen. Sie bestätigt scheinbar die Ansicht HUSCHKES, aber nur scheinbar. Denn sieht man genauer zu, so passt die Beschreibung, wie schon BÖTTCHER (4) hervorhob, nicht auf die Gehörzähne HUSCHKES, sondern bezieht sich auf die gesammte Crista spiralis. Neu ist an der Beschreibung die Behauptung, dass durch die Crista ein Spiralgefäss ziehe. Nach SCHWALBE (28) kommen Blutgefässe nur in der periostalen Lage der Crista vor und fehlen der Glashaut und ihren Höckern und Zähnen vollständig. Dies hebt auch LÖWENBERG (18)[1]) hervor. SCHWALBE schliesst sich VOLTOLINIS Ansicht von dem Vorhandensein eines spiralen Gefässes in der Crista an.

Die Reissnersche Membran.

Nach HENSEN (13), BÖTTCHER (3) und RETZIUS (23) trägt die Membran keine Gefässe. HENSEN fand Gefässe nur beim Schafe und Rinde. BÖTTCHER beobachtete sie nur bei Schaf- und Rinderembryonen, bei ausgebildeten Thieren dagegen nie. RETZIUS traf Gefässe weder beim Erwachsenen noch im spätern Embryonalleben.

Dagegen lassen RÜDINGER (25), MIDDENDORP (19), GOTTSTEIN (11) und WINIWARTER (40) übereinstimmend Blutgefässe in der Membran verlaufen. RÜDINGER bildet sie auch beim erwachsenen Menschen ab, nach MIDDENDORP durchziehen sie bei neugebornen Kindern, jungen Kälbern und Hunden in einem Abstande von 0,14—0,28 mm die Membran. GOTTSTEIN macht keine genauern Angaben. WINIWARTER findet zahlreiche radiäre Gefässe, die die Membran als Brücke benutzen, um zur Aussenwand der Schnecke zu gelangen.

Die Aquaeducte und ihre Gefässkanäle.

COTUGNO (7) ist nicht nur der Entdecker der beiden Wasserleitungen, sondern auch ihrer Gefässkanäle. An den Schnecken Erstickter oder an Apoplexie Verstorbener überzeugte er sich, dass eine Vene[2]) die Schneckenwasserleitung begleitet und in einem eigenen,

---

1) La substance des saillies et des dents ne m'a jamais présenté de vaisseaux.

2) Wörtlich lautet die Beschreibung folgendermassen: Vere enim sanguiferum est vas intra cochleam, quod suos per zonam et scalas ramulos dispergit, cuius

gesonderten Kanale verläuft. Diese Vene führt das ganze Blut der Schnecke ab, empfängt einen Ast aus dem Vorhofe und ergiesst sich in die Jugularvene.

Von der Vorhofswasserleitung wusste COTUGNO, dass sie von einer Vene begleitet wird, die das Blut aus dem Vorhofe und den Bogengängen sammelt und in einem Sinus der Dura mater endigt[1]).

Die Untersuchungen COTUGNOS wirkten so wenig überzeugend auf die Anschauungen der Anatomen ein, dass, als 70 Jahre später BRESCHET (5) behauptete, die Aquaeducte würden besonders von Venen in Besitz genommen, J. MÜLLER und HENLE (20) dies alles Ernstes bestritten, indem sie niemals Gefässe in den Aquaeducten verlaufen sahen.

In der nächsten Folgezeit wurde COTUGNOS Entdeckung einigermassen wieder zu Ehren gebracht. So fand HYRTL (15) in den Aquaeducten Venen, die das Blut aus der Schnecke und den Bogengängen ableiten. REICHERT (22) fand zur Vene der Schneckenwasserleitung zwei Aeste gehen. Der eine kam vom Schneckenkörper

---

origo, sive truncus, ita proxime orificium superius cochleae aquaeductus introrsum emergit, ut vix decima lineae pars inter orificium illud et vasis originem intercedat. Vas autem illud vena est, in quam omnis fere corrivat cochleae sanguis, cuius truncus ex orificii aquaeductus vicinia, per ossis petrosi meditullium descendens versus jugularem se protendit. Hic attamen truncus dum per cochleam decurrit tympani scalae fundum tenet, ubi ramuli omnes confluunt, scalam vestibuli, laminam spiralem, zonamque cochleae percurrentes. Insigniores vero rami, ut et princeps truncus non in cochleae periostio sedem habent, sed subter osseam internam cochleae superficiem reconditi decurrunt. Et quando sanguine hoc vas turgidum offendi contigit, quod rarum sane non est, nunquam aperiri, aut contentus ab eo potest sanguis educi, nisi primum os, venae truncum ramosque tegens, deradatur. In istam ego venam, ramulum, vidi a vestibulo subter ortum laminae spiralis, venientem, desinere.

1) Dies geht aus Folgendem hervor: Quando igitur de venosis cochleae vasis dicere voluimus, non abs re fore putamus de alia vestibuli vena quaedam adnectere, quae tantam habet cum hac cochleae vena analogiam, ut eius amet decursum imitari. Nam collectis omnibus in unum ramulis, quos per vestibulum, canalesque semicirculares dirempserat, proxime orificium vestibuli aquaeductus, suum exorditur profectum, perque meatum petrosi ossis, ipsi aquaeductui adsidentem, decurrit, atque in foramen desinit in inferiori rimae parte, qua hic terminatur aquaeductus, patens. Eo autem ab foramine, per laminam exteriorem durae matris, parietem anteriorem cavitatis membranae aquaeductus vestibuli, facientis, insinuata, descendit, inque proximum lateralem sinum aperitur.

und zog in Spiraltouren um die Spindel, der zweite kam aus dem Vorhofsabschnitte.

BÖTTCHER (3) fand in der Schneckenwasserleitung eine starke Vene, in der des Vorhofs dagegen nur kleine Gefässe, die sich bei ihrem Austritte zu einem Stamme vereinigen, der sich in den Sinus petrosus inf. ergiesst.

RÜDINGER (25) überzeugte sich an Querschnitten durch den Aquaeductus vestibuli, dass neben dem serösen Gange starke Gefässe verlaufen, die ihm Venen zu sein schienen.

Alle diese Autoren aber liessen die Gefässe in den Wasserleitungen selbst verlaufen. Erst durch die Bemühungen der Folgenden wurde COTUGNOS Entdeckung zu ihrem vollen Rechte verholfen, indem sie feststellten, dass die Venen neben den Wasserleitungen in eigene, gesonderte Kanäle eingeschlossen sind. So durch BEZOLD (2), der den Gefässkanal des Aquaeductus cochleae an seinen, mit Wachsharz hergestellten Corrosionspräparaten auffand. Mittelst der sogenannten Aspirationsmethode glückte es WEBER-LIEL (38), die Schneckenvene in einem gesonderten, der Wasserleitung parallel laufenden Kanale auf dem Boden der Scala tympani bis zum Modiolus zu verfolgen. Auch HABERMANN (12) fand eine Spiralvene in einen Knochenkanal eingeschlossen und gesondert neben dem Aquaeduct der Schnecke ausmünden.

Die genauesten Aufschlüsse über die Gefässkanäle gab in jüngster Zeit SIEBENMANN (30, 31). An seinen Metall-Corrosionspräparaten verläuft der Gefässkanal der Schneckenwasserleitung — Canalis accessorius aquaeductus cochleae von SIEBENMANN genannt — parallel mit dem Aquaeduct zur Schnecke und wendet sich dann im Bogen nach innen. Der Gefässkanal vereinigt sich mit dem der Vorhofswasserleitung und bezieht Aeste von den drei Ampullen, vom ovalen Fenster und von der Spitze der Schnecke. Bei zwei Präparaten fand sich noch ein zweiter accessorischer Gefässkanal, der sich mit dem Hauptgefässkanal vereinigt — wie dies schon BEZOLD an einem seiner Präparate angedeutet fand. Der Gefässkanal der Vorhofswasserleitung — Canalis accessorius aquaeductus vestibuli nach SIEBENMANN — verläuft nur eine kurze Strecke mit dem eigentlichen Aquaeduct zusammen und theilt sich dann etwas oberhalb von seiner innern Apertur in zwei Hauptäste. Ihre Verzweigungen

kommen vom Crus commune, vom Recessus sphaericus et ellipticus und von der Ampulla posterior.

Durch Injectionen am neugebornen Menschen überzeugte sich Siebenmann, dass »diese Kanäle wirklich Venenkanäle sind«.

Am Schlusse dieses Abschnittes sei es erlaubt, auf die eigenthümlichen Ansichten von Sappey (26) zu verweisen. Nach ihm verlaufen in beiden Aquaeducten nicht Venen, sondern Arterien. Die Arterie der Vorhofswasserleitung breitet sich aus: im Periost des Vorhofes, in den Wänden des Sacculus, in den Zellen des Utriculus und in der Ampulle des hintern Bogenganges. Die Arterie der Schneckenwasserleitung vertheilt sich: auf der Membran des runden Fensters, im Periost der Scalen und in der Lamina spiralis.

Noch ist einer Arbeit Politzers (21) zu gedenken. Dieser glaubte, an mit Ueberosmiumsäure behandelten Präparaten sich überzeugen zu können, dass »die Gefässe der Knochenwand einerseits mit den Blutgefässen der Mittelohrauskleidung, andrerseits mit den Gefässen der Labyrinthauskleidung in unmittelbare Verbindung treten, dass somit die Gefässbezirke des Mittelohres und des Labyrinthes durch die Gefässe der die beiden Abschnitte trennenden Knochenwand anastomosiren«.

Literatur.[1]

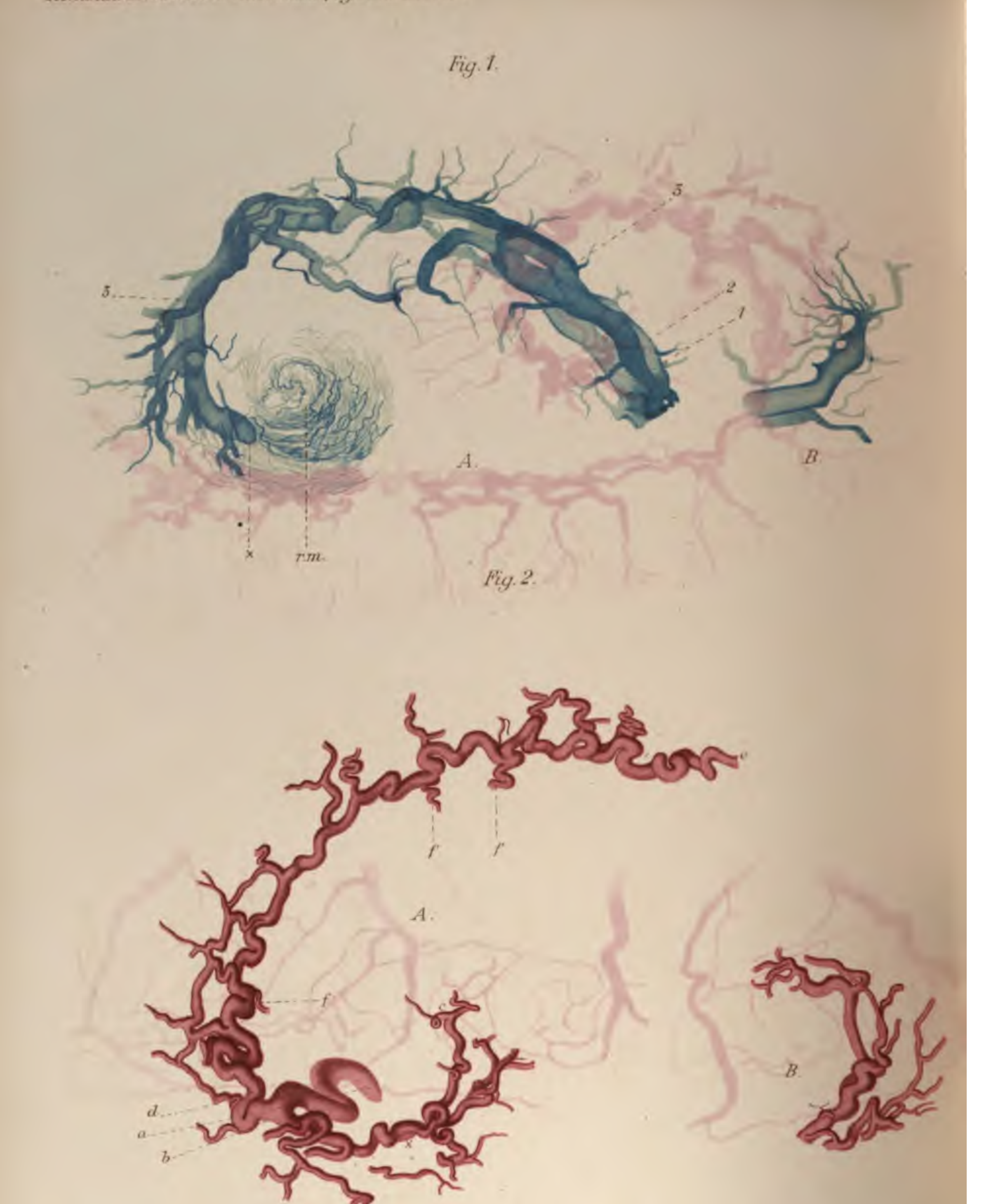
1) BARTH, Ueber die Darstellung des häutigen Labyrinths. Verhandlungen der physiolog. Gesellschaft zu Berlin. Jahrgang 1888—89. Du Bois-Reymonds Archiv 1889.
2) BEZOLD, Die Corrosionsanatomie des Ohres. München 1882.
3) BÖTTCHER, Ueber Entwicklung und Bau des Gehörlabyrinths. Verhandl. der Kaiserl. Leop.-Carol. deutschen Akademie der Naturf. Bd. 35. 1869.
4) BÖTTCHER, Rückblicke auf die neueren Untersuchungen über den Bau der Schnecke. Separatabdruck aus dem Archiv für Ohrenheilkunde. 24. Band.
5) BRESCHET, Recherches anatomiques et physiologiques sur l'organe de l'ouie et sur l'audition dans l'homme et les animaux vertebrés. Mémoires de l'académie royale de médecine. Tome cinquième.
6) CORTI, Recherches sur l'organe de l'ouie. Zeitschr. f. wiss. Zoologie. 3. Bd.
7) COTUNNIUS, De aquaeductibus auris humanae internae anatomica dissertatio. Neapoli 1761.
8) DEITERS, Untersuchungen über die Lamina spiralis membranacea. Bonn 1860.
9) VON EBNER, Ueber den feineren Bau der Knochensubstanz. Sitzungsberichte der mathematisch-naturwissenschaftlichen Classe d. K. Academie der Wissenschaften. 72. Band.
10) A. EWALD, Zur Histologie und Chemie der elastischen Fasern und des Bindegewebes. Zeitschrift f. Biologie. 26. Band.
11) GOTTSTEIN, Ueber den feineren Bau und die Entwickelung der Gehörschnecke. M. Schultzes Archiv. 8. Bd.
12) HABERMANN, Beiträge zur pathologischen Anatomie des Gehörorgans. Zeitschrift f. Heilkunde. 8. Band.
13) HENSEN, Zur Morphologie der Schnecke des Menschen und der Säugethiere. Zeitschrift f. Zoologie. 13. Band.
14) HUSCHKE, Ueber die Gehörzähne. Müllers Archiv 1835.
15) HYRTL, Ueber das innere Gehörorgan des Menschen und der Säugethiere. Prag 1845.
16) IBSEN, Anatomiske Undersølgeser over Ørets Labyrinth, udgivet ved Prof. PANUM. Kopenhagen 1881.
17) KÖLLIKER, Mikroskopische Anatomie. 1854.
18) LÖWENBERG, Anatomie et physiologie de l'oreille. 1869.
19) MIDDENDORP, Het vliezig slakkenhuis. Groningen 1867.
20) J. MÜLLER und HENLE, Müllers Archiv 1834. Jahresbericht.
21) POLITZER, Ueber Anastomosen zwischen den Gefässbezirken des Mittelohres und des Labyrinths. Archiv f. Ohrenheilkunde. 11. Band.

1) Mit Ausnahme der 2. Auflage von TOLDTS Lehrbuche, die mir nicht zugänglich war, sind sämmtliche nachverzeichnete Quellen von mir selbst durchgesehen worden.

22) Reichert, Beitrag zur feineren Anatomie der Gehörschnecke des Menschen und der Säugethiere. Abhandlungen der Berliner Academie. 1864.
23) Retzius, Das Gehörorgan der Wirbelthiere. 2. Band. 1884.
24) Retzius, Ueber ein Blutgefässe führendes Epithelgewebe im membranösen Gehörorgan. Biolog. Untersuchungen. 2. Jahrgang. 1882.
25) Rüdinger, Atlas des menschlichen Gehörorgans. München 1866.
26) Sappey, Traité d'anatomie descriptive. Tome troisième. Paris 1877.
27) Schwalbe, Ein Beitrag zur Kenntniss der Circulationsverhältnisse in der Gehörschnecke. Beiträge zur Physiologie. Festschrift C. Ludwig gewidmet. Leipzig 1887.
28) Schwalbe, Lehrbuch der Anatomie des Ohres. 1887.
29) Schwalbe, Ueber die Glomeruli arteriosi der Gehörschnecke. Anatom. Anzeiger. 1887.
30) Siebenmann, Ueber die Injection der Knochenkanäle des Aquaeductus vestibuli et cochleae mit Woodschem Metall. Mittheilungen aus dem anatom. Institut im Vesalianum zu Basel. 1889.
31) Siebenmann, Die Corrosionsanatomie des knöchernen Labyrinthes des menschlichen Ohres. Wiesbaden 1890.
32) Steinbrügge, Zur Corrosionsanatomie des Ohres. Centralblatt f. die medicin. Wissenschaften. 1885. Nr. 31.
33) Steinbrügge, Untersuchungen über das Vorkommen von Keratin in der Säugethierschnecke. Zeitschrift f. Biologie. 21. Band.
34) Toldt, Lehrbuch der Gewebelehre. 2. Auflage, citirt nach Schwalbe, Ueber die Glomeruli arteriosi der Gehörschnecke. Anatom. Anzeiger. 1887.
35) Voltolini, Einiges Anatomische aus der Gehörschnecke und über die Function derselben resp. des Gehörorgans. Virchows Archiv. 100. Band.
36) Voltolini, Ueber die Gehörzähne der Schnecke des Menschen und der Säugethiere und deren Gefässe. Virchows Archiv. 104. Band.
37) Waldeyer, Hörnerv und Schnecke. Strickers Handbuch der Lehre von den Geweben. 2. Band. 1872.
38) Weber-Liel, Der Aquaeductus cochleae beim Menschen. Monatsschrift für Ohrenheilkunde. 1879.
39) Weber-Liel, Die Membrana tympani secundaria. Monatsschrift für Ohrenheilkunde. 1876.
40) von Winiwarter, Untersuchungen über die Gehörsschnecke der Säugethiere. Sitzungsberichte der K. Academie. 61. Band, 1. Abtheilung.
41) Zuckerkandl, Beitrag zur Anatomie des Schläfebeins. Ueber die Anastomosen der Labyrintharterien. Monatsschrift f. Ohrenheilkunde. 1873.



Fig. 1. Tangentialer Längsschnitt durch die Schnecke des Neugeborenen. 1 äusseres, 2 mit
Blatt, a. n. Eintrittsstelle des Nerven. Färbung mit Hämatoxylin Vergrösserung et
Fig. 2. Längsschnitt durch die Schnecke des Neugeborenen. M. Modiolus. Bezeichnun
Fig. 1. Vergrösserung 16—17 fach.



H. Becker gez.

Fig. 1. A. Verlauf der im gewundenen Schneckenkörper verlaufenden Venen. B. bezeichnet den von der Kuppel herkommenden Endast von 3. Sein Ansatz ist bei x in A zu suchen. r. m. Büschel von aus dem Modiolus sich sammelnden feinen Venen. Vergrösserung 27—28 fach.

Fig. 2. A. Verlauf der Schneckenarterie. a. der im Modiolus aufsteigende Stamm der Arterie. Die Strecke d e umfasst den absteigenden, die Strecke b c den aufsteigenden Ast. B. bezeichnet das Ende des aufsteigenden Astes. Sein Ansatz ist bei x in A zu suchen. Vergrösserung 27—28 fach.

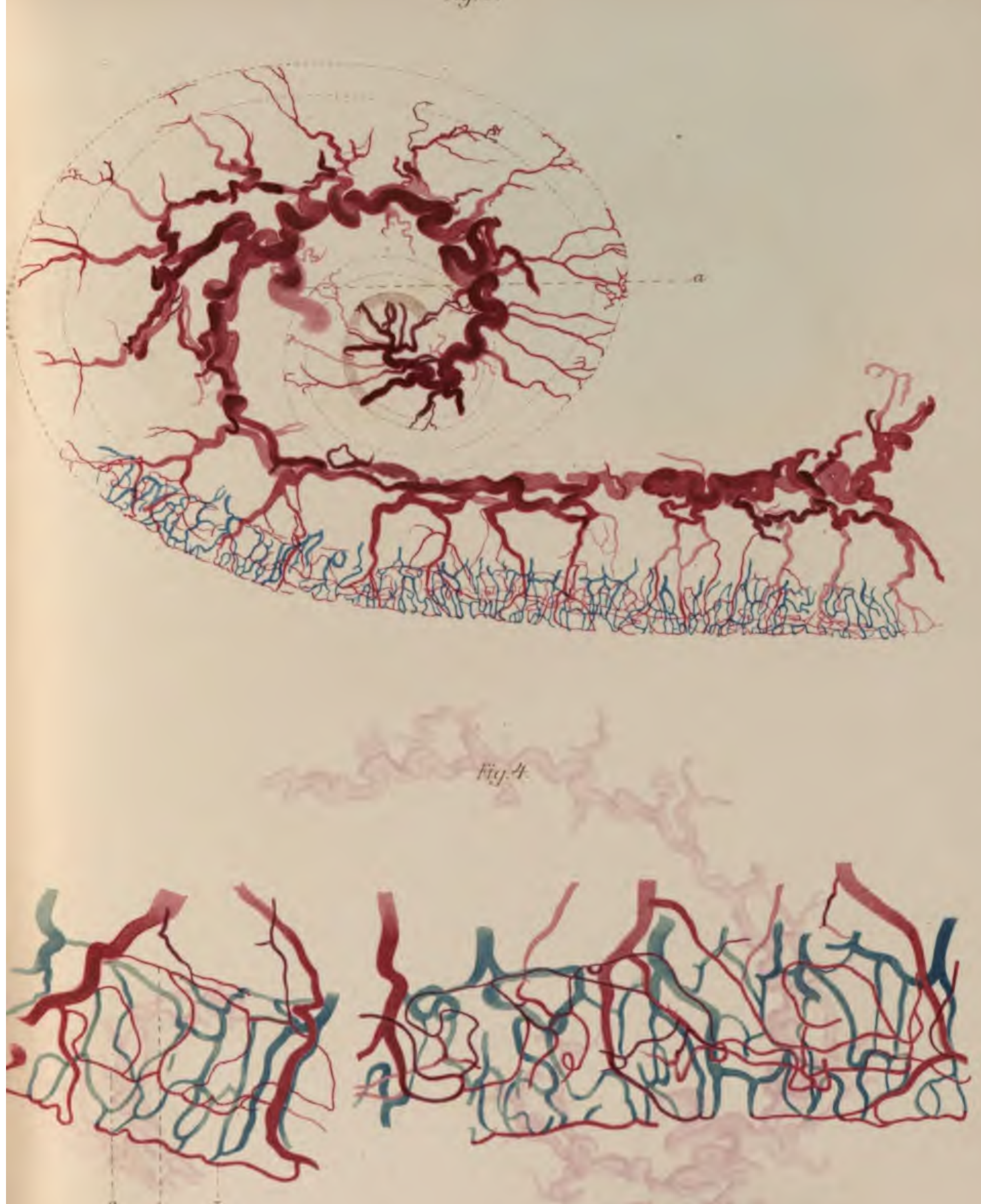
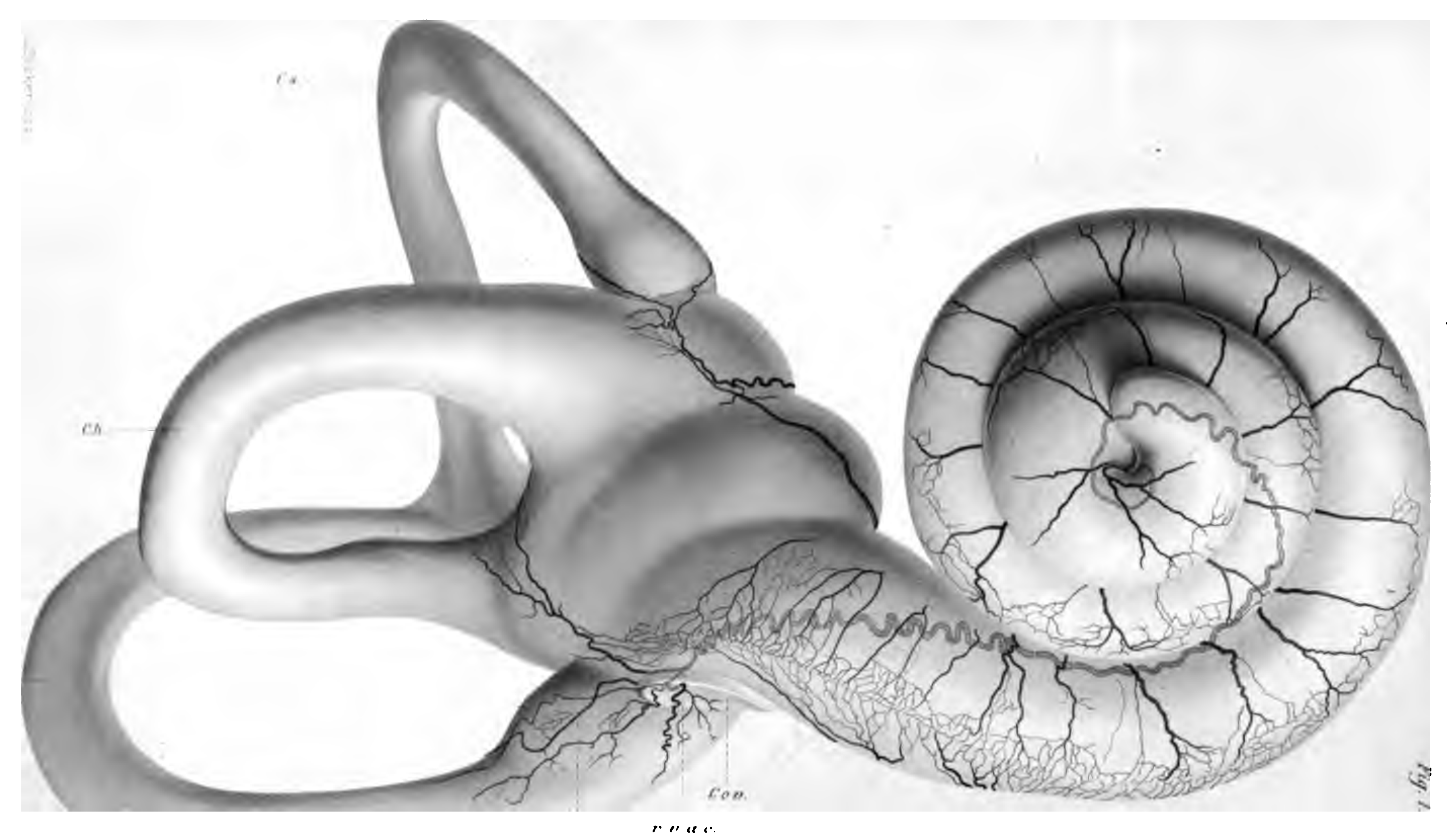


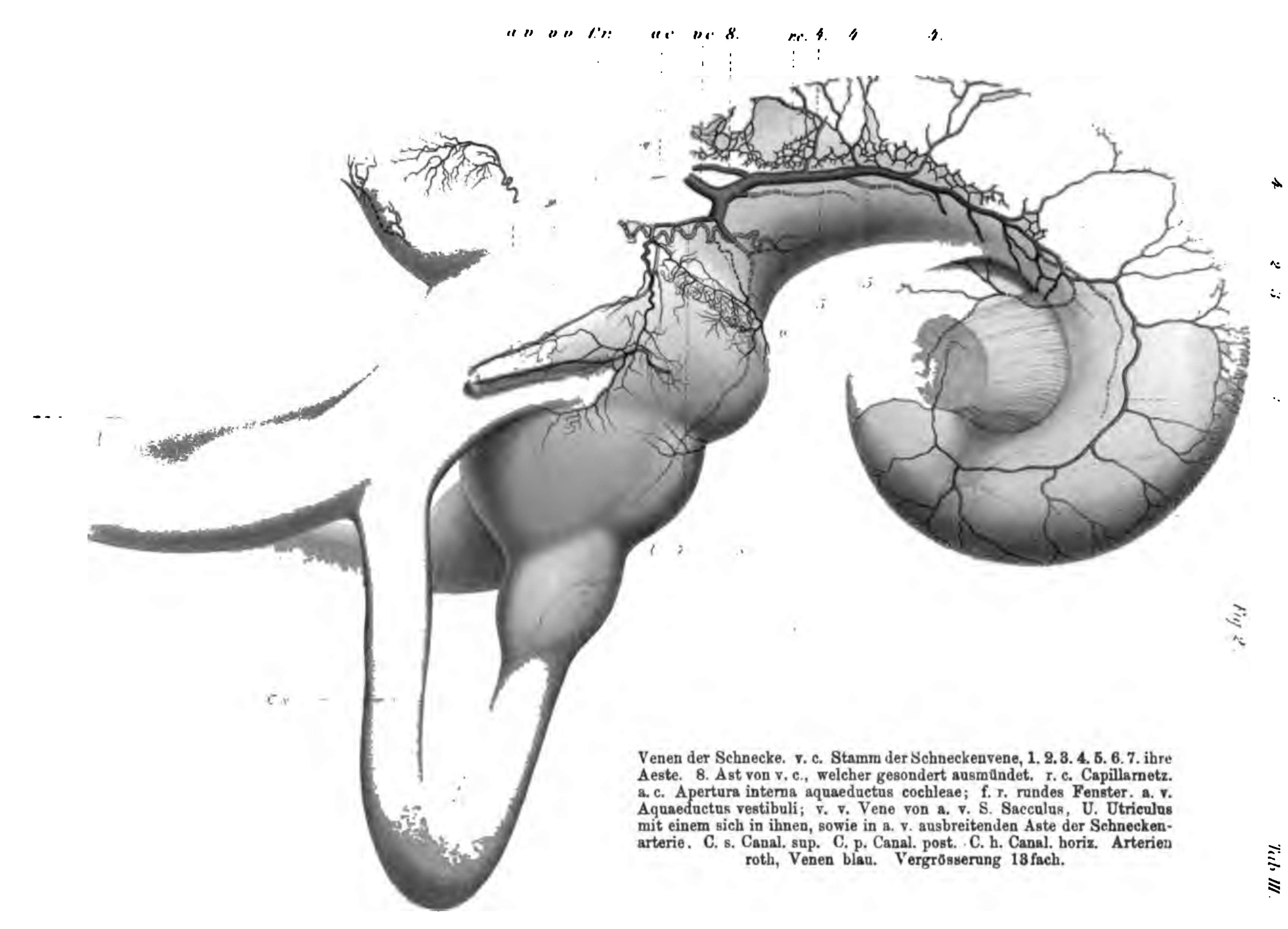
Fig. 3. Arterien der Lamina spiralis ossea et membranacea und Capillarsystem der
Venen blau. a. der im Modiolus aufsteigende Stamm der Schneckenarterie. Ver
Fig. 4. Zwei Stücke des Capillarnetzes der Lamina spiralis membranacea 100—110f
roth. Venen blau.



Arterien der Aussenwand der Schneckenscalen mit ihrem Capillarnetz im Lig. spirale und den aus diesem sich entwickelnden Venen. Arterien roth, Venen blau. Die schwächer gefärbte, gegliedert gezeichnete Arterie ist die Schneckenarterie, r. v. a. c. ist ihr Vorhofsendast. r. v. v. c. ist ein Stück des Vorhofsastes der Schneckenvene. C. s. Canal. sup. C. p. Canal post. C. h. Canal. horiz. f. ov. ovales Fenster. Vergrösserung 18fach.

Tab III.

Fig 2.



Venen der Schnecke. v. c. Stamm der Schneckenvene, 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. ihre Aeste. 8. Ast von v. c., welcher gesondert ausmündet. r. c. Capillarnetz. a. c. Apertura interna aquaeductus cochleae; f. r. rundes Fenster. a. v. Aquaeductus vestibuli; v. v. Vene von a. v. S. Sacculus, U. Utriculus mit einem sich in ihnen, sowie in a. v. ausbreitenden Aste der Schneckenarterie. C. s. Canal. sup. C. p. Canal. post. C. h. Canal. horiz. Arterien roth, Venen blau. Vergrösserung 13fach.

DIE

BEZIEHUNGEN DES VORDERSEITENSTRANGES

ZU

MITTEL- UND HINTERHIRN

VON

Dr. HANS HELD.

(AUS DEM LABORATORIUM DER PSYCHIATRISCHEN UND NERVENKLINIK
PROF. P. FLECHSIG.)

**Des XVIII. Bandes der Abhandlungen der mathematisch-physischen Classe
der Königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften**

N⁰ VI.

MIT DREI TAFELN.

LEIPZIG

BEI S. HIRZEL.

1892.

Das Manuscript eingeliefert am 11. Januar 1892.
Der Druck beendet am 4. Juni 1892.

DIE

BEZIEHUNGEN DES VORDERSEITENSTRANGES

ZU MITTEL- UND HINTERHIRN

VON

DR. HANS HELD.

MIT DREI TAFELN.

(AUS DEM LABORATORIUM DER PSYCHIATRISCHEN UND NERVENKLINIK PROF. P. FLECHSIG.)



Der die Vorderhörner des Rückenmarks umgebende (nach Abzug von Pyramiden- und Kleinhirn-Seitenstrangbahnen verbleibende) Theil der Vorderseitenstränge (Vorderstranggrundbündel und Seitenstrangreste Flechsig) tritt cerebralwärts zu verschiedenen grauen Massen in Beziehung, die sämmtlich im Mittel- und Hinterhirn gelegen sind und sich höchst wahrscheinlich zum Theil decken mit den seitens der Physiologie hier nachgewiesenen Centren wichtiger Functionen, wie Athmungs- und Gefässcentrum u. s. w. Bisher war es noch nicht gelungen, diese Beziehungen bis ins Einzelne genau nachzuweisen; ich habe es deshalb unternommen, durch Untersuchungen an der Katze und Ratte einige der hier vorhandenen Lücken unseres Wissens auszufüllen.

Die anatomischen Verhältnisse nun bez. der Endigung der fraglichen Fasern des Vorderseitenstranges (welche ich in der Folge der Kürze halber »Vorderseitenstrangreste« nennen will) in den verschiedenen hier in Betracht kommenden grauen Massen des Hirnstammes sind im Einzelnen gleiche resp. ähnliche, sodass hier ein bestimmter Grundtypus nicht zu verkennen ist. Derselbe lässt sich kurz dahin charakterisiren, dass die Bündel des Vorderseitenstranges zu beiden Seiten der Mittellinie als mehr weniger compacte Stränge ab- bezw. aufsteigen, während die verschiedenen grauen Massen, in denen dieselben enden resp. entspringen, lateralwärts liegen. So kommt es zur Bildung von Faserzügen, die von der Raphe aus in die Seitengebiete des Hirnstammes eindringen. Während die Hinterstränge in leicht übersichtlicher Weise von unten her direct in ihre Kerne hineinwachsen, folgen die in Rede stehenden Theile der Vorderseitenstränge in der Gegend ihrer Ursprünge sehr verschlungenen und anatomisch schwer nachweisbaren Bahnen, so dass es

vielfach nur durch besonders angepasste Schnittrichtungen möglich wird, das winklige Umbiegen der einzelnen Faserzüge und damit den Verlauf derselben klarzulegen.

Die grauen Massen nun, mit denen der in Rede stehende Theil der Vorderseitenstränge in Verbindung tritt, sind

1) Gangliengruppen der Formatio reticularis in Oblongata und Brücke,
2) Kerne des Nervus vestibularis,
3) Kerne des Nervus trigeminus,
4) Deiter'scher Kern,
5) oberer (und unterer) Vierhügel,
6) rother Kern der Haube,
7) oberer Lateralkern (FLECHSIG).

Was die Beziehungen der Vorderseitenstränge zur Formatio reticularis anbetrifft, so sind hier gekreuzte und ungekreuzte Faserbündel zu unterscheiden (Fig. 1, 2, 3). Einestheils werden in der ganzen Längsausdehnung der Formatio reticularis mehr vereinzelt Fasern aus dem Vorderseitenstrang abgegeben, anderntheils findet sich an zwei Stellen eine Abtrennung grösserer Fasergruppen von den compacten Bündeln der Vorderseitenstrangreste, wodurch grössere Verschiebungen in denselben und Gestaltsveränderungen verursacht werden. Diese Stellen liegen

1) im oberen Drittel des verlängerten Markes ungefähr in der Höhe des Vaguskernes bis zum Facialisknie (Gegend des unteren Centralkerns); es treten hier zahlreiche, stark markhaltige Fasern gekreuzt wie ungekreuzt in die Formatio reticularis hinein. Die gleichseitigen Faserzüge beginnen schon unterhalb dieser Stelle sich abzuzweigen, um dann in höheren Ebenen erst in die Formatio recticularis hinein umzubiegen, so dass man Schrägschnitte durch die Medulla herstellen muss, um diesen Verlauf nachweisen zu können (Fig. 1). In der Hauptsache stammen diese Bündel aus den ventralen Theilen der Vorderseitenstrangreste, während die gekreuzten Fasern aus den dorsalen Partien hervorgehen (Fig. 1, 2); letztere fallen fontaineartig in die Formatio reticularis hinein (Fig. 2). Bei der Ratte, von der Fig. 2 diese Verhältnisse zeigt, sind sie weit stärker und mächtiger ausgeprägt als bei der Katze.

2) Ein zweites grösseres noch mehr in sich geschlossenes

Bündel ist an der Grenze von dem mittleren und oberen Drittel der Brückengegend nachweisbar; man sieht dasselbe in Fig. 3 lateralwärts aus dem Vorderseitenstrang heraustreten, um dann in scharfem Winkel umbiegend in die Formatio reticularis hinunterzuziehen. Durch die Loslösung dieses Bündels aus den mittleren Partien des Vorderseitenstrangrestes wird derselbe in zwei Faserbündel getrennt, die von dieser Stelle an aufwärts als zwei scharf getrennte Systeme weiter ziehen und zwar in das hintere Längsbündel und in die aus dem vorderen Vierhügel entspringende Bahn (fontaineartige Haubenkreuzung) Fig. 4.

3) Aus den Kernen des Nervus vestibularis ziehen folgende Bündel in den Vorderseitenstrang. Abgesehen von der Bahn, die aus dem Deiter'schen Kern hervorgeht, sind zwei Faserzüge hier zu unterscheiden. Der eine aus dem hinteren Acusticuskern (Kern der aufsteigenden Vestibulariswurzel) entspringend zieht über den Facialiskern hinweglaufend in den dorsalen Theil des gleichseitigen Vorderseitenstrangrestes hinein; das zweite Bündel geht aus dem Vestibularishauptkern hervor und geht erst in höheren Ebenen (in Fig. 3 hat sich dasselbe noch nicht der Mittellinie genähert) in den gekreuzten Vorderseitenstrangrest über.

4) Die aus dem Trigeminusgebiet kommenden Fasern sind solche aus der Substantia gelatinosa, dem vor der absteigenden Wurzel gelegenen Grau, und solche aus dem sensiblen Trigeminuskern. Noch stärker als bei der Katze sind dieselben bei der Ratte entwickelt, weshalb die Fig. 2 und 5 von dieser entnommen sind. Das Bündel aus der Substantia gelatinosa geht ungefähr in der Höhe des Facialiskernes in den gekreuzten Vorderseitenstrangrest über und zwar in dessen mittlere Felder (Fig. 2). Die Faserzüge aus dem sensiblen Trigeminuskern sind gekreuzte und ungekreuzte (Fig. 5).

5) Bezüglich der Bündel aus dem Deiter'schen Kern, aus dem rothen Kern der Haube und aus dem vorderen Vierhügelgrau verweise ich auf Neurologisches Centralblatt 1890, Nr. 16 und auf Archiv für Anatomie 1891, wo ich dieselben ausführlicher beschrieben habe. Ich reproducire hier nur die entsprechenden Abbildungen. Es stellt Fig. 6 (Sstrgb. a. d. v. V.) Bündel (die »fontaineartige Meynert'sche Haubenkreuzung« Forel's) dar, welche aus dem mittleren Grau des vorderen Vierhügels entspringend nach Kreuzung in der

Raphe nach abwärts umbiegen (Fig. 7 direct bezeichnet) und in die Vorderseitenstrangreste übergehen. Es scheint mir, dass sich der fontaineartigen Kreuzung auch Fasern aus dem unteren Vierhügel anschliessen; dieselben treten medialwärts aus dem unteren Vierhügelganglion heraus und legen sich dann den aus dem vorderen Vierhügel herunterkommenden Bündeln an. Doch ist nicht ausgeschlossen, dass diese Fasern mit den Bindearmen nach aufwärts ziehen. Dicht vor der fontaineartigen Haubenkreuzung liegen Faserbündel, welche aus den rothen Kernen der Haube medianwärts austreten und sich kreuzen; dieselben ziehen darnach lateral- und abwärts in die laterale Schleife (Fig. 8. Sstrgb. a. d. R. K.), gelangen mit letzterer bis zum unteren Ende der Brücke und von hier in die Oblongata (zwischen grossen Oliven und Corpus restiforme nächst der Peripherie: Fig. 9. Sstrgb. a. d. R. K.), von wo sie in die Seitenstrangreste gelangen. Mit diesem Bündel vereinigt sich in der Oblongata ein zweites, vom Deiter'schen Kern ausgehendes (Fig. 8. Sstrgb. a. d. D. K.), welches sich medianwärts jenem anlegt. Die Fortsetzungen der Seitenstrangreste in der Oblongata liegen also nicht ausschliesslich neben der Mittellinie, sondern theilweise auch der Peripherie an bez. nahe.

6) Das hintere Längsbündel ist der am weitesten cerebralwärts reichende Theil des Vorderseitenstrangrestes. An dem Oculomotoriuskern noch als geschlossenes Bündel vorbeigehend, beginnt es oberhalb desselben lateralwärts sich auszubreiten; der aus stärkeren markhaltigen Fasern bestehende Theil des hinteren Längsbündels biegt früher nach aussen um (Fig. 10), am weitesten cerebralwärts gelangen die feinen Fasern desselben (Fig. 11). Sie finden ihr Ende in einer grauen Masse, die ebenso wie die Formatio reticularis grosse multipolare Ganglienzellen enthält und von Flechsig als oberer Lateralkern bezeichnet worden ist. Das hintere Längsbündel besteht also keineswegs ausschliesslich aus Fasern, welche die Kerne der Augenmuskelnerven verbinden, wie dies bisher vielfach behauptet worden ist, sondern könnte nur zum Theil diese Bedeutung haben.

Tafelerklärungen.

Fig. 1. Schrägschnitt durch die Medulla einer 5 Tage alten Katze, gekreuzte und gleichseitige Faserzüge aus der Formatio reticularis zum Vorderseitenstrangrest.

Fig. 2. Querschnitt durch die Medulla einer jungen Ratte, gekreuzte Fasern aus der Formatio reticularis und aus der Substantia gelatinosa zum Vorderseitenstrangrest.

Fig. 3 und 4. Schrägschnitte durch die obere Brückengegend einer 1 Tage alten Katze, gleichseitiges Bündel aus der Formatio reticularis zum Vorderseitenstrangrest.

Fig. 5. Querschnitt durch den Hirnstamm einer jungen Ratte, gekreuzte Fasern aus den Trigeminuskernen zum Vorderseitenstrangrest; die gleichseitigen Fasern gehen in die äusseren mehr zerstreut liegenden Bündel desselben über.

Fig. 6. Schrägschnitt durch die Vierhügelgegend einer 3 Tage alten Katze, gekreuzte Bündel aus dem vorderen Vierhügel und aus dem Roten Kern zum Vorderseitenstrangrest.

Fig. 7. Schrägschnitt durch den Hirnstamm einer 4 Tage alten Katze.

Fig. 8 und 9. Schrägschnitt durch den Hirnstamm einer neugeborenen Katze. Fig. 8 zeigt den Verlauf der Bahn aus dem Deiter'schen Kern zum Vorderseitenstrangrest. Fig. 9 zeigt die in der oberen Brückengegend erfolgte Trennung des Vorderseitenstrangrestes in das hintere Längsbündel und in die aus dem vorderen Vierhügel herabziehende Bahn.

Fig. 10 und 11. Schrägschnitte durch den Hirnstamm einer 11 Tage alten Katze; sie zeigen den Ursprung des hinteren Längsbündel aus dem oberen Lateralkern von Flechsig.

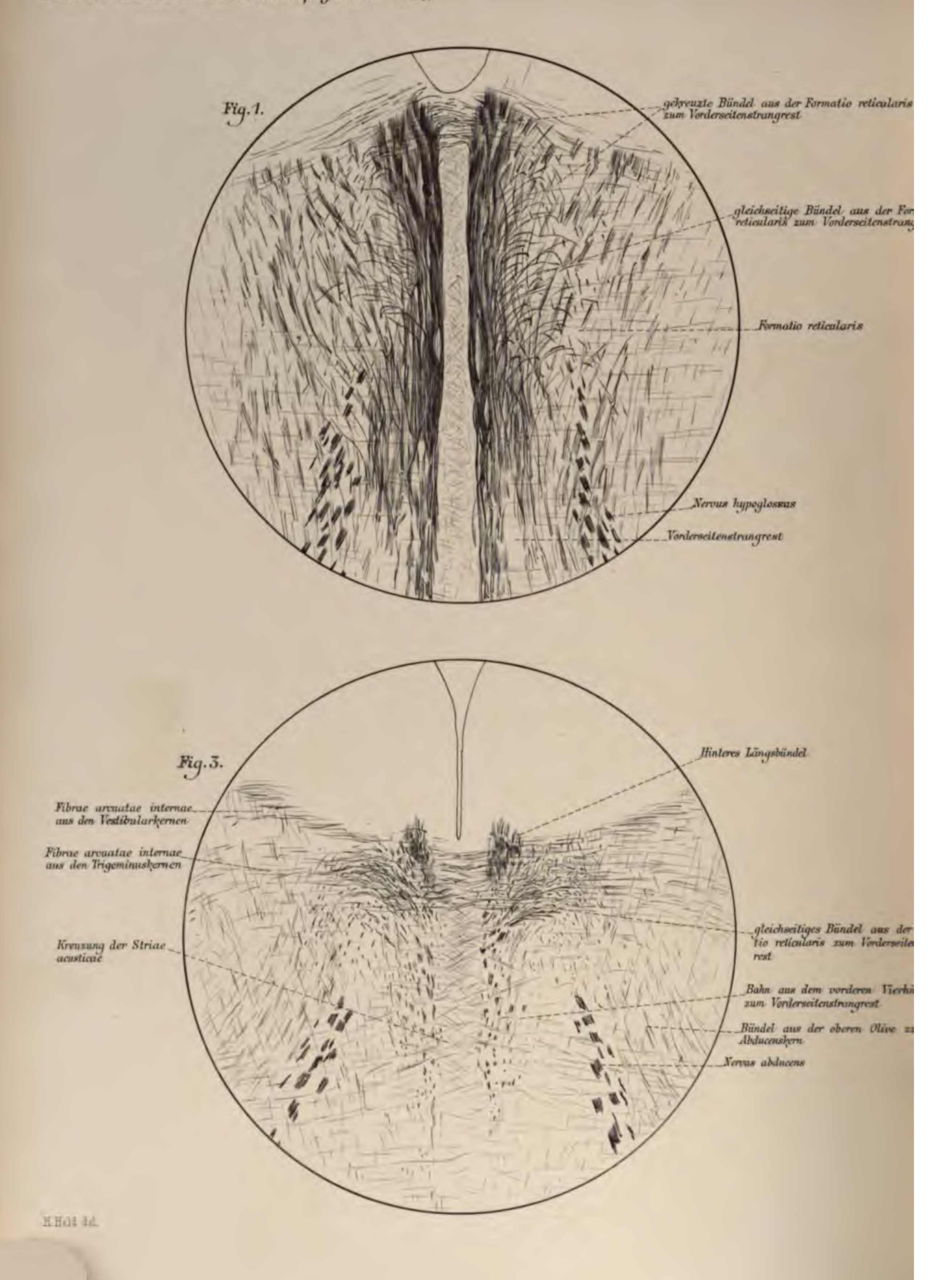
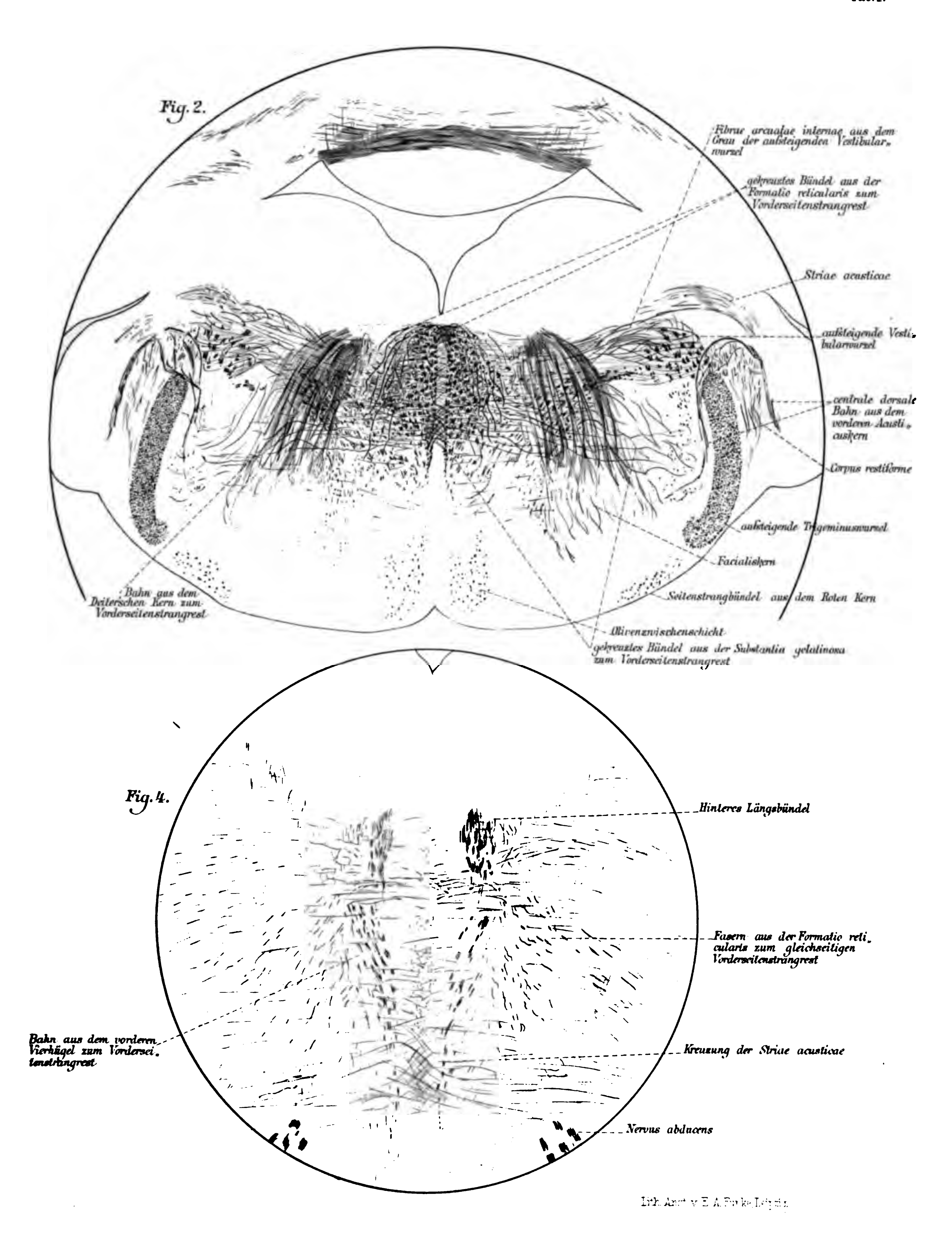
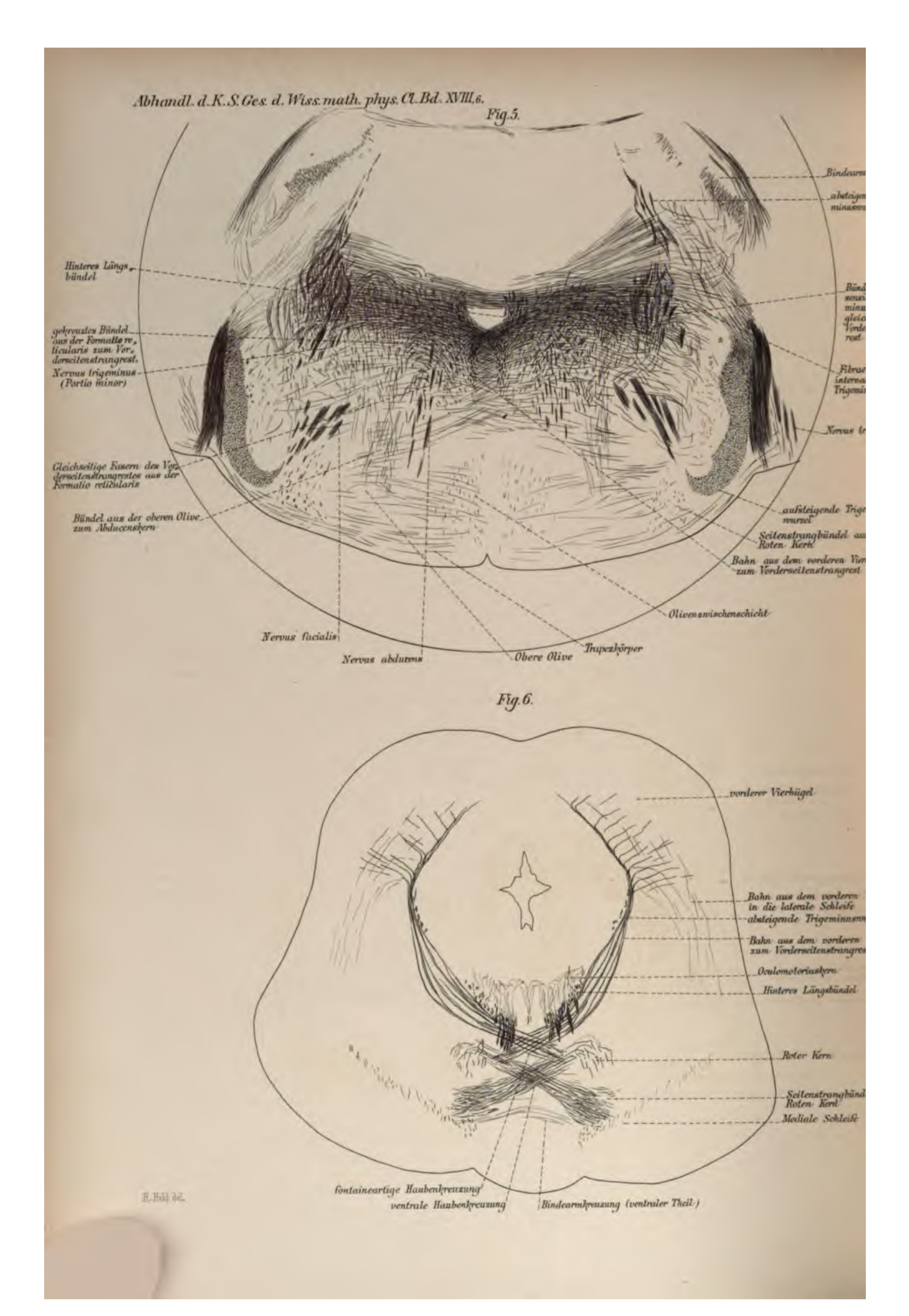
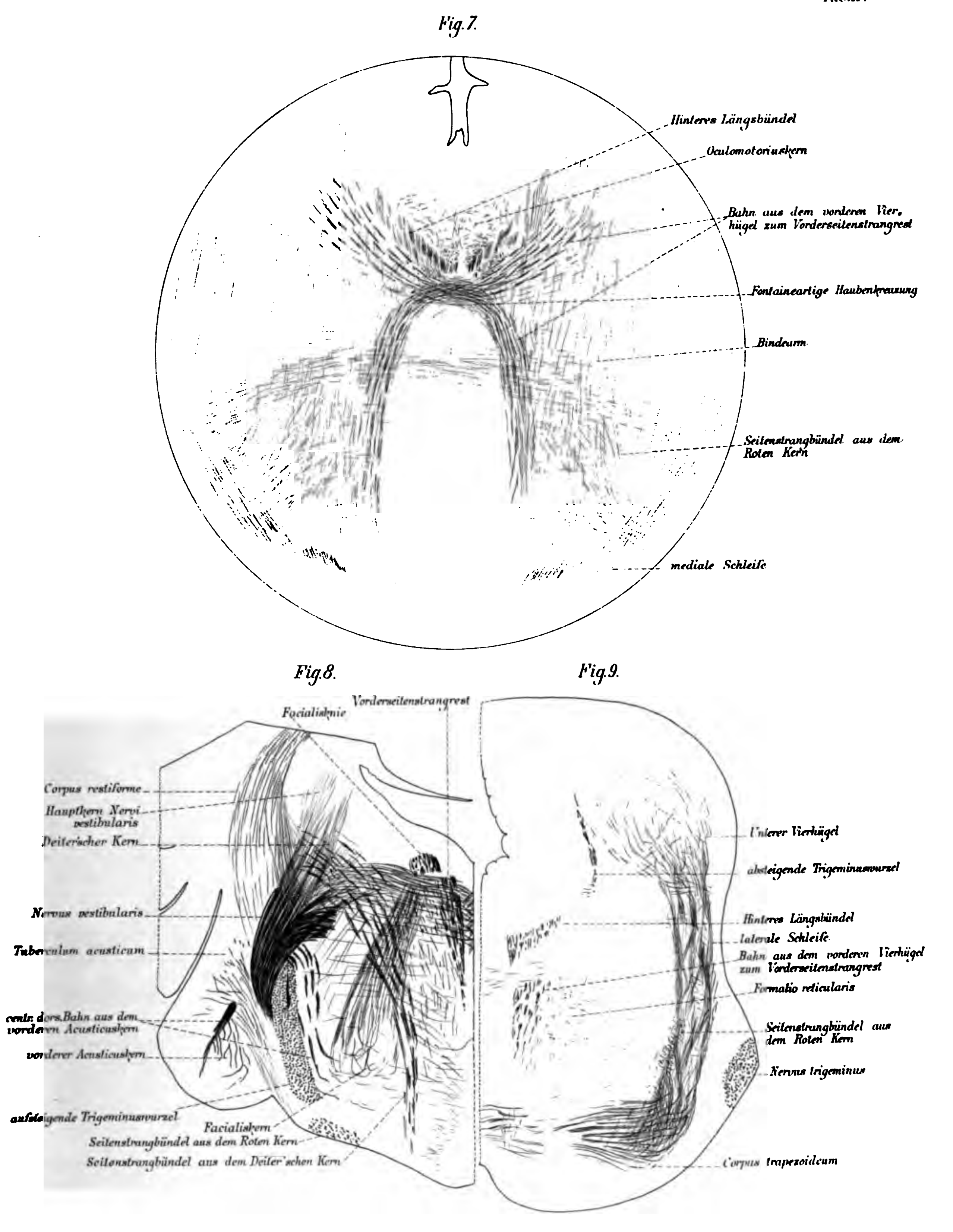


Fig. 1.
gekreuzte Bündel aus der Formatio reticularis zum Vorderseitenstrangrest
gleichseitige Bündel aus der For
reticularis zum Vorderseitenstrang
Formatio reticularis
Nervus hypoglossus
Vorderseitenstrangrest
Fig. 3.
Hinteres Längsbündel
Fibrae arcuatae internae aus den Vestibularkernen
Fibrae arcuatae internae aus den Trigeminuskernen
Kreuzung der Striae acusticae
gleichseitiges Bündel aus der
tio reticularis zum Vorderseite
rest
Bahn aus dem vorderen Vierh
zum Vorderseitenstrangrest
Bündel aus der oberen Olive
Abducenskern
Nervus abducens
H. Held del.

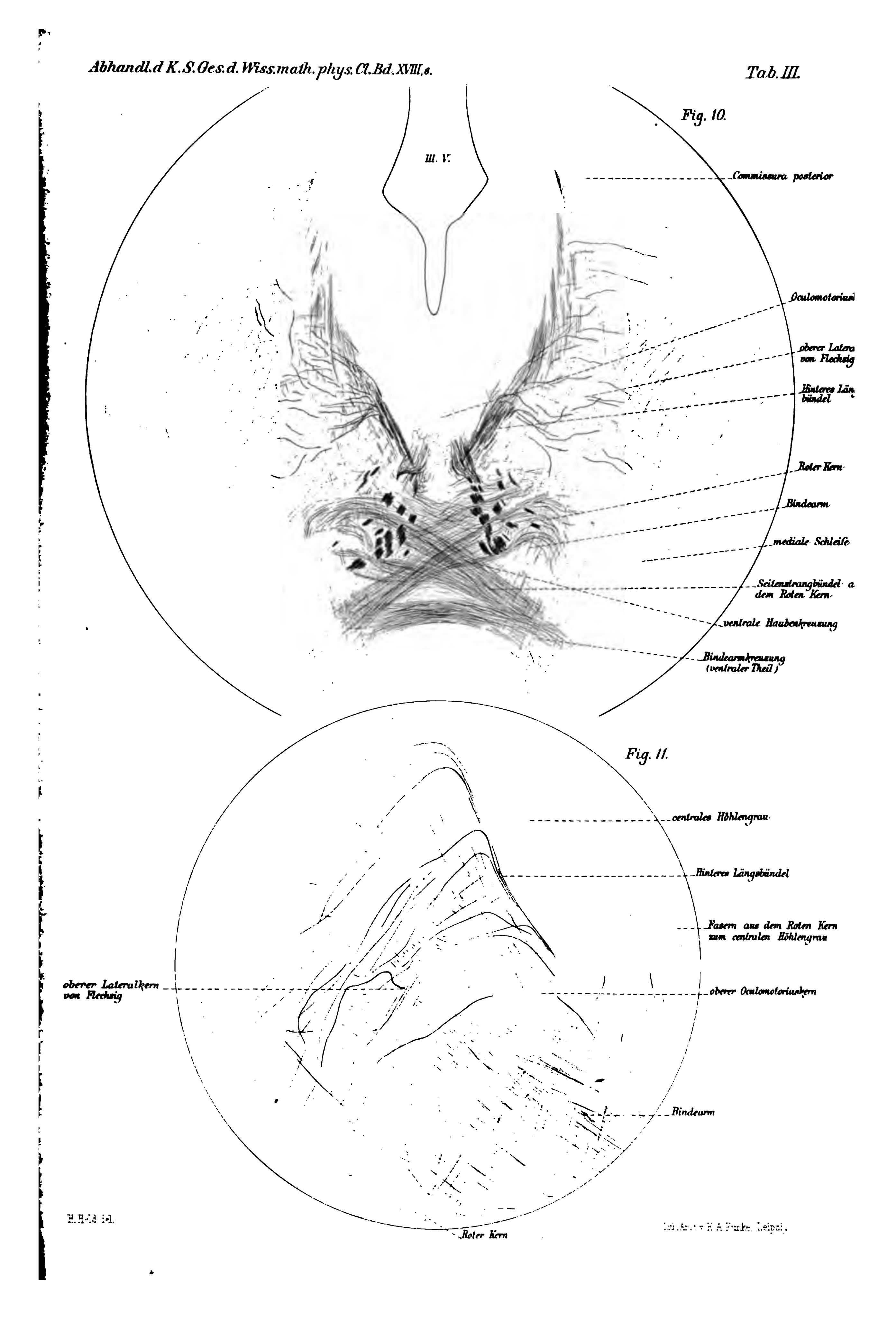


Lith. Anst. v. E. A. Funke, Leipzig.


Fig. 5.
Hinteres Längs-bündel
gekreuztes Bündel aus der Formatio reticularis zum Vorderseitenstrangrest.
Nervus trigeminus (Portio minor)
Gleichseitige Fasern des Vorderseitenstrangrestes aus der Formatio reticularis
Bündel aus der oberen Olive zum Abducenskern
Nervus facialis
Nervus abducens
Obere Olive
Trapezkörper
Olivenzwischenschicht
Bahn aus dem vorderen Vi
zum Vorderseitenstrangrest
Seitenstrangbündel au
Roten Kern
aufsteigende Trige
wurzel
Nervus tr
Fig. 6.
vorderer Vierhügel
Bahn aus dem vorderen
in die laterale Schleife
absteigende Trigeminusw
Bahn aus dem vorderen
zum Vorderseitenstrangres
Oculomotoriuskern
Hinteres Längsbündel
Roter Kern
Seitenstrangbünd
Roten Kern
Mediale Schleife
fontaineartige Haubenkreuzung
ventrale Haubenkreuzung
Bindearmkreuzung (ventraler Theil)
H. Held del.



Lith. Anst. v. E. A. Funke, Leipzig.


Fig. 10.
III. V.
Commissura posterior
Oculomotorius
oberer Latera
von Flechsig
Hinteres Län
bündel
Roter Kern
Bindearm
mediale Schleife
Seitenstrangbündel a
dem Roten Kern
ventrale Haubenkreuzung
Bindearmkreuzung
(ventraler Theil)
Fig. 11.
centrales Höhlengrau
Hinteres Längsbündel
Fasern aus dem Roten Kern
zum centralen Höhlengrau
oberer Lateralkern
von Flechsig
oberer Oculomotoriuskern
Bindearm
Roter Kern

ELEKTRISCHE UNTERSUCHUNGEN.

NEUNZEHNTE ABHANDLUNG.

ÜBER DIE THERMO- UND PIËZOELEKTRISCHEN EIGENSCHAFTEN DER KRYSTALLE DES CHLORSAUREN NATRONS, DES UNTERSCHWEFELSAUREN KALIS, DES SEIGNETTESALZES, DES RESORCINS, DES MILCHZUCKERS UND DES DICHROMSAUREN KALIS.

VON

W. G. HANKEL

ORD. MITGLIED DER KÖNIGL. SÄCHS. GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN,

IN VERBINDUNG MIT

H. LINDENBERG.

Des XVIII. Bandes der Abhandlungen der mathematisch-physischen Classe der Königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften

Nº VII.

MIT DREI TAFELN.

LEIPZIG

BEI S. HIRZEL.

1892.

A. Hemimorphe Krystalle.

I. Tesserales System.

Chlorsaures Natron.

Das chlorsaure Natron krystallisirt gewöhnlich in Würfeln, deren Kanten und Ecken vollkommen scharf ausgebildet sind. Im Jahre 1853 beobachte RAMMELSBERG[1]) an diesen würfelförmigen Krystallen ausser den Flächen des Rhombendodekaeders auch noch die Flächen eines Tetraeders und eines Pentagondodekaeders.

Veranlasst durch diese eigenthümliche Bildung untersuchte MARBACH[2]) die Krystalle im polarisirten Lichte und fand, dass sie, wie der Quarz, die Schwingungsebene des Lichtes drehen, und zwar die einen rechts-, die andern linksum. Während nun aber bei dem zum hexagonalen Systeme mit einer Hauptaxe gehörigen Quarze die Drehung der Schwingungsebene nur eintreten kann, wenn der Lichtstrahl in der Richtung der Hauptaxe den Krystall durchdringt, so muss bei den zum würfelförmigen Systeme gehörigen Krystallen des chlorsauren Natrons die Drehung der Schwingungsebene des Lichtes bei allen Richtungen, nach welchen der Strahl den Krystall durchdringt, eintreten, weil die gewöhnliche Doppelbrechung nicht vorhanden ist und die Drehung nicht unmöglich machen kann.

Aus ein und derselben Lösung des Salzes scheiden sich rechte und linke Krystalle aus; ebenso liefert eine Lösung von lauter rechten oder nur linken Krystallen wieder beide Arten von Krystallen. Das chlorsaure Natron verhält sich also in dieser Beziehung anders als die beiden Modificationen der Weinsäure, bei welcher die Lösung

1) Pogg. Ann. Bd. 90, S. 15.

2) Pogg. Ann. Bd. 91, S. 482.

der einen Modification nur Krystalle der in ihr aufgelösten Art liefert.

Die eigenthümliche Gestaltung der Krystalle des chlorsauren Natrons liess vermuthen, dass dieselben durch Aenderung der Temperatur polar-elektrisch werden, und diese Vermuthung ist durch die Versuche bestätigt worden. Aehnlich wie beim Boracit treten an den Würfelecken elektrische Pole auf, welche abwechselnd positive und negative Spannung zeigen.

Ebenso konnten an diesen Krystallen auch aktino- und piëzoelektrische Spannungen beobachtet werden.

Bevor jedoch die elektrischen Erscheinungen mitgetheilt werden, ist es nothwendig, die Krystallformen des chlorsauren Natrons genauer zu erläutern.

1. Krystallformen.

Wie oben erwähnt, sind die Krystalle des chlorsauren Natrons meistens Würfel, deren Kanten und Ecken vollkommen scharf ausgebildet sind, doch kommen auch Combinationen mit dem Rhombendodekaeder, dem Pentagondodekaeder und dem Tetraeder vor.

Unter gewissen, noch unbekannten Umständen entstehen auch Tetraeder, deren Flächen öfters mehr oder weniger matt und gekrümmt sind. Diese Krümmung weist auf ein Deltoiddodekaeder hin, das auch bisweilen vollkommen deutlich ausgebildet ist.

Unter den tetraedrischen Krystallen finden sich auch Zwillinge, in denen zwei Individuen kreuzweise durcheinander gewachsen sind. Nach GROTH[1]) ist von den zu einem Zwillinge verbundenen Krystallen der eine ein rechter, der andere ein linker.

Die Richtung, nach welcher die Schwingungsebene des Lichtes gedreht wird, lässt sich aus der äusseren Form der Krystalle erkennen, wenn die Flächen des Tetraeders und des Pentagondodekaeders vorhanden sind.

Wir wollen den Krystall, wie GROTH in seiner physikalischen Krystallographie (s. Tafel 1, Fig. I und II), so stellen, dass eine seiner Hauptaxen vertical steht, eine zweite aber auf uns zu gerichtet ist, und dass die Tetraederfläche sich am linken Ende der oberen Kante

1) Pogg. Ann. Bd. 158, S. 218.

der uns zugewandten Würfelfläche befindet. Liegt nun bei dieser Stellung an der genannten Kante die Pentagondodekaederfläche unterhalb der daselbst befindlichen Rhombendodekaederfläche, so ist der Krystall ein rechtsdrehender; liegt sie aber oberhalb derselben, also nach der oberen Würfelfläche hin, so ist der Krystall ein linksdrehender. Bei dem ersteren liegt somit die sogenannte charakteristische Kante des Pentagondodekaeders über der uns zugewandten Würfelfläche horizontal, bei dem zweiten vertical.

Zwischen dem Sinne der Drehung und der Lage der Flächen des Tetraeders und des Pentagondodekaeders besteht also eine feste Beziehung, so dass, wenn die Drehung und die Lage einer der genannten Flächen gegeben ist, die Lage der anderen vollständig bestimmt ist.

Da, wie sich später zeigen wird, die Flächen des Tetraeders stets an dem beim Erkalten negativen Ende der trigonalen Zwischenaxen auftreten, so kann auch die Kenntniss der Lage der elektrischen Pole an Stelle der Kenntniss der Tetraederflächen treten. Eben dies gilt auch von dem aktino- und piëzoelektrischen Verhalten, da dasselbe mit dem thermoelektrischen in einem festen Zusammenhange steht.

Die thermoelektrischen und die piëzoelektrischen Vorgänge auf den Krystallen des chlorsauren Natrons weisen mit aller Bestimmtheit darauf hin, dass dieselben nach der Richtung der trigonalen Zwischenaxen hemimorph gebildet sind. Andererseits weist das Auftreten der Drehung der Polarisationsebene auf Bildungen hin, in welchen eine bestimmte Drehung sich ausspricht.

Aus dem Achtundvierzigflächner lassen sich durch Wachsen und Verschwinden der abwechselnden Flächen zwei hemiëdrische Gestalten ableiten, zwei sogenannte Pentagon-Ikositetraeder, von denen das eine eine Drehung rechtsum, das andere eine solche linksum zeigt. Der Sinn der Drehung kann in folgender Weise mit aller Bestimmtheit festgestellt werden:

Stellen wir uns in die Hauptaxe und betrachten von dieser Stellung aus die Lage der in dem oberen Ende der Hauptaxe zusammenstossenden Polkanten der beiden hemiedrischen Formen in Bezug auf die Hauptschnitte des Achtundvierzigflächners. Sind dann die Polkanten der hemiedrischen Gestalt nach rechts aus den Hauptschnitten

herausgedreht, so heisst diese Gestalt eine rechte; dagegen eine linke, wenn die Polkanten nach links aus den Hauptschnitten hinaus gewichen sind. Die beiden Pentagon-Ikositetraeder können bezeichnet werden durch $r\left(\frac{mOn}{2}\right)$ und $l\left(\frac{mOn}{2}\right)$. (In analoger Weise entstehen aus der dihexagonalen Pyramide zwei hexagonale Trapezoeder, welche die Bezeichnung $r\left(\frac{mPn}{2}\right)$ und $l\left(\frac{mPn}{2}\right)$ erhalten[1].)

Die elektrischen Erscheinungen weisen nun, wie schon erwähnt, in voller Bestimmtheit darauf hin, dass die Krystalle des chlorsauren Natrons nach den trigonalen Zwischenaxen hemimorph gebildet sind.

Es werden also die Flächen des Pentagon-Ikositetraeders nur an dem einen Ende dieser Axen auftreten, wodurch dasselbe in ein tetraedrisches Pentagondodekaeder übergeht; und zwar liefert jedes Pentagon-Ikositetraeder zwei solche Dodekaeder, je nachdem die Flächen an den positiven oder an den negativen Ecken erhalten sind. Die beiden aus einem Ikositetraeder entstandenen Dodekaeder haben dieselbe Drehung, aber eine um 90° verschiedene Stellung. Durch eine Drehung um 90° können sie zur Deckung gebracht werden. Diese vier tetraedrischen Pentagon-Dodekaeder lassen sich darstellen durch die vier Symbole: $+r\left(\frac{mOn}{2}\right)$, $-r\left(\frac{mOn}{2}\right)$, $+l\left(\frac{mOn}{2}\right)$ und $-l\left(\frac{mOn}{2}\right)$[2]. (In gleicher Weise liefern die beiden hexagonalen

1) Genaueres über die beim Bergkrystall vorkommenden Gestalten siehe in der Abhandlung: Ueber die aktino- und piëzoelektrischen Eigenschaften des Bergkrystalls und ihre Beziehung zu den thermoelektrischen. Bd. XX. d. Abhdlg., S. 473.

2) Die in den Pentagon-Ikositetraedern und tetraedrischen Pentagondodekaedern auftretenden Drehungen erkennt man am einfachsten durch die folgende Darstellung.

Es seien in der Ebene der Zeichnung (Taf. 1, Fig. III) XX' und YY' zwei aufeinander senkrechte Axen, die sich in dem Punkte O schneiden. In O stehe die dritte Axe Z senkrecht auf ihnen. Man construire nun den Durchschnitt der um den oberen Eckpunkt Z gelegenen 8 Flächen des Achtundvierzigflächners mOn mit der Ebene der XY, indem man durch den um 1 von O abstehenden Punkt der Z-Axe Flächen legt, welche auf den Axen X und Y die Längen m und n oder n und m abschneiden. Es sei z. B. $m = 3$ und $n = 2$, so bildet der Durchschnitt aller 8 Flächen mit der Ebene der XY in dieser das Achteck, dessen Seiten in der Zeichnung auf Taf. 1 mit den Zahlen 1 bis 8 bezeichnet sind.

Lässt man nun die Flächen 1, 3, 5, 7 sich vergrössern bis zum gegenseitigen Durchschnitt und die Flächen 2, 4, 6, 8 verschwinden, so entsteht durch

Trapezoeder je zwei trigonale Trapezoeder, deren Symbole sind $+r\left(\frac{mPn}{2}\right)$, $-r\left(\frac{mPn}{2}\right)$, $+l\left(\frac{mPn}{2}\right)$ und $-l\left(\frac{mPn}{2}\right)$.

Wird nun der Ableitungscoefficient $n = \infty$, so gehen die beiden Pentagon-Ikositetraeder über in zwei Pyramidenwürfel $r\left(\frac{mOn}{2}\right)_{n=\infty}$ und $l\left(\frac{mOn}{2}\right)_{n=\infty}$, welche zwar dieselbe Gestalt haben, deren Flächen jedoch eine verschiedene Bedeutung besitzen. Von den beiden an einer Würfelkante liegenden Flächen gehört nämlich die eine zur rechten, die andere zur linken Ecke und zwar in der oben S. 362 angegebenen Stellung, das heisst also von innen aus gesehen, an der oberen Würfelkante bei einem linken Krystalle die oberhalb derselben gelegene Fläche zum rechten, die unterhalb gelegene aber zum linken Eckpunkte; während umgekehrt bei rechten Krystallen die obere Fläche zum linken, die untere aber zum rechten Eckpunkte gehört u. s. w.

---

ihren Durchschnitt mit der Ebene der XY die Figur α, β, γ, δ; die Richtungen von O nach den 4 Eckpunkten $O\alpha$, $O\beta$, $O\gamma$, $O\delta$ geben die Projectionen der 4 Kanten, welche am oberen Ende der Axe Z durch den Durchschnitt der genannten 4 Flächen entstehen. Man ersieht sofort, dass diese Kanten aus dem Hauptschnitte des Achtundvierzigflächners nach rechts herausgedreht sind, wenn dieselben von dem oberen Endpunkte der Z-Axe aus betrachtet werden.

Lässt man die Flächen 2, 4, 6, 8 wachsen bis zum gegenseitigen Durchschnitt und die zwischen ihnen liegenden 1, 3, 5, 7 verschwinden, so entsteht das Viereck α', β', γ', δ'. (S. Taf. 1, Fig. IV.)

Die Linien $O\alpha'$, $O\beta'$, $O\gamma'$, $O\delta'$ geben die Projectionen der am oberen Ende der Z-Axe entstehenden Kanten. Wie man sieht, sind dieselben nach links aus dem Hauptschnitte des Achtundvierzigflächners herausgedreht.

Tritt an den rechten Pentagon-Ikositetraedern Hemimorphismus auf, so bleiben am oberen Ende z. B. nur die Flächen 1 und 5 erhalten. (S. Fig. III.) Ihr Durchschnitt ab liegt parallel mit den Seiten $\alpha\beta$ und $\gamma\delta$; die Projection der am oberen Ende der Z-Axe entstehenden Kante auf die Ebene XY hat also die Richtung bOa.

Die Projection der Kanten eines entsprechenden Tetraeders (wenn $m = n = 1$) ist aber cOd. Die Kante aOb ist also nach rechts aus der Richtung der Kante des entsprechenden Tetraeders herausgedreht.

Lässt man an dem linken Pentagon-Ikositetraeder Hemimorphismus auftreten und bleiben z. B. am oberen Ende der Z-Axe nur die Flächen 2 und 6 erhalten, so giebt $a'Ob'$ (s. Fig. IV) die Projection der durch ihren Durchschnitt entstehenden Kante. Dieselbe ist also nach links aus der Richtung der entsprechenden Tetraederkante $c'Od'$ herausgedreht.

Tritt nun an dieser Gestalt eine hemimorphe Bildung ein, wobei nur die von dem einen Eckpunkte ausgehenden Flächen erhalten bleiben, so besteht von den beiden an einer Würfelkante liegenden Flächen nur die eine fort und gehört nur einem Eckpunkte an.

Die auf diese Weise entstehenden vier Pentagondodekaeder sind an Gestalt einander vollkommen gleich und können, wenn nöthig, durch eine Drehung von 90° zur Deckung gebracht werden. Sie lassen sich darstellen durch die vier Symbole $+ r \left(\frac{mOn}{2}\right)_{n=\infty}$, $- r \left(\frac{mOn}{2}\right)_{n=\infty}$, $+ l \left(\frac{mOn}{2}\right)_{n=\infty}$ und $- l \left(\frac{mOn}{2}\right)_{n=\infty}$.

Wird der Ableitungscoefficient $n = 1$, so geht das Pentagon-Ikositetraeder über in ein Pyramidenoktaeder, dessen Flächen ähnlich wie beim Pyramidenwürfel zu deuten sind. Die beiden Symbole würden sein $r \left(\frac{mOn}{2}\right)_{n=1}$ und $l \left(\frac{mOn}{2}\right)_{n=1}$.

Tritt an dieser Gestalt nach den trigonalen Zwischenaxen eine hemimorphe Ausbildung ein, so entstehen, je nachdem die Flächen an den positiven oder negativen Eckpunkten erhalten bleiben, vier Deltoid-Dodekaeder, deren Symbole sind $+ r \left(\frac{mOn}{2}\right)_{n=1}$, $- r \left(\frac{mOn}{2}\right)_{n=1}$, $+ l \left(\frac{mOn}{2}\right)_{n=1}$ und $- l \left(\frac{mOn}{2}\right)_{n=1}$.

Wird auch $m = 1$, so gehen die Pentagon-Ikositetraeder in das Oktaeder über, aus welchem dann durch hemimorphe Ausbildung die beiden Tetraeder hervorgehen, die einfach, je nachdem die Flächen am positiven oder am negativen Ende der trigonalen Zwischenaxen auftreten, durch $+ \frac{O}{2}$ und $- \frac{O}{2}$ bezeichnet werden können.

Wenn $m = \infty$ und $n = 1$ wird, so entsteht das Rhombendodekaeder, welches durch den Eintritt einer hemimorphen Ausbildung seine Form nicht ändert. Werden schliesslich beide Coefficienten m und $n = \infty$, so gehen die Pentagon-Ikositetraeder in den Würfel über, der bei Eintritt hemimorpher Ausbildung ebenfalls unverändert bleibt.

Bei einem Krystall, welcher gleichzeitig einer Hemiëdrie nach den abwechselnden Flächen und einer hemimorphen Bildung nach den trigonalen Zwischenaxen unterworfen ist, können also zusammen

auftreten: Würfel, Rhombendodekaeder, Pentagondodekaeder, Tetraeder und Deltoiddodekaeder, also die sämmtlichen Gestalten, welche beim chlorsauren Natron beobachtet worden sind.

2. Elektrisches Verhalten.

Die Bestimmung des elektrischen Verhaltens ist mit Schwierigkeiten verbunden, weil sehr viele Krystalle Wasser einschliessen und daher nicht hinreichend isoliren können. Beim Erhitzen zeigen derartige Individuen mehr oder weniger Ausblühungen, und es ist uns nicht gelungen, dieselben durch längeres Erhitzen von dem Wasser zu befreien und besser isolirend zu machen. Solche Krystalle waren daher nur zu Versuchen brauchbar, bei welchen auch eine mangelhafte Isolirung ausreichte, um die entwickelte Elektricität noch wahrnehmen zu lassen. Wir haben sowohl die thermo-, als auch die aktino- und piëzoelektrischen Erscheinungen untersucht, und werden diese verschiedenen Beobachtungen an einigen Krystallen mittheilen.

Das Elektrometer hatte bei diesen Untersuchungen gewöhnlich eine solche Empfindlichkeit, dass ein Element Zink-Kupfer-Wasser, dessen einer Pol zur Erde abgeleitet war, beim Anlegen des anderen Poles an das Goldblättchen einen Ausschlag von 40 Skth. gab. Bei der thermoelektrischen Prüfung wurde dem zu untersuchenden Eckpunkte das abgerundete Ende eines Platindrahtes, welcher mit dem Goldblatt leitend verbunden war, mittelst eines Hebelwerkes bis auf ungefähr 1 mm genähert. Dabei waren die Krystalle in Kupferfeilicht so eingesetzt, dass entweder die ganze obere Fläche, oder nur der gerade zu untersuchende Theil frei lag. — Bei den aktino-elektrischen Versuchen wurde eine an den Platindraht angeschraubte, erhitzte Metallkugel von 13 mm Durchmesser der betreffenden Stelle genähert. — Da die meisten würfelförmigen Krystalle des chlorsauren Natrons flache Würfel darstellen, so war in eine Scheibe leichtflüssigen Metalles die Ecke eines eisernen Würfels eingedrückt worden, um bei den piëzoelektrischen Versuchen je eine Ecke des zu prüfenden Krystalles in diese Vertiefung einsetzen zu können. Auf diese Weise erhielt der Krystall eine hinreichend feste Aufstellung, so dass behufs des Druckes eine mit dem Elektrometer verbundene, an einem Hebel befestigte Zinnplatte auf die obere Ecke gelegt werden konnte.

A. Würfelförmige Krystalle.

Krystall Nr. I.

a. Thermoelektrisches Verhalten.

Die Begrenzung dieses Krystalles bilden nur die Flächen des Würfels; sämmtliche Kanten und Ecken sind vollkommen scharf ausgebildet. Seine Masse ist rein, klar und durchsichtig. Die grosse obere und die grosse untere Würfelfläche messen in ihren Seiten 19 mm; dagegen beträgt die Dicke des Krystalles nur 5 mm.

Der Krystall wurde in das in einer kleinen kupfernen Schale befindliche Kupferfeilicht so eingesetzt, dass die untere grosse Fläche nebst den unteren Theilen der Seitenflächen in das Feilicht eintauchten, während die obere grössere Fläche, sowie die benachbarten Theile der Seitenflächen frei blieben. Die Schale wurde sodann längere Zeit in einem kleinen kupfernen Ofen erhitzt und nach dem Herausnehmen auf das Kupferfeilicht gesetzt, welches sich auf der schüsselförmigen Vertiefung des neben dem Elektrometer stehenden kleinen eisernen Ofens befand und die Temperatur des Zimmers besass. Ungefähr 2 Min. nach dem Herausnehmen aus dem kupfernen Ofen begann die Untersuchung mittelst Annähern des Platindrahtes an die verschiedenen Punkte des Krystalles.

Wir theilen zunächst eine Versuchsreihe mit, bei welcher der Krystall in Kupferfeilicht eingesetzt eine Stunde lang bis 95° erhitzt worden war. Eine halbe Stunde nach dem Einsetzen in den heissen Ofen wurde indess die Schale mit dem Krystall für einige Secunden aus dem Ofen herausgenommen, mit einer Spiritusflamme kurz abgeblasen und sofort wieder in den Ofen gebracht. Nach Ablauf der Stunde wurde der Krystall unmittelbar nach der Herausnahme aus dem Ofen in der bereits beschriebenen Weise auf sein elektrisches Verhalten geprüft.

Bezeichnen wir die vier Ecken der oberen freien Fläche der Reihe nach mit A, B, C, D, so ergaben die auf einander folgenden Beobachtungen die in nachstehender Tabelle verzeichneten Werthe.

Die erste Columne der Tabelle enthält die seit der Herausnahme aus dem Ofen verflossene Zeit; in den folgenden Columnen stehen

die an den 4 Ecken *A*, *B*, *C*, *D* bei Annäherung des Platindrahtes am Elektrometer beobachteten Ausschläge.

Min.	A	B	C	D
2	+ 40	— 60	#[1]	— 60
5	+ 30	— 25	+ 15	— 10
8	+ 1	+ 3	— 4	+ 4
11	— 6	+ 12	— 14	+ 10
14	— 17	+ 12	— 16	+ 12
16	— 13	+ 12	— 7	+ 3
18	— 2	+ 1	— 1	0

Die anfangs auftretende Polarität rührt von der Erwärmung her und erst 11 Minuten nach der Herausnahme aus dem Ofen beginnt die der Abkühlung entsprechende Elektricität sich zu zeigen.

Letztere steigt während einiger Minuten und nimmt in Folge der mangelhaften Isolirung der Masse des Krystalles nach und nach ab, so dass 6 Minuten später keine Elektricität mehr wahrzunehmen ist[2].

Bei einem anderen Versuche wurde der Krystall, nachdem er im Ofen längere Zeit bis 95° erhitzt worden war, durch kurzes Hinblasen einer Spiritusflamme von der vorhandenen Elektricität befreit und dann sofort auf sein elektrisches Verhalten geprüft. Es ergaben sich dabei folgende Spannungen an den 4 Ecken:

---

1) Die Zeichen # und = bedeuten so starke positive und negative Elektricität, dass das Goldblatt aus dem Gesichtsfelde des Mikroskopes hinausging.

2) Wie schlecht bei gewöhnlicher Temperatur solche Krystalle des chlorsauern Natrons isoliren, möge folgender Versuch darthun. Ein grosser Würfel dieses Salzes, dessen eine Ecke eine Tetraederfläche trug, war mit einer Ecke in die entsprechende Vertiefung der schon beschriebenen Scheibe leichtflüssigen Metalles eingesetzt und auf die an der oberen Ecke vorhandene Tetraederfläche eine kupferne, mit dem Elektrometer verbundene Kugel aufgelegt. Es entstand ein Ausschlag von + 20 Skth. Derselbe verdankt seine Entstehung einem galvanischen Elemente (leichtflüssiges Metall — chlorsaures Natron — Kupfer). Wurde der Kugel, während sie auf dem Metalle lag, eine stärkere positive oder negative Elektricität mitgetheilt, so ging das Goldblättchen, je nach der Leitungsfähigkeit des Krystalles, mehr oder weniger rasch in die Ablenkung von + 20 Skth. zurück.

Man erkennt hieraus, dass bei nicht mehr heissen Krystallen des chlorsauren Natrons jede Berührung mit dem Platindrahte oder der kupfernen Kugel zu vermeiden ist.

Min.	A	B	C	D
2	— 5	— 4	+ 20	— 10
4	— 20	+ 15	— 3	+ 15
6	— 25	+ 37	— 20	+ 39
8	— 34	+ 60	— 40	+ 35
10	— 35	+ 60	— 35	+ 40
12	— 40	+ 60	— 35	+ 40
14	— 35	+ 40	— 15	+ 8
16	— 6	+ 6	— 2	+ 1
18	0	0	0	0

In der vorstehenden Versuchsreihe tritt die von der Erwärmung herrührende Elektricität nur an den Ecken *B*, *C*, *D* auf, während an der Ecke *A* gleich anfangs die dem Erkalten entsprechende Electricität sich zeigt. Die bei sinkender Temperatur auftretenden Spannungen wachsen 10 Minuten lang, bleiben einige Zeit gleich stark und nehmen dann nach und nach ab; 18 Minuten nach der Herausnahme aus dem Ofen war der Krystall völlig unelektrisch. Werden die erhitzten Krystalle vor der Untersuchung nicht mit der Spiritusflamme abgeblasen, so kann es vorkommen, dass die von der Erwärmung herrührende Elektricität so lange überwiegt, dass die dem Erkalten entsprechende Elektricität überhaupt nicht oder doch nur schwach auftritt.

Um zu beweisen, dass die elektrischen Spannungen, bei welchen *A* und *C* positiv, *B* und *D* negativ sind, von der Erwärmung herrühren, wurde der Krystall auch bei steigender Temperatur untersucht. Er wurde zu diesem Zwecke, wie gewöhnlich, in eine kleine kupferne Schale in Kupferfeilicht eingesetzt und diese Schale auf die obere schüsselförmige, Kupferfeilicht enthaltende Vertiefung eines kleinen eisernen geschlossenen Ofens gestellt, welcher dicht neben dem Elektrometer stand. In den Ofen wurde sodann eine Spirituslampe mit sehr kleiner Flamme gebracht. Die Verbrennungsgase wurden, damit sie keinerlei Störung auf das Elektrometer bewirken könnten, mittelst eines eisernen Rohres, welches durch eine metallische Umhüllung des Elektrometers hindurchging, abgeleitet.

Wie zu erwarten war, zeigten bei steigender Temperatur die Ecken *A* und *C* positive, die Ecken *B* und *D* aber negative Elektricität.

Nach dem Auslöschen der Spirituslampe blieb wegen der erwärmten grösseren Masse Kupferfeilicht die Polarität dem Zeichen nach längere Zeit noch dieselbe, nahm dann ab und ging ungefähr 17 Minuten nach dem Auslöschen der Lampe in die entgegengesetzte über.

Wurde der Krystall so umgelegt, dass die bisherige untere Fläche oben lag, und in derselben Weise wie vorher untersucht, so zeigten die jetzt oben liegenden Ecken A', B', C', D' (siehe Taf. 1 Fig. V) gerade die entgegengesetzte Polarität, als die vertical unter ihnen liegenden.

In Uebereinstimmung mit dem Vorigen standen auch die Resultate der Beobachtungen, bei welchen der Krystall so weit in das Kupferfeilicht eingehüllt war, dass jedesmal nur die zu untersuchende Ecke frei aus demselben herausragte.

Aus dem zuvor Mitgetheilten ergiebt sich, dass die Krystalle des chlorsauren Natrons in ihrem elektrischen Verhalten denen des Boracites gleichen. Die Ecken zeigen abwechselnd positive und negative Polarität.

Die trigonalen Zwischenaxen, welche die diametral gegenüberliegenden Ecken des Würfels verbinden, bilden also 4 hemimorphe Axen, deren Enden stets entgegengesetzte Polarität zeigen. Welchem Axenende jedoch die positive und welchem die negative Spannung beim Erkalten zukommt, kann erst später bestimmt werden, weil am vorliegenden Krystall keine Tetraederflächen oder Pentagondodekaederflächen auftreten.

b. Aktinoelektrisches Verhalten.

Bei der Untersuchung des aktinoelektrischen Verhaltens wurde der Krystall, ebenso wie bei der thermoelektrischen, in das Kupferfeilicht eingesetzt, um ihm eine sichere Aufstellung zu geben, und den einzelnen Punkten desselben eine kleine erhitzte kupferne Kugel von 13 mm Durchmesser genähert. Der Krystall wurde hierbei, damit seine Isolirung hinreichend war, auf einer Temperatur von 35—40° erhalten. Wurde die kleine Kugel den einzelnen Ecken bis auf 1 mm genähert, so zeigte die Ecke A —, B +, C — und D +. Nachdem der Krystall umgelegt war, gab die heisse Kugel bei Annäherung A' +, B' —, C' +, D' —.

Sämmtliche Ecken zeigten also dieselben Elektricitäten, welche sie bei der Erkaltung erhalten. Wurde die kleine Kugel dem

Krystalle genähert, während Kugel und Krystall die Temperatur des Zimmers hatten, so entstand bei Annäherung der Kugel kein Ausschlag im Elektrometer.

Nach dem im Vorstehenden Mitgetheilten verhält sich das chlorsaure Natron gerade wie der Bergkrystall, bei welchem gleichfalls Erkaltung und Wärmestrahlung dieselbe Polarität hervorrufen.

Wurde die heisse Kugel auf die Ecke der Krystalle von chlorsaurem Natron unmittelbar aufgelegt, so steigerte sich der durch die Annäherung entstandene Ausschlag beträchtlich. Jedoch durfte dabei nur eine mässig erhitzte Kugel angewendet werden, weil die Krystalle beim Auflegen einer stark erhitzten Kugel zersprangen.

Für eine Bestrahlung durch die Flamme waren die Krystalle des chlorsauren Natrons ihrer geringen Grösse wegen nicht geeignet.

c. Piëzoelektrisches Verhalten.

Wie bereits mitgetheilt, wurde der Krystall, um sein elektrisches Verhalten beim Druck in der Richtung der trigonalen Zwischenaxen zu untersuchen, mit einer seiner Ecken in eine entsprechende Vertiefung gestellt (s. S. 367), welche in eine Scheibe leicht flüssigen Metalls eingedrückt war. Um den Krystall besser isolirend zu machen, wurde die Metallscheibe und der Krystall auf einer Temperatur von 35 bis 40° erhalten. Da das leichtflüssige Metall und die Zinnplatte elektrisch nur wenig verschieden sind, so rief auch eine weniger gute Isolirung keine erheblichen Störungen durch Contactwirkungen hervor.

Bei dem vorliegenden Krystalle erzeugte nun ein Druck, der gewöhnlich 400 g betrug, auf die Ecke A +, auf B —, auf C + und auf D —. Beim Aufheben des Druckes kehrten sich die Ausschläge um, A wurde —, B +, C — und D +. Auch in Bezug auf das piëzoelektrische Verhalten gleichen also die Krystalle des chlorsauren Natrons den Bergkrystallen, indem beide beim Druck und beim Erkalten entgegengesetzte Elektricität geben, während z. B. der Turmalin in beiden Fällen dieselbe Polarität zeigt. Selbstverständlich geben auch Erwärmung und Nachlassen des Druckes entgegengesetzte elektrische Spannungen.

Die einer Ecke diametral gegenüberliegende zeigt die entgegengesetzte Elektricität als die erstere. Man kann diese Prüfung ausführen, indem man den Krystall umkehrt, oder indem man ihn in der ersten Lage belässt, dabei aber die untere Metallscheibe isolirt und mit dem Elektrometer verbindet, während dabei die obere Zinnplatte zur Erde abgeleitet wird.

Schliesslich sei noch hinzugefügt, dass der Krystall Nr. I die Polarisationsebene des Lichtes nach rechts dreht.

Krystall Nr. II.

Beim Krystallisiren aus Lösungen des käuflichen chlorsauren Natrons bilden sich gewöhnlich Krystalle, an welchen ausser den Würfelflächen meistens auch die Flächen des Tetraeders, Rhombendodekaeders und Pentagondodekaeders auftreten. Leider isolirt aber die Substanz dieser Krystalle so wenig, dass sie sich zur thermoelektrischen Untersuchung nicht eignen, wenn sie auch noch die Bestimmung der Piëzoelektricität gestatten (s. Anm. a. S. 369). Wird das Salz durch öfteres Umkrystallisiren ausgesuchter Krystalle immer mehr gereinigt, so erscheinen die Krystalle meist nur als reine Würfel, wie z. B. der Krystall Nr. I nachweist.

Zuweilen gelingt es indess, bei wiederholten Umkrystallisirungen Combinationen des Würfels mit den oben erwähnten Krystallformen zu gewinnen, welche, wenn auch nicht so gut wie der Krystall Nr. I, doch immerhin noch hinreichend gut isoliren, um die beim Erwärmen oder beim Erkalten auftretende Elektricität wahrnehmen zu lassen.

Es mögen hier zwei Beobachtungsreihen von einem flachen würfelförmigen Krystalle, an welchem sämmtliche 4 Tetraederflächen und ausserdem die Flächen des Rhombendodekaeders sich vorfanden, mitgetheilt werden.

Die obere und untere Begrenzungsfläche des Krystalles bildeten Quadrate von 13 mm Seite, während die Höhe der Seitenflächen nur 4 mm maass.

Der Krystall wurde bis auf die grösste an ihm befindliche Tetraederfläche in Kupferfeilicht eingehüllt, bis 95° erhitzt und nach vorsichtigem Abblasen sofort untersucht.

Beim Annähern des Platindrahtes an die Mitte der freien Tetraederfläche ergaben sich bei den von Minute zu Minute gemachten Beobachtungen folgende Ausschläge des Elektrometers:

+ 15, + 3, — 2, — 5, — 7, — 9, — 9, — 10,5, — 10.

Hierauf trat allmälige Abnahme der Spannung bis Null ein.

In ähnlicher Weise wurde dann auch die zweite etwas kleinere Tetraederfläche der oberen Seite untersucht und folgende Spannungen beobachtet:

+ 10, — 8, — 10, — 12, später — 2, zuletzt Null.

Die bei diesen Beobachtungen zuerst sich zeigende positive Elektricität rührt noch von der Erwärmung her, die später auftretende negative dagegen von der Erkaltung.

Hieraus folgt also, dass die mit Tetraederflächen versehenen Enden der hemimorphen Axen beim Erwärmen positiv und beim Erkalten negativ werden (siehe Taf. 1 Fig. V).

Zu dem gleichen Ergebniss gelangen wir auch bei der Prüfung desselben Krystalles auf seine Piëzoelektricität. Durch Druck werden die Tetraederflächen positiv, beim Nachlassen des Druckes negativ (siehe Taf. 1 Fig. VI).

An dem Krystall Nr. I ist schon nachgewiesen worden, dass die beim Erkalten auftretende Thermoelektricität der beim Druck auftretenden Piëzoelektricität entgegengesetzt ist. Aus der beim Druck an den mit Tetraedern versehenen Ecken erscheinenden positiven Elektricität folgt demnach, dass die daselbst beim Erkalten erzeugte Thermoelektricität negativ sein muss, was durch die soeben mitgetheilten Beobachtungen bestätigt wird. Auch noch andere von uns untersuchte Krystalle, an welchen sich Tetraederflächen, wenn auch in geringerer Ausdehnung vorfanden, zeigten ein mit dem Krystall Nr. II übereinstimmendes Verhalten.

B. Tetraedrische Krystalle.

Es ist bereits hervorgehoben worden, dass das chlorsaure Natron auch in tetraedrischen Krystallen vorkommt. Diese Krystalle unterscheiden sich ausser in der Form auch in ihren sonstigen physikalischen Eigenschaften von den würfelförmigen. Ihre Masse ist nicht so klar und durchsichtig wie bei den rein würfelförmigen, sondern

mehr oder weniger weisslich trübe. Während ferner bei den würfelförmigen Krystallen die Tetraederflächen glatt und eben sind, erscheinen diese Flächen an den vorwiegend tetraedrischen Krystallen matt und gekrümmt, dagegen bleiben die an den Tetraedern zuweilen auftretenden schmalen Würfelflächen vollkommen eben und glänzend.

Die erwähnte Krümmung der Tetraederflächen rührt, wie schon früher hervorgehoben, von einem Deltoiddodekaeder her. Selbstverständlich sind an so gestalteten Krystallen auch die Tetraederkanten etwas gekrümmt.

Krystall Nr. III.

Der Abstand einer Ecke des Krystalles von der Mitte der gegenüberliegenden Tetraederfläche mass 17 mm.

Bei der Prüfung nach einer Erhitzung bis 95° und darauf folgender Erkaltung wurde auf den Tetraederflächen positive Spannung beobachtet (siehe Taf. 1 Fig. VII).

Nach den bei dem Krystall Nr. 1 mitgetheilten Erfahrungen kann man jedoch zweifeln, ob diese positive Polarität in der That der Erkaltung entspricht, oder ob sie nicht noch ein Rest der beim Erhitzen auftretenden Spannung ist.

Dieser Zweifel lässt sich indess beseitigen durch die piëzoelektrische Prüfung. Beim Druck auf eine Fläche des Tetraeders entsteht negative, beim Druck auf eine Ecke desselben positive Elektricität (siehe Taf. 1 Fig. VIII).

Daraus folgt, dass beim Erkalten thermoelektrisch die Flächen des Tetraeders positiv und die Ecken negativ sind. Die Polarität der Tetraederflächen dieser Krystalle ist hiernach gerade entgegengesetzt derjenigen, welche auf den Tetraederflächen der würfelförmigen Krystalle auftritt.

Ein ebensolches Verhalten ist an den Krystallen des Boracits[1]) früher beobachtet worden. Während bei den Würfeln und Rhombendodekaedern des Boracits die grösseren Tetraederflächen glatt und glänzend und zu Ende des Erkaltens positiv sind, erscheinen die grossen matten Flächen der tetraedrischen Krystalle vom Schildsteine bei Lüneburg negativ.

1) Siehe diese Abhandlungen Bd. XXIV, S. 305.

Es zeigt sich also ein eigenthümlicher Gegensatz in dem Verhalten der Tetraederflächen, je nachdem dieselben die Hauptgestalt des Krystalles bilden oder an anderen Formen nur untergeordnet auftreten.

Beim Boracit sowohl als auch beim chlorsauren Natron ist der Wechsel der Polarität von einer Veränderung in der Beschaffenheit der Oberfläche begleitet.

Jedoch sei schliesslich noch darauf aufmerksam gemacht, dass die auf den verschiedenen Tetraederflächen des Boracits auftretenden Elektricitäten die gerade entgegengesetzten sind von den auf den entsprechenden Flächen des chlorsauren Natrons beobachteten.

II. Hexagonales System.

Unterschwefelsaures Kali.

Die Krystalle des unterschwefelsauren Kalis gehören zum hexagonalen Systeme. Meistens bilden sie niedrige, sechsseitige Prismen, welche mit einer Fläche $0P$ aufgelegen haben. Die Kanten des Hauptprismas ∞P tragen gewöhnlich Abstumpfungen durch Flächen des Prismas zweiter Ordnung $\infty P2$, und auf den Kanten von ∞P und $0P$ liegen kleine Flächen der Pyramide P. Der Querdurchschnitt dieser Krystalle bildet ein nahezu regelmässiges Sechseck. Haben die Krystalle bei ihrer Bildung nicht mit einer Fläche $0P$, sondern mit einer Prismenfläche ∞P aufgelegen, so besitzen die Prismenflächen eine etwas grössere Höhe, und ebenso die Pyramidenfläche, welche an der oberen Prismenfläche liegt. In Folge des Aufliegens der einen Prismenfläche, welche dadurch eine grössere Ausdehnung gewonnen hat, sind die Seiten des sechsseitigen Querschnittes sehr ungleich. Während die beim Wachsen obere Prismenfläche noch eine gewisse Ausdehnung erhält, sind die rechts und links gelegenen meist kleiner.

Bichat[1]) hat zuweilen an den Krystallen des unterschwefelsauren Kalis die Flächen einer trigonalen Pyramide und eines trigonalen

1) Bichat, Compt. rend. 77, p. 1189.

Trapezoeders beobachtet, die auch wir an mehreren Krystallen wahrnehmen konnten. Diese eben genannten Flächen weisen ebenso wie beim Bergkrystall auf eine nach den Nebenaxen hemimorphe Bildung hin.

Die Krystalle des unterschwefelsauren Kalis zeigen ebenso wie der Quarz grosse Neigung zur Zwillingsbildung, und es dürfte kaum ein wirklich einfacher Krystall vorkommen, wenigstens haben sich unter den vielen untersuchten Exemplaren keine absolut einfachen Individuen befunden.

Die Krystalle des unterschwefelsauren Kalis gleichen darin auch den Krystallen des Quarzes, dass sie die Schwingungsebene des Lichtes drehen, wenn sie von demselben in der Richtung ihrer Hauptaxe durchlaufen werden, und zwar finden sich ebenso wie beim Quarz rechts- und linksdrehende Krystalle. Die von uns untersuchten Zwillingskrystalle zeigten in ihrer ganzen Ausdehnung dieselbe Drehung, so dass also die zu einem Zwillinge verwachsenen Individuen derselben Art angehörten. Auch beim Quarz ist das Verwachsen gleichartiger Individuen vorherrschend.

Diese Uebereinstimmung in krystallographischer und optischer Beziehung macht es wahrscheinlich, dass auch das elektrische Verhalten der Krystalle des unterschwefelsauren Kalis dem der Bergkrystalle analog sein wird.

Die Prüfung der Krystalle des unterschwefelsauren Kalis auf ihre thermoelektrischen und piëzoelektrischen Eigenschaften wurde nach dem beim chlorsauren Natron beschriebenen Verfahren ausgeführt.

Die Untersuchung wurde wesentlich erschwert durch den Mangel an einfachen Krystallen. Erst nach Prüfung von mehr als 30 Krystallen gelang es, einen möglichst einfachen Krystall zu finden. Es wird zum Verständniss der folgenden Beobachtungen zweckmässig sein, hier zuerst die elektrischen Vorgänge, wie sie sich nach unseren Beobachtungen auf einfachen Krystallen darstellen, mitzutheilen, und daran die Abweichungen zu schliessen, welche durch die Zwillingsbildung hervorgerufen werden. Für das Verständniss derselben wesentlich fördernd wird dabei die Vergleichung mit den entsprechenden Erscheinungen des Quarzes sein.

I. Einfache Krystalle.

a. Thermoelektrisches Verhalten.

Da die Krystalle des unterschwefelsauren Kalis durch das Auftreten der trigonalen Gestalten in der Richtung der Nebenaxe eine hemimorphe Bildung besitzen, so zeigen sie dem entsprechend an den beiden Enden einer Nebenaxe die entgegengesetzte Polarität. Auf den sechs Seitenkanten des ersten Prismas liegen also abwechselnd positive und negative Pole.

Bei dem Bergkrystalle sind die mit den Flächen der trigonalen Gestalten versehenen Kanten bei der Abkühlung positiv und die dazwischen liegenden negativ. Dagegen scheinen beim unterschwefelsauren Kali die mit den Flächen der trigonalen Gestalten versehenen Kanten bei der Abkühlung negative Spannung zu besitzen. Wenigstens geht dies aus den Beobachtungen an den später beschriebenen fast einfachen Krystallen Nr. I und II hervor.

In der Richtung nach der Hauptaxe zeigen die Krystalle des unterschwefelsauren Kalis ebenso wie die des Quarzes keine hemimorphe Bildung. Bei ihnen müssen also die beiden Enden der Hauptaxe die nämliche Polarität annehmen. Dieselbe ist ebenso wie beim Quarz bei der Abkühlung im Allgemeinen positiv.

b. Piëzoelektrisches Verhalten.

In Folge der hemimorphen Ausbildung der Nebenaxen zeigen die Krystalle des unterschwefelsauren Kalis beim Druck in der Richtung der Nebenaxen und beim Nachlassen desselben elektrische Spannungen, und zwar sind solche an derselben Stelle bei Zu- und Abnahme des Druckes die entgegengesetzten. Der Einfachheit wegen sollen stets nur die bei Zunahme des Druckes auftretenden Polaritäten angegeben werden.

Entsprechend der Bildung zeigen die Seitenkanten des ersten Prismas ∞P abwechselnd positive und negative Elektricität.

Beim Bergkrystall war die durch Druck auf das Ende einer Nebenaxe erzeugte Polarität entgegengesetzt der an derselben Kante bei der Abkühlung auftretenden. Ebenso verhalten sich nun die

Krystalle des unterschwefelsauren Kalis. Die bei der Abkühlung negativen Kanten erscheinen beim Drucke positiv und umgekehrt. Legen wir wieder die an den möglichst einfachen Krystallen Nr. I und II gemachten Beobachtungen zu Grunde, so werden beim Druck die mit den trigonalen Gestalten versehenen Kanten positiv und die dazwischen liegenden negativ.

Es sind also die Polaritäten, welche durch Druck auf die mit trigonalen Gestalten versehenen Kanten der Krystalle des unterschwefelsauren Kalis entstehen, denen, welche beim Bergkrystall auf den entsprechenden Kanten unter gleichen Umständen auftreten, entgegengesetzt.

II. Zwillingskrystalle.

Da die Krystalle des unterschwefelsauren Kalis an Gestalt und in Bezug auf das elektrische Verhalten den Bergkrystallen gleichen, so wird es, wie oben schon bemerkt, zweckmässig sein, zunächst die Aenderungen darzulegen, welche die Zwillingsbildung beim Quarz hervorruft.

Soll eine Zwillingsbildung eintreten, so muss das eine Individuum gegen das andere um 60° oder 180° gedreht werden. Wächst also auf einer Kante eines Individuums ein anderes von hinreichender Grösse in Zwillingsstellung ein, so wird dadurch die Polarität dieser Kante die entgegengesetzte von derjenigen werden, welche der einfache Krystall daselbst zeigen würde. In Folge dessen sind dann drei auf einander folgende Kanten gleichnamig elektrisch[1]. Ist der Krystall, wie dies bei den Sutropper Quarzen vorkommt, an drei abwechselnden Kanten regelmässig mit Zwillingsstücken versehen, so können alle 6 Seitenkanten des Prismas dieselbe Polarität annehmen[2].

Liegt ein solches Zwillingsstück nur an dem oberen oder an dem unteren Ende einer Kante, so zeigt das obere und untere Ende dieser Kanten entgegengesetzte Polarität.

Wenn nun durch das Einwachsen eines Zwillingsstückes zwei benachbarte Seitenkanten des Prismas dieselbe Polarität erhalten, so

---

1) Vgl. W. HANKEL, Elektrische Untersuchungen. 15. Abh. der Abh. d. Königl. Sächs. Ges. d. Wiss. Bd. XX, Krystall Nr. 17, 18 und 19.

2) Ebenda Bd. XXIV, 18. Abh., Krystall Nr. I, II, III und IV.

tritt die entgegengesetzte je nach der Grösse der eingeschlossenen Zwillingsstücke in grösserer oder geringerer Ausdehnung an den mittleren Theilen der zwischen diesen Kanten liegenden Flächen auf.

Ebenso wie die thermoelektrische Polarität kann durch Zwillingsbildung auch die piëzoelektrische, wenn das eingewachsene Zwillingsstück hinlänglich gross ist, in die entgegengesetzte verwandelt werden. Dabei ist die für die Umkehrung der Thermoelektricität und anderseits der Piëzoelektricität erforderliche Dicke der aufgelegten Zwillingsstücke verschieden. Für die Umkehrung der thermoelektrischen Pole genügt im Allgemeinen eine geringere Dicke, als für die Umkehrung der piëzoelektrischen. Hieraus erklärt sich beim Quarze die sehr oft wiederholte Beobachtung, dass, während auf einfachen Individuen die durch Abkühlung und die durch Druck erzeugten Elektricitäten stets entgegengesetzte Vorzeichen haben, bei Zwillingskrystallen auf mehreren Kanten die Vorzeichen beider Polaritäten gleich sind. Wenn z. B. auf einem im ganzen einfachen Bergkrystalle an einer Kante eine nicht sehr dicke Zwillingsschicht liegt, so macht sich diese bei der Abkühlung thermoelektrisch geltend, und die benachbarten Kanten sind gleichnamig elektrisch, dagegen überwiegt beim Druck noch die Piëzoelektricität des grossen Individuums und die Kanten erscheinen, wie bei einem völlig einfachen Krystall, abwechselnd positiv und negativ[1]).

Ebensolche Fälle beobachtet man nun auch bei den Krystallen des unterschwefelsauren Kalis, so dass, während manche Zwillinge bei der Abkühlung und beim Druck den normalen Gegensatz in den Polaritäten zeigen, bei anderen Zwillingen, wo die eingeschobenen Stücke kleiner sind, dieser Gegensatz nicht auftritt, vielmehr Abkühlung und Druck dieselbe Modification der Elektricität hervorrufen.

Auf manchen Seitenkanten der Zwillingskrystalle des unterschwefelsauren Kalis zeigt sich ein eigenthümlicher Vorgang. Nach dem Herausnehmen der in Kupferfeilicht eingehüllten Krystalle aus dem heissen Ofen tritt an manchen Kanten zuerst die eine Polarität auf, nimmt allmälig ab und geht schliesslich in die entgegengesetzte über. Der eben beschriebene Vorgang zeigte sich an den betreffenden Kanten auch dann, wenn der Krystall sehr lange erhitzt worden

1) Vgl. die zuvor angeführte 18. Abh., Krystall Nr. IV und V.

war, so dass man wohl die durch das Steigen der Temperatur erzeugte Elektricität als verschwunden annehmen konnte.

Diese Umkehrung rührt auch nicht von einem bei verschiedenen Temperaturen eintretenden Wechsel der Polaritäten her, wie solcher beim Boracit beobachtet wird. Denn wenn man dies annehmen wollte, müsste die Umkehrung auf allen Kanten und auch bei den einfachen Krystallen auftreten. Dies ist aber nicht der Fall. Diese Umkehrung zeigt sich vielmehr nur an einzelnen Kanten bei Zwillingskrystallen; sie ist also auch eine Folge der Zwillingsbildung.

Es erscheint nämlich zuerst die Polarität des an der Oberfläche liegenden und sich schneller abkühlenden Stückes. Bei weiterer Abkühlung tritt dann die Polarität des grösseren Individuums auf, neutralisirt die der Oberflächenschicht und überwiegt schliesslich. Bestätigt wird diese Ansicht dadurch, dass die zuletzt bei der Abkühlung auftretende Elektricität fast immer der durch Druck erzeugten entgegengesetzt ist.

III. Mittheilung der an einigen Krystallen gemachten Beobachtungen.

Zum Belege der im Vorhergehenden beschriebenen Erscheinungen mögen hier die speciellen Beobachtungen von 5 Krystallen folgen, indem wir dabei von dem möglichst einfachen Krystall zu den mehr zusammengesetzten fortschreiten.

Um die einzelnen Stellen des Krystalles angeben zu können, wollen wir die 6 Prismenflächen an einem auf einer Fläche $0P$ aufliegenden Krystall der Reihe nach mit den Zahlen 1 bis 6 bezeichnen und zwar in der Weise, dass, wenn die Fläche 1 vor uns liegt, die Fläche 2 rechts daneben zu liegen kommt u. s. w. Die Prismenkanten mögen durch die Zahlen der beiden in ihnen sich schneidenden Flächen ausgedrückt werden.

Krystall Nr. I.

Der Krystall hatte bei seiner Bildung mit der Fläche 1 aufgelegen. Fig. I *A* und *B* stellt im Allgemeinen seinen Querschnitt dar. Die Dicke des Krystalles nach der Richtung der Hauptaxe betrug 6 mm. Der Abstand der beiden Kanten (2, 3) und (5, 6) mass 8 mm und der Abstand der Flächen (1) und (4) 3,5 mm. Die

Pyramidenflächen P waren an den von der Fläche 1 entfernteren Stellen ziemlich gut ausgebildet. Die Kanten des Prismas ∞P zeigten Abstumpfungen durch die Flächen des Prismas $\infty P2$[1]). Auf den Kanten (3, 4) und (5, 6) lagen kleine Flächen der trigonalen Pyramide und links daneben an der Kante (3, 4) eine kleine Fläche des linken trigonalen Trapezoeders. Die Masse des Krystalles war rein und durchsichtig und zeigte bei der optischen Untersuchung eine Linksdrehung der Schwingungsebene des Lichtes, was mit der krystallographischen Form des linken Trapezoeders übereinstimmt.

Piëzoelektricität. Bei der Untersuchung der Piëzoelektricität betrug der mittelst eines Hebels ausgeübte Druck 400 g. Zum Zweck der Prüfung einer Kante wurde die gegenüberliegende Kante in die Rinne eines Messingklotzes gestellt, deren Flächen einen Winkel von 120° bildeten, während auf die zu untersuchende Kante oder die daselbst liegende Fläche $\infty P2$ eine isolirte mit dem Goldblättchen des Elektrometers verbundene Zinnplatte drückte.

Beim Druck wurden die Kanten (1, 2), (3, 4) und (5, 6) positiv, dagegen die Kanten (2, 3), (4, 5) und (6, 1) negativ (siehe Fig. I A). Beim Nachlassen des Druckes gaben die ersteren negative, die letzteren aber positive Spannung.

Die beiden Kanten, an welchen die kleinen Flächen der trigonalen Pyramide und des Trapezoeders sichtbar waren, zeigten also beim Druck positive Spannung. Die mit den Flächen dieser Gestalten versehenen Kanten haben demnach, wie oben schon bemerkt, die umgekehrte Polarität, wie die entsprechenden Kanten des Bergkrystalles.

Der vorliegende Krystall isolirte gut, so dass die Beobachtung ohne weitere Vorbereitung ausgeführt werden konnte. Manche Krystalle mussten aber zur Erzielung einer besseren Isolirung etwas erwärmt werden. Geschah dies nicht, so entstand in Folge der Berührung einerseits mit Messing, anderseits mit Zinn ein galvanisches Element.

Thermoelektricität. Der Krystall wurde bis auf die zu untersuchende Kante oder Fläche in Kupferfeilicht, welches sich in einer kleinen kupfernen Schale befand, eingehüllt, und dann längere Zeit

---

1) Der Kleinheit wegen sind die Flächen des zweiten Prismas $\infty P2$ in den Zeichnungen nicht angegeben.

im Luftbade bis ungefähr 95° erwärmt. Die Empfindlichkeit des Elektrometers war so gross, dass der eine Pol eines Elementes Zink-Kupfer-Wasser, dessen anderer Pol zur Erde abgeleitet war, einen Ausschlag von nahezu 100 Skl.-Th. gab. Die Kanten (2, 3), (4, 5) und (6, 1) waren positiv, die Kanten (1, 2) und (3, 4) aber negativ, während an der Kante (5,6) nur der obere Theil negativ, der untere aber positiv war (s. Fig. I B). Es scheint also hier eine Störung durch ein kleines eingewachsenes Zwillingsstück vorzuliegen. Auf der grossen Prismenfläche (1) wurde, als sie allein frei lag, durchweg negative Spannung beobachtet, deren Intensität von der negativen Kante (1, 2) nach der positiven (6, 1) abnahm. Auf der gegenüberliegenden ebenfalls noch ziemlich ausgedehnten Fläche (4) zeigte sich überall positive Spannung von der positiven Kante (4, 5) nach der negativen (3, 4) an Stärke abnehmend. Die mit den Flächen der trigonalen Pyramide und des Trapezoeders versehene Kante (3, 4) ist negativ. Beim Bergkrystalle zeigen die mit den gleichen Flächen versehenen Kanten positive Spannung.

Wie beim Bergkrystalle die durch Abkühlung entstehende Polarität der durch Druck erzeugten entgegengesetzt ist, findet also auch bei den Krystallen des unterschwefelsauren Kalis dieser Gegensatz statt.

Die beiden Endflächen $0P$ geben beim Abkühlen, ebenso wie die beiden Enden der Hauptaxe beim Bergkrystalle positive Spannung.

Krystall Nr. II.

Der Krystall Nr. II hatte bei seiner Bildung mit einer Fläche $0P$ aufgelegen. Fig. II *A* und *B* stellen seinen Querschnitt in natürlicher Grösse dar. Die Flächen des Prismas ∞P waren nur kurz (die Dicke des Krystalles betrug nur 4 mm) und seine Kanten durch die Flächen $\infty P2$ schwach abgestumpft. Die Pyramidenflächen P auf der oberen Seite besassen eine mehr oder weniger grosse Ausdehnung. An den Kanten (1, 2) und (3, 4) lagen sehr kleine Flächen der trigonalen Pyramide. Die Masse des Krystalles war namentlich in der Mitte trübe und undurchsichtig. Die durchsichtige Partie zeigte Rechtsdrehung der Schwingungsebene des Lichtes.

Piëzoelektricität. Beim Druck zeigten die Prismenkanten dieses Krystalles abwechselnd positive und negative Spannung und zwar

erschien auf den Kanten (1, 2), (3, 4) und (5, 6) positive, auf den anderen dazwischen liegenden aber negative Polarität (s. Fig. II A). Es waren also auch hier diejenigen Kanten, auf welchen die Flächen der trigonalen Pyramide auftraten, beim Druck positiv, in Uebereinstimmung mit den am Krystall Nr. I gemachten Beobachtungen.

Thermoelektricität. Bei der Bestimmung der thermoelektrischen Spannung trat die oben S. 381 erwähnte Umkehrung der Polaritäten auf, welche am Krystall Nr. I nicht beobachtet wurde und, wie schon erläutert, eine Folge der Zwillingsbildung ist. Dass letztere vorhanden, zeigte schon das äussere Aussehen des Krystalles.

Wenn der Krystall nach längerer Durchwärmung (bis 95°) bald nach dem Herausnehmen aus dem Luftbade untersucht wurde, so zeigte sich auf mehreren Kanten zunächst eine bestimmte Polarität, welche nach einiger Zeit sich in die entgegengesetzte verwandelte [1]). Bei der Abkühlung erschien auf der Kante (1, 2) (s. Fig. II B) anfangs positive, später negative Spannung und auf der Kante (2, 3) erst negative dann positive. Dagegen bestand auf der Kante (3, 4) die positive Spannung fort, ohne in die negative überzugehen. Ebenso blieb die Kante (4, 5) fortdauernd positiv, während auf der Kante (5, 6) erst positive und später negative und bei der Kante (6, 1) meistens nur positive, bei einem Versuche aber auch eine Umkehrung in negative Elektricität beobachtet wurde.

Bei genauerer Untersuchung der Umgebung dieser Kante (6, 1) ergab sich, dass neben ihr auf der Fläche 6 eine negative Stelle lag, die wohl bei dem einen Versuche in Folge der Verschiedenheit der Einhüllung in Kupferfeilicht sich geltend gemacht haben mag.

Bei dem vorhergehenden Krystalle hatte sich ergeben, dass die auf den Kanten durch Druck entstehende Polarität der bei der Abkühlung auftretenden entgegengesetzt war. Dies gilt auch für den vorliegenden Krystall noch, wenn man die bei der Abkühlung zuletzt auftretende Spannung in Betracht zieht, für sämmtliche Kanten mit Ausnahme der Kante (3, 4), auf welcher sowohl beim Druck als bei der Abkühlung positive Spannung beobachtet wurde. Die obere Endfläche dieses Krystalles war positiv, die untere aber, welche beim

---

1) In der Zeichnung ist die zuerst auftretende Elektricität in eine Klammer eingeschlossen.

Wachsen aufgelegen hatte und in Folge dessen mangelhaft ausgebildet war, zeigte auf einem Theile ebenfalls positive Spannung, während der andere unelektrisch blieb.

Krystall Nr. III.

Der Krystall Nr. III hatte mit der Prismenfläche 4 aufgelegen und glich im Allgemeinen dem Krystall Nr. I.

Fig. III A und B zeigen die Gestalt seines Querschnittes. Der Abstand der beiden Kanten (2, 3) und (5, 6) betrug 6 mm, der Abstand der beiden Flächen 1 und 4 nur 4 mm und der Abstand der beiden Flächen $0P$ 5 mm. Der Krystall war auf den Prismenkanten durch das zweite Prisma $\infty P2$, dessen Fläche auf der Kante (2, 3) am grössten war, abgestumpft. Die Flächen der Pyramide P waren an der beim Wachsen des Krystalles oberen Seite gut ausgebildet. Auf der Kante (2, 3) lag an dem unteren Ende auf der durch das zweite Prisma bewirkten Abstumpfung eine deutliche Fläche der trigonalen Pyramide, eine ebensolche aber kleiner auf derselben Seite an dem Ende der Kante (4, 5). Ferner fand sich eine kleine Trapezoederfläche an der Kante (6, 1) oben. Die Masse des Krystalles war rein und durchsichtig und drehte die Schwingungsebene des Lichtes nach rechts.

Piëzoelektricität. Beim Druck zeigten die Kanten (1, 2), (2, 3) und (3,4) positive, die drei übrigen negative Spannung (s. Fig. III, A).

Thermoelektricität. Die bei der Abkühlung auftretenden Spannungen waren auf allen 6 Kanten den piëzoelektrischen entgegengesetzt. Bei diesem Krystalle zeigten also in Folge von Zwillingsbildung drei neben einander liegende Kanten die eine (s. Fig. III, B) und die anderen drei die entgegengesetzte Polarität.

Krystall Nr. IV.

Auch an diesem Krystalle fanden sich, wie schon der äussere Anblick ergab, mehrfache Zwillingsbildungen. Der Krystall hatte ausser den Flächen ∞P, $\infty P2$, P und $0P$ auf den beiden gegenüberliegenden Kanten (2, 3) und (5, 6) Flächen der trigonalen Pyramide, deren Lage ebenfalls auf eine Zwillingsbildung hinweist. Sein Querschnitt

ist in Fig. IV A und B in ein- und einhalbfacher Vergrösserung abgebildet. Seine Dicke beträgt nahezu 2 mm.

Piëzoelektricität. Beim Druck waren die Kanten (1, 2) und (3, 4) negativ, die 4 übrigen aber positiv. Die beiden mit trigonalen Pyramidenflächen versehenen Kanten waren demnach positiv.

Thermoelektricität. Beim Erkalten waren die Kanten (1, 2), (2, 3), (3, 4) und (6, 1) positiv und die beiden Kanten (4, 5) und (5, 6) anfangs ebenfalls positiv, später aber negativ. Zwischen den vier positiven Kanten (6, 1), (1, 2), (2, 3) und (3, 4) lagen in den Mitten der Flächen 1, 2 und 3 negative Zonen (gleichfalls ein Zeichen von Zwillingsbildung), während die ganze Fläche 5 zuerst positive, später negative Spannung zeigte.

Krystall Nr. V.

Der Krystall hatte mit einer Fläche $0P$ aufgelegen und bildete ein ziemlich regelmässiges Sechseck. Seinen Querschnitt stellt Fig. V A und B in doppelter Grösse dar. Er enthielt vielfache Zwillingsbildungen und trug nur die Flächen ∞P, $0P$ und sehr klein $\infty P2$ und P.

Piëzoelektricität. In Folge der vielfachen Zwillingsbildungen erschien beim Druck nur die Prismenkante (5, 6) negativ, die übrigen fünf Kanten gaben positive Spannung.

Thermoelektricität. Beim Abkühlen trat auf den Kanten (4, 5), (5, 6) und (6, 1) eine Umkehrung der Polarität ein, sie waren anfangs positiv und wurden später negativ. Negative Zonen lagen auch auf den Mitten der Flächen 5 und 6. Die Kanten (1, 2), (2, 3) und (3, 4) zeigten keine Umkehrung, die Kante (1, 2) blieb positiv und die Kanten (2, 3) und (3, 4) negativ. Ziehen wir die zuletzt auftretende Elektricität in Betracht, so sind die thermoelektrischen, bei der Abkühlung auftretenden den durch Druck auf den Kanten hervorgebrachten entgegengesetzt, mit Ausnahme der Kante (1, 2), welche sowohl beim Druck, als bei der Abkühlung stets positiv erschien, und der Kante (5, 6), welche bei der Abkühlung zwar anfangs positiv, zuletzt aber negativ war. Beide Endflächen $0P$ waren bei der Abkühlung positiv.

III. Rhombisches System.

1. Rechtsweinsaures Kali-Natron (Seignettesalz).

Die Krystalle des rechtsweinsauren Kali-Natrons gehören zum rhombischen System. Die Verhältnisse der verticalen Axe, der Brachydiagonale und der Makrodiagonale sind 0,517 : 1 : 1,202.

Von Krystallflächen erscheinen am häufigsten die Flächen $0P$, ∞P und $\infty \bar{P}2$, dazu treten noch mehr oder weniger ausgedehnte Flächen $\infty \bar{P}\infty$ und $\infty \breve{P}\infty$. Von den letzteren ist oft eine Fläche sehr gross ausgebildet. Von horizontalen Prismen finden sich kleine Flächen $\breve{P}\infty$, $2\breve{P}\infty$ und $\bar{P}\infty$.

Die Krystalle des rechtsweinsauren Kali-Natrons sind isomorph mit dem entsprechenden Ammoniak-Doppelsalze.

An dem letzteren beobachtete PASTEUR die Flächen eines Tetraeders. Ist die Brachydiagonale auf den Beobachter zu gerichtet, so liegt die eine Fläche des Tetraeders oben vorn links, die andere oben hinten rechts.

RAMMELSBERG hat auch am Seignettesalz dieses linke Tetraeder beobachtet, welches der Hälfte der Grundpyramide P entspricht. Ausserdem fand er am Seignettesalz noch ein zweites gewöhnlich rechtes Tetraeder, dessen Flächen auf $\infty \bar{P}2$ gerade aufgesetzt waren, doch kommt nach seinen Beobachtungen diese Gestalt auch als vollständige rhombische Pyramide vor.

Nach MÜTTRICH soll auch das Auftreten der vollständigen Pyramide P nicht ausgeschlossen sein.

Ob im Falle des Auftretens sämmtlicher Flächen der rhombischen Pyramiden P alle Flächen einander gleich sind, oder ob sich etwa wie beim Boracit zwischen den Flächen des rechten und linken Tetraeders Unterschiede in Grösse, Glanz und Glätte bemerklich machen, ist nicht anzugeben.

Die Eigenschaft der Krystalle des Seignettesalzes, durch Temperaturveränderungen elektrisch zu werden, ist zuerst von BREWSTER[1]) wahrgenommen. Später (1839) wurden sie durch Einen von uns[2])

1) Edinb. Journ. of Science II, Oct. 1824.

2) HANKEL, De Thermoelectricitate Crystallorum. Halae 1839.

einer weiteren Untersuchung unterzogen. Wenn auch die elektrischen Erregungen oft so stark auftraten, dass das Goldblättchen des zur Beobachtung dienenden Bohnenberger'schen Elektrometers bis zum Anschlagen an die Polplatte der Säule abgelenkt wurde, so hinderte doch das damals unvollkommene Verfahren[1]) und die mangelhafte Kenntniss der betreffenden Krystallgestalten die Gewinnung eines richtigen Bildes der elektrischen Vorgänge. Eine solche wurde erst ermöglicht durch die bereits erwähnten krystallographischen Untersuchungen von Pasteur, Rammelsberg und Müttrich. Nach denselben sind die Krystalle des Seignettesalzes hemimorph. Mit dieser durch das Auftreten des Tetraeders ausgesprochenen hemimorphen Ausbildung stehen, wie sich zeigen wird, die an den Krystallen beobachteten thermo- und piëzoelektrischen Erscheinungen in vollem Einklange.

Das Verfahren der thermo- und piëzoelektrischen Untersuchung war dasselbe wie bei den Krystallen des chlorsauren Natrons. Sollten bei der Prüfung des piëzoelektrischen Verhaltens einzelne Punkte der Kanten des Krystalles untersucht werden, so wurde der Druck mittelst einer Metallschneide bewirkt; sollte aber die Wirkung des Druckes auf die ganze Länge der Kante ausgeübt werden, so erfolgte der Druck mittelst einer Metallplatte. Behufs der Beobachtung des thermoelektrischen Verhaltens durften die Krystalle nur bis 43° erwärmt werden, aber selbst bei dieser Temperatur bildete sich auf ihnen, wenn sie länger im Ofen gestanden hatten, eine weissliche Schicht, welche vor späteren Untersuchungen meist durch Abwischen mit einem feuchten Tuche entfernt wurde.

Da die Krystalle im Allgemeinen bei gewöhnlicher Temperatur schlecht isolirten, so wurden dieselben vor der piëzoelektrischen Untersuchung etwas (bis 25°) erwärmt. Um alle Nebeneinflüsse bei etwaiger mangelhafter Isolation zu vermeiden, bestanden die Unterlage und die Schneide (bezw. die obere Platte) aus demselben Metall (aus Zinn).

---

1) Der kalte Krystall wurde nämlich mit einer Fläche auf ein erwärmtes oder der erwärmte Krystall auf ein kaltes Metallblech gesetzt, wobei der Krystall im Uebrigen frei blieb.

Piëzoelektricität.

Beim Boracit zeigt sich ein Gegensatz zwischen den abgestumpften und den gegenüberliegenden nicht abgestumpften Ecken, so dass also im Ganzen 4 hemimorphe piëzoelektrische Axen vorhanden sind, die sich unter gleichen Winkeln schneiden. Entsprechend haben wir beim Seignettesalz 4 hemimorphe piëzoelektrische Axen zu erwarten, die sich von einer Fläche des Tetraeders nach der gegenüberliegenden Spitze erstrecken, deren Zwischenwinkel aber nicht sämmtlich unter einander gleich sind. Die Flächen des Tetraders $\frac{P}{2}$ erscheinen nun beim Seignettesalz auf den abwechselnden Endkanten des verticalen Prismas ∞P. Die piëzoelektrischen Axen haben also die Richtung von einer durch die Tetraederfläche abgestumpften Kante zur Mitte der gegenüberliegenden nicht abgestumpften.

Leider fand sich unter den von uns untersuchten Krystallen keiner vor, an welchem die Tetraederflächen vorhanden waren. Nach den oben erwähnten Beobachtungen von PASTEUR und RAMMELSBERG lässt sich aber leicht bestimmen, welchen Kanten dieselben angehören.

Beim Druck fand sich auf den Kanten, welche den Tetraederflächen entsprechen, positive, auf den entgegensetzten, also nicht durch Tetraederflächen abgestumpften, dagegen negative Spannung (s. Taf. 1 und 2, Fig. IB bis IVB). Auf den Ecken, welche am oberen und unteren Ende im makrodiagonalen und brachydiagonalen Hauptschnitte[1]) gebildet werden, entstand durch Druck keine Elektricität, wenn dieser Druck genau in der Richtung von einer Ecke zu der diametral gegenüberliegenden erfolgte. Wurde der Krystall aber etwas schief gestellt, so trat stets die Elektricität auf, welche der Randkante entsprach, nach welcher hin die Druckrichtung geneigt war. Auch der Druck auf die Endflächen erzeugte keine elektrische Spannung. Ebensowenig war beim Druck auf die Seitenflächen ∞P, $\infty \bar{P} 2$, $\infty \bar{P} \infty$ und $\infty \breve{P} \infty$ Elektricität wahrzunehmen; etwa auftretende Spuren waren eine Folge des mitunter schief gerichteten Druckes.

---

1) Jene Ecken wurden im makrodiagonalen Hauptschnitte gebildet durch die Flächen ∞P und $0P$, im brachydiagonalen durch die Flächen $\infty \bar{P} 2$ und $0P$.

Selbstverständlich war die beim Nachlassen des Druckes auftretende Electricität stets der beim Druck auftretenden entgegengesetzt.

Bei den im Vorstehenden in Betracht gezogenen Krystallen waren die Flächen der Prismen ∞P und $\infty \bar{P}2$, wenn auch in verschiedener Ausdehnung, sämmtlich vorhanden, und ebenso fanden sich, aber meist nur in geringer Ausdehnung, die Flächen $\infty \bar{P}\infty$ und $\infty \breve{P}\infty$ vor.

Schon oben ist nun erwähnt worden, dass die Flächen $\infty \breve{P}\infty$ auf der rechten Seite oft eine so grosse Ausdehnung gewinnen, dass die verticalen Prismenflächen daselbst ganz verschwinden, so dass also nur die verticalen Prismenflächen p_2 und p_4 der linken Seite übrig bleiben. Bisweilen erscheinen dabei auch noch Reste der Flächen p_1 und p_3. Wie sich erwarten liess, zeigen die grossen am oberen und unteren Ende rechts von den Flächen $\infty \breve{P}\infty$ und den Endflächen $0P$ gebildeten Kanten in ihren beiden Hälften ein entgegengesetztes Verhalten, entsprechend den durch sie verdrängten Kanten des Prismas ∞P (p_1, p_3) und der Fläche $0P$. Es ist also am oberen Ende die nach der vorderen Seite gelegene Hälfte jener Kante (p_1) negativ, die hintere Hälfte (p_3) aber positiv. Umgekehrt erscheint am unteren Ende die vordere Hälfte positiv, die hintere negativ (s. Taf. 2, Fig. VB und VIB [1]).

Thermoelektricität.

Das thermoelektrische Verhalten der untersuchten Krystalle stimmt im Allgemeinen mit dem piezoelektrischen überein, dergestalt, dass die Erkaltung dieselbe Elektricität erzeugt, wie der Druck. Auf denjenigen Kanten am oberen und unteren Ende, welchen Tetraederflächen entsprechen, tritt bei der Abkühlung positive Elektricität auf, während die negative auf den diametral gegenüberliegenden erscheint (s. Taf. 1 und 2, Fig. IA bis IVA). Bei manchen Krystallen war die Elektricität auf einigen Kanten nicht in der Mitte am stärksten, sondern nahm von dem einen Ende nach dem anderen Ende an Stärke zu, z. B. beim Krystall Nr. III. In diesem zuletzt erwähnten Falle konnte es sogar geschehen, dass die starke Elektricität

[1] Die mit (p_1, p_3) bezeichnete Fläche ist die rechts gelegene grosse Fläche $\infty \breve{P}\infty$, welche an die Stelle der Flächen p_1 und p_3 getreten ist.

einer Kante etwas über die Ecke auf die zunächst angrenzende Kante herübergriff. Die an den Kanten anliegenden Theile der Prismenflächen zeigten dieselbe Elektricität, wie die benachbarten Kanten, also im oberen und unteren Theile entgegengesetzte Polaritäten. Die Verbreitung der beiden Polaritäten nach der Mitte hin war aber wahrscheinlich in Folge der verschiedenen Leitungsfähigkeit der Krystallsubstanz sehr verschieden, so dass bald die positive, bald die negative Elektricität über die Mitte der Fläche hinwegging. Oefter dehnte sich auch die eine Polarität an dem einen Seitenrande, die entgegengesetzte an dem anderen Seitenrande besonders weit aus.

Die etwa vorhandenen Flächen $\infty\breve{P}\infty$ und $\infty\bar{P}\infty$ zeigten keine bestimmte Polarität. Die auf ihnen auftretende Elektricität rührte vielmehr von der auf den anliegenden Kanten und Flächen vorhandenen her.

In der Mitte der beiden Endflächen $0P$ lagen keine elektrischen Pole; dieselben erschienen meist ganz unelektrisch. Die nach den Randkanten hin liegenden Theile zeigten die diesen Randkanten entsprechende Spannung.

Bei einem Krystall (Taf. 2, Fig. VA), an welchem die auf der rechten Seite liegende Fläche $\infty\breve{P}\infty$ so gross ausgedehnt war, dass derselbe gewissermassen nur die linke Hälfte eines vollständig ausgebildeten Krystalles darstellte, zeigten die vorhandenen Randkanten, welche von den Flächen ∞P und $0P$ gebildet wurden, die normale Elektricität. Auf den am oberen und unteren Ende rechts durch die Durchschnitte der Fläche $\infty\breve{P}\infty$ und der beiden Flächen $0P$ gebildeten langen Kanten zeigten die beiden Hälften entgegengesetzte Elektricität, und zwar wurde auf der oberen Kante die nach vorn liegende Hälfte negativ und die hintere positiv, auf der unteren dagegen die nach vorn liegende Hälfte positiv, die hintere negativ. Die auf den beiden Hälften auftretenden Elektricitäten entsprechen also denen, welche auf den durch sie verdrängten Randkanten p_2 und p_3 vorhanden gewesen sein würden.

Ein zweiter Krystall derselben Form (Taf. 2, Fig. VI A) verhielt sich im Allgemeinen ebenso, wie der vorhergehende, nur war auf dem vorderen Theile, der oberen von $\infty\breve{P}\infty$ und $0P$ auf der rechten Seite gebildeten Kante, keine negative Elektricität zu beobachten, es zeigte sich vielmehr auf der ganzen Kante positive Spannung, wenn

auch nach der Fläche p_1 zu in geringerem Grade. **Beim Druck auf** die vordere Hälfte der eben genannten Kante ist dagegen die negative Elektricität deutlich hervorgetreten (s. Seite 390).

2. Resorcin.

Das Resorcin entsteht bekanntlich bei der Zersetzung verschiedener Harze durch schmelzendes Aetzkali und wird der mit Schwefelsäure übersättigten Lösung des Productes mittelst Aether entzogen. Aus der ätherischen Lösung erhält man dasselbe in gefärbten Krystallen und aus diesen gewinnt man durch Sublimation eine weisse, lockere Masse, welche nach Auflösung in Wasser bei allmählicher Verdunstung anfänglich ganz oder fast ganz farblose Krystalle liefert. Auf diese Weise waren die meisten der von uns untersuchten Krystalle gewonnen. Der Schmelzpunkt ganz reinen Resorcins liegt bei 110°, der Siedepunkt bei 271°.

Die Krystalle gehören nach Groth zum rhombischen System; das Verhältniss ihrer Axen ist $a : b : c = 0,9105 : 1 : 0,5404$.

Sie zeichnen sich durch hemimorphe Bildung aus. Nach Groth (s. Taf. 1) werden die Seitenflächen durch das Prisma ∞P gebildet, während das eine (obere) Ende von zwei Flächen des horizontalen Prismas $\bar{P}\infty$ und das andere (untere) durch die vier Flächen der Pyramide P begrenzt wird. An den von uns untersuchten Krystallen (die Figur Taf. 1 stellt einen solchen Krystall in der Vorderansicht dar) fanden sich jedoch am unteren Ende gewöhnlich grosse Flächen von $\bar{P}\infty$ neben mehr oder weniger ausgebildeten Flächen P. An manchen Krystallen fehlten die letzteren auch ganz.

Ausserdem haben wir noch beobachtet Flächen des verticalen Prismas $\infty\breve{P}2$, sowie einmal ein Brachydoma $5\breve{P}\infty$. Die Krystalle wachsen meist mit dem als unteres bezeichneten Ende an.

Die Krystalle des Resorcins isoliren sehr gut und zeigen bei Temperaturänderungen ausserordentlich starke Elektricität, so dass sie sogar durch eine gegebene Temperaturänderung stärker elektrisch werden, als die Krystalle des Turmalins. Es genügt oft schon die Annäherung eines Fingers an einen Krystall, um wahrnehmbare elektrische Spannungen an seinen Enden hervortreten zu lassen.

Das thermoelektrische Verhalten ist sehr einfach. Das zuvor als oberes bezeichnete Ende nebst den anliegenden Theilen der Prismenflächen zeigt beim Erkalten negative, das untere sammt den anliegenden Theilen der Prismenflächen dagegen positive Spannung. Bei steigender Temperatur sind die Polaritäten gerade entgegengesetzt.

Auch durch Druck werden die Krystalle des Resorcins elektrisch und übertreffen die des Turmalins und Bergkrystalls an Grösse der erzeugten Spannung. Durch Druck entsteht dieselbe Polarität wie beim Erkalten, durch Nachlassen des Druckes dieselbe wie beim Erwärmen.

3. Milchzucker.

Obwohl es uns nicht gelungen ist, ringsum ausgebildete Krystalle des Milchzuckers zu erhalten, so haben doch die aus tafelförmigen krystallinischen Massen herausgeschlagenen Bruchstücke genügt, um das thermo- und piëzoelektrische Verhalten derselben zu ermitteln.

Die Krystalle des Milchzuckers sind von SCHABUS untersucht und von ihm in folgender Weise aufgefasst worden. Sie sollen nach ihm zum rhombischen Systeme gehören und sind durch eine eigenthümliche Hemimorphie ausgezeichnet. Das Verhältniss der Axen ist $a : b : c = 0{,}353 : 1 : 1{,}609$.

Die Figur auf Tafel 1 stellt einen solchen Krystall dar. Es erscheinen an ihm die Flächen $c(0P)$, $b(\infty\breve{P}\infty)$, $q'(2\breve{P}\infty)$ und am unteren Ende zwei Flächen der Pyramide o, also die untere Hälfte eines aus der Pyramide P abgeleiteten Tetraeders. Dabei sind am oberen Ende nach SCHABUS die Flächen $2\breve{P}\infty$ grösser und die Flächen $0P$ kleiner, während am unteren Ende die Flächen $2\breve{P}\infty$ gegen die Flächen $0P$ an Ausdehnung zurückstehen.

Das thermo- und piëzoelektrische Verhalten ist sehr einfach und durch die hemimorphe Bildung der Krystalle bestimmt. Die obere Endfläche c der Krystalle nebst den anliegenden beiden Flächen q' und den Theilen der Flächen b und o, welche an c angrenzen, ist beim Erkalten positiv, das untere an den von uns untersuchten Krystallen meist verbrochene Ende dagegen negativ elektrisch. Dabei erstreckt sich auf den Flächen o öfter die negative Elektricität

wahrscheinlich in Folge der Ableitungsverhältnisse weiter hinauf als auf den Flächen *b*, oft bis zum Rande von *c*. Bei steigender Temperatur sind selbstverständlich die Polaritäten die umgekehrten.

Beim Druck wird das obere Ende positiv, das untere negativ; beim Nachlassen des Druckes tritt die umgekehrte Elektricität auf. Ein Druck auf eine Seitenfläche erzeugt keine elektrischen Spannungen.

Oben ist die von Schabus gewählte Deutung der Krystalle des Milchzuckers dargelegt worden. In derselben findet sich jedoch eine Auffassung, welche nicht wohl annehmbar erscheint. Nach seiner Meinung soll nämlich das Tetraeder hemimorph auftreten. Nun ist aber doch das Tetraeder bereits eine hemimorphe Bildung nach den die Mittelpunkte je zweier parallelen Flächen der rhombischen Pyramide verbindenden Axen. An dieser hemimorphen Gestalt müsste dann nochmals eine Hemimorphie nach der verticalen Axe eintreten.

Diese nicht wohl annehmbare Deutung lässt sich nun durch eine andere Auffassung der am Milchzucker auftretenden Krystallgestalten beseitigen. Betrachtet man nämlich die Krystalle als nicht dem rhombischen, sondern dem monoklinischen Systeme angehörig, in der Weise, dass die zuvor als Flächen eines Tetraeders betrachteten Flächen *o* zwei am Ende der Orthodiagonale liegende Flächen des Prismas ∞P darstellen, dann sind die Flächen *b* parallel mit der schiefen Basis, also $0P$; die Flächen *q* stellen die Flächen eines Klinodomas und die *c* erscheinen als die auf der Orthodiagonale senkrechten Flächen $\infty \mathrm{P}\infty$.

Bei dieser Stellung der Krystalle tritt dann eine Analogie mit den Krystallen des Zuckers, der Weinsäure und des neutralen weinsauren Kalis ein. Bei diesen Krystallen zeigt die Orthodiagonale an den beiden Enden eine verschiedene Ausbildung und ein Gleiches tritt dann auch beim Milchzucker auf. An den Enden der Orthodiagonale finden sich selbstverständlich die entgegengesetzten elektrischen Pole.

B. Nicht-hemimorphe Krystalle.

IV. Triklinisches System.

Dichromsaures Kali.

Die Krystalle des in seiner Zusammensetzung sehr eigenthümlichen dichromsauren Kalis gehören zum triklinischen Systeme. Sie zeigen einen vollkommenen Durchgang und zwei andere weniger vollkommene, aber doch noch sehr deutliche. Die dem vollkommenen Durchgange parallelen Flächen besitzen Perlmutterglanz.

Für die Auffassung der Krystalle ist es am zweckmässigsten, die drei Axenebenen mit den drei Durchgängen parallel zu nehmen und dabei den vollkommenen Durchgang parallel der Basis zu stellen.

Um später die an den Krystallen untersuchten Flächen kurz und bestimmt angeben zu können, wollen wir folgende Bezeichnung derselben einführen. Zunächst sei bemerkt, dass, wenn wir die drei stumpfen Axenwinkel in den rechten, vorderen, oberen Oktanten bringen, die Axenenden und alle Flächen ihrer Lage nach vollständig bestimmt sind. Wir können dann die beiden Enden der drei Axen sofort unterscheiden und besonders bezeichnen (s. Taf. 2, Fig. A).

Das obere Ende der verticalen Axe sei C, das untere c, das vordere Ende der auf uns zu gerichteten Axe (Brachydiagonale) sei A, das hintere a, und das rechte Ende der von links nach rechts gerichteten Axe (Makrodiagonale) sei B, das linke b.

Nach den Messungen von SCHABUS[1]) ist das Verhältniss der drei Axen $Aa : Bb : Cc = 1{,}0116 : 1 : 1{,}8145$. Der Winkel zwischen den Halbaxen B und C beträgt $98^0\ 0'$, zwischen A und C $96^0\ 3'$ und zwischen A und B $90^0\ 51{,}5'$.

Es werde nun ferner die in der angegebenen Stellung obere Fläche $0P$ mit C (s. Taf. 2, Fig. A), die ihr parallele untere mit c (also entsprechend den in ihnen endigenden Halbaxen) bezeichnet, ferner die rechts liegende Fläche $\infty \breve{P} \infty$ mit B, die parallel zu ihr

---

1) SCHABUS stellt anstatt der Axe Cc die Axe Bb vertical und die Axe Cc von rechts nach links, während RAMMELSBERG die oben im Texte gegebene Stellung (s. Fig. A) gewählt hat.

links gelegene mit b, die vorn gelegene Fläche $\infty \bar{P} \infty$ mit A und die hintere, zu dieser parallele mit a.

In gleicher Weise sollen auch alle übrigen auf der rechten Seite B sowie die auf der vorderen Seite A liegenden Flächen mit grossen Buchstaben, und die zu ihnen parallelen links beziehentlich hinten gelegenen Flächen mit kleinen Buchstaben bezeichnet werden. Von den Flächen $\bar{P}\infty$ ist also die rechts oben liegende Q, die links unten liegende q und von den Flächen $\frac{1}{2}\bar{P}\infty$ die rechte obere $Q2$, die linke untere $q2$. Von den Flächen $'\bar{P}\infty$ werde die rechte untere mit Q', die linke obere mit q', und von den Flächen $\frac{2}{3}{}'\bar{P}\infty$ die rechts unten liegende mit $\frac{2}{3}Q'$, die links oben liegende mit $\frac{2}{3}q'$ bezeichnet. In gleicher Weise soll von den Flächen $'\bar{P}'\infty$ die vorn oben gelegene R und die hinten unten liegende r, und von den Flächen $\bar{P}\infty$ die vordere untere R', die hintere obere r' genannt werden.

Bei den untersuchten Krystallen waren vorzugsweise die mit dem vollkommensten Durchgange parallelen Flächen C und c ausgebildet, weniger gross, oft sogar sehr klein waren die Flächen A, a und B, b, während die übrigen Flächen in ihrer Ausdehnung stark variirten. An einer Anzahl von Krystallen fanden sich auch Pyramidenflächen O.

Die Bestimmung des thermoelektrischen Verhaltens der Krystalle wurde durch den Mangel an ringsum vollkommen ausgebildeten Individuen sehr erschwert. Die Versuche, durch Verdampfung der Lösung des Salzes bei gewöhnlicher Temperatur gut ausgebildete Krystalle zu erhalten, gelangen zwar, aber die so gewonnenen Individuen erwiesen sich als unbrauchbar, weil sie, wahrscheinlich in Folge von Wassereinschluss, nicht hinreichend isolirten. Dagegen waren die aus einer englischen Fabrik bezogenen Krystalle bei etwas erhöhter Temperatur recht gut isolirend. Jedoch auch bei den aus dieser Fabrik stammenden Krystallen war die Stärke der elektrischen Erregung noch sehr verschieden.

Wie schon oben bemerkt, ist es uns nicht gelungen, ringsum gut ausgebildete Krystalle zu untersuchen. Die auf ihr elektrisches Verhalten geprüften Individuen waren mehr oder weniger verwachsen gewesen und von ihrer Unterlage abgebrochen worden. Waren die Krystalle nur mit dem einen Ende, der Brachydiagonale, angewachsen,

so lag die Stelle des Anwachsens meistens am Ende *A*, seltener am Ende *a*. Befand sich der Ansatzpunkt am Ende der Makrodiagonale, so traf man ihn öfter auf der Seite *b* als auf der Seite *B*. Sehr häufig waren die Krystalle mit zwei neben einander liegenden Axen *A* und *b* oder *A* und *B* verwachsen. Niemals aber konnte ein Ende der Axe *C*, *c* als eigentlicher Ansatzpunkt betrachtet werden, wenn auch öfter die Flächen *C* oder *c* durch Anliegen anderer Krystalle mehr oder weniger verletzt und in ihrer Ausbildung gehemmt worden waren. Bei der thermoelektrischen Untersuchung der Krystalle hat sich nun ein eigenthümliches Verhalten gezeigt. Während die Enden der verticalen Axe *C* und *c* und ebenso der Brachydiagonale *A* und *a* im ausgebildeten Zustande dieselbe Polarität besitzen, wie dies bei nicht hemimorphen Krystallen stets der Fall ist, treten an den Enden der Makrodiagonale entgegengesetzte Polaritäten auf, und zwar wird bei den meisten Krystallen *B* positiv und *b* negativ, bei anderen dagegen *B* negativ und *b* positiv elektrisch. Letzterer Vorgang macht die Trennung der Krystalle in zwei Gruppen erforderlich. Diese eben erwähnte Verschiedenheit der Krystalle in ihrem elektrischen Verhalten steht möglicherweise mit der Art ihres Wachsthums, mit der Lage ihres Ansatzpunktes in Verbindung.

Die meisten Krystalle des dichromsauren Kalis gehören zur ersten Gruppe, und wir hatten bereits mehr als 30 Krystalle untersucht, als uns ein Krystall der zweiten Gruppe vorkam.

Erste Gruppe.

Bei allen in dieser Abtheilung beschriebenen Krystallen, mit Ausnahme von Nr. 2, hatte der Ansatzpunkt am Ende von *A*[1]) gelegen, und es fanden sich daselbst unregelmässige, unebene Bruchflächen neben kleinen Stücken der Durchgangsfläche; dagegen waren die Flächen am Ende von *a* bei sämmtlichen Krystallen gut ausgebildet. An den Enden der Makrodiagonale lagen entweder auf beiden Seiten *B* und *b* oder nur auf einer Seite *B* oder *b* Krystallflächen. Die Fläche *C* war meist vollkommener ausgebildet, als die Fläche *c*, welche durch Anliegen anderer Krystalle in ihrer Bildung häufiger gehemmt worden war.

1) Der Krystall Nr. 2 war mit dem Ende *b* angewachsen gewesen.

Aus den im Nachstehenden mitgetheilten Beobachtungen ergiebt sich nun im Allgemeinen Folgendes.

Die Fläche *C* ist positiv und von ihr aus erstreckt sich die positive Polarität über die etwa vorhandenen rechts anliegenden Flächen $\frac{1}{2}Q$, Q, B, Q', ferner über *c*. Diese positive Spannung nimmt jedoch nach dem Ende *A* hin ab, namentlich wenn dasselbe verbrochen ist, so dass die Fläche Q' an dem nach *A* und *c* gelegenen Theile nur sehr schwach positiv ist. Auf der Fläche *c* tritt öfter die positive Elektricität nur in dem nach *B* hin gelegenen Theile auf, während auf die an stark negative Flächen angrenzenden Theile die negative Elektricität von diesen etwas herübergreift.

Die beiden Enden der Brachydiagonale zeigen, wenn wie bei Nr. 2 ausgebildete Flächen auf ihnen liegen, negative Spannung. Trägt nur das eine Ende Krystallflächen, so erscheint die negative Spannung nur auf diesem stark, während das andere verbrochene Ende theils schwach positiv, theils negativ ist.

Die am Ende *b* der Makrodiagonale gelegenen Krystallflächen, sowie daselbst vorhandene Durchgangsflächen sind negativ, während ein sehr unregelmässiger Bruch auch wohl schwache positive Spannung zeigt; die am anderen Ende der Makrodiagonale *B* gelegenen Flächen sind positiv. Es ergiebt sich also die eigenthümliche Erscheinung, dass an den Enden *C* und *c* sowie *A* und *a* gleichnamige Polaritäten auftreten, wenn die betreffenden Enden gut ausgebildet sind, dass dagegen an beiden Enden *B* und *b* entgegengesetzte Spannungen beobachtet werden. Während *b* negativ ist, zeigt *B* positive Spannung.

Wird nun ein solcher Krystall parallel mit den Flächen *B* und *b* zersprengt, so erscheint die nach *B* gerichtete Durchgangsfläche positiv und die am anderen Stück befindliche, nach *b* gerichtete, negativ. Die Polarität behält also dieselbe Lage, wie auf den entsprechenden Krystallflächen.

Werden die Krystalle parallel mit dem Durchgange *A*, *a* zersprengt, so zeigt der nach *A* gewandte Durchgang am hinteren Stück meistens positive, und der nach *a* gewandte am vorderen Stück meistens negative Spannung (s. Taf. 3, Fig. IV und VI), jedoch kommt es auch vor, dass auf dem Durchgange *A* ausser der positiven auch negative, und auf dem Durchgange *a* neben der negativen auch positive Elektricität erscheint (s. Fig. VII A und a) und zwar in der Weise, dass die

aufeinander passenden Stellen der beiden Durchgänge im Allgemeinen entgegengesetzte Polarität zeigen. Beim Zersprengen der Krystalle nach dem Durchgange C, c treten keine bestimmten Polaritäten auf (s. Fig. VIII und IX).

Krystall Nr. 1.

Der Krystall war im Ganzen ziemlich gut ausgebildet, mit Ausnahme des vorderen Endes der Brachydiagonale und der angrenzenden Theile. Die an ihm vorhandenen Krystallflächen sind aus dem Taf. 2, Fig. I in natürlicher Grösse[1]) gezeichneten Netz ersichtlich.

Die Fläche C zeigte beim Erkalten positive Spannung. Dieselbe Elektricität fand sich auf den rechts von C liegenden Flächen Q, B und Q', jedoch war der nach A und c liegende Theil von Q' nur schwach positiv, weiter nach A zu trat auf Q' sogar negative Elektricität auf. Auch die am Axenende a rechts unten vorhandene Pyramidenfläche O war positiv. Die Flächen r', a, r, sowie die links von C liegenden Flächen q', b, q und $q/2$ waren negativ, und diese negative Elektricität verbreitete sich auch über die angrenzenden Theile der Fläche c, während der an Q' angrenzende und nach vorn sich erstreckende Theil von c positive Elektricität zeigte. Die Mitte von c liess keine Elektricität wahrnehmen. Auch an dem vorderen verbrochenen Ende A der Brachydiagonale wurde keine Elektricität beobachtet.

Krystall Nr. 2.

Der kleine Krystall war auf der linken Seite b der Makrodiagonale verbrochen, sonst aber gut ausgebildet. Sein Netz ist auf Taf. 2, Fig. II in doppelt linearer Grösse dargestellt. Beim Erkalten gab C positive Spannung. Dieselbe Polarität erschien auf den Flächen $Q/2$, B und auf dem an B angrenzenden Theile von Q'. Die Fläche c war an dem nach Q' und a hin gelegenen hinteren Theile positiv, während an dem nach A und nach dem verbrochenen Ende b hin gelegenen vorderen Theile negative Spannung beobachtet wurde, die auch auf dem angrenzenden Stücke der Fläche Q'

1) Das Zeichen $^1/_1$ bedeutet, dass das Netz in natürlicher, $^2/_1$ in doppelter, $^1/_2$ in halber Grösse gezeichnet ist.

erschien. Die Flächen A und R' sowie r', a und r zeigten negative Polarität, welche sich auch über die rechts hinten unten vorhandene Pyramidenfläche O ausdehnte. Auf einer hervorragenden Spitze des verbrochenen Endes b wurde positive Elektricität beobachtet.

Krystall Nr. 3.

An dem vorliegenden Krystalle zeigte sich die Fläche C gut ausgebildet, während auf der Seite von c nur eine kleine Durchgangsfläche, sonst aber Bruch vorhanden war. Das Netz des Krystalls ist in Fig. III, Taf. 2 in halb linearer Grösse dargestellt. Wie aus der Zeichnung ersichtlich ist, war der Krystall am vorderen Ende A und am linken Ende b verbrochen.

Die Vertheilung der Elektricität auf diesem Krystalle glich der an Krystall Nr. 1 beobachteten.

Krystall Nr. 4.

Der in Fig. IV, Taf. 3 in natürlicher Grösse gezeichnete Krystall war nach den Kanten A und B hin verbrochen. Er trug die Flächen C und c (letztere nur nach a hin gut ausgebildet), r' (sehr gross) a (sehr schmal), $^2/_5 q'$ (sehr schmal) und q' (ziemlich gross).

Die Flächen C, c und der Bruch auf der Seite von B ebenso wie der auf der Seite von A waren positiv. Dagegen zeigte sich negative Polarität auf den Flächen r', a, $^2/_5 q'$ und q'.

Der Krystall wurde parallel den Flächen B, b zuerst nahe der Mitte in der Richtung $\beta\beta$ (s. Fig. IV Durchgang B und b) und ein zweites Mal zwischen der Mitte und dem linken Rande b nach $\beta'\beta'$ (s. Fig. IV, Durchgang B' und b') durchgespalten. Beide Durchgänge B und B' wurden ebenso, wie der ursprüngliche Bruch an der Seite B positiv, während die daran passenden Durchgänge b und b' auf der Seite von b negative Elektricität zeigten.

Das durch die zweite Zersprengung entstandene kleine linke Stück wurde dann auch noch parallel zu den Flächen A, a zersprengt. Die Durchgangsfläche auf der Seite A am hinteren Stück wurde positiv, die darauf passende a am vorderen Stück negativ elektrisch (s. Fig. IV Durchgang A und a).

Krystall Nr. 5.

Der Krystall (Taf. 3, Fig. V, natürl. Grösse) war am Ende von A verbrochen, dagegen war er sonst ziemlich gut ausgebildet. Er trug ausser den Flächen C und c die Fläche r' und neben dieser rechts unten eine Pyramidenfläche O, ferner $Q/2$ und B (sehr klein) worauf eine grosse Fläche Q' und eine kleinere $^2/_5 Q'$ folgten. Auf der linken Seite lag eine schmale Fläche $^2/_5 q'$ nebst einer grossen Fläche q'.

Die Flächen C und c (letztere mit Ausnahme eines schmalen an q' angrenzenden Theiles) waren positiv und diese positive Elektricität erstreckte sich auch über die Pyramidenfläche O, sowie über die nach a gelegenen Theile der Flächen $Q/2$, B, Q und $^2/_5 Q'$. Dagegen erschienen die nach A gelegenen Theile der zuletzt genannten 4 Flächen unelektrisch oder schwach negativ. Die Fläche r' war stark negativ, ebenso die angrenzenden Flächen $^2/_5 q'$ und q', jedoch nahm auf letzteren beiden Flächen die negative Elektricität nach A hin an Stärke ab. Auf dem am Ende A gelegenen Bruche zeigte sich links schwache positive, rechts schwache negative Spannung. Der Krystall wurde nahezu in der Mitte parallel mit den Flächen B, b zersprengt. Der an der rechten Seite des linken Stückes liegende, also dem Ende B entsprechende Durchgang war stark positiv, nur auf einem vorn nach A hin gelegenen sehr kleinen Theile machte sich schwache negative Elektricität bemerklich. Der an der linken Seite des rechten Stückes, also auf der Seite von b liegende Durchgang war dagegen stark negativ. Die negative Spannung nahm aber nach den an A angrenzenden Theilen hin an Stärke ab (s. Fig. V, Durchgang B und b).

Krystall Nr. 6.

Der Krystall war an der Mehrzahl der Seiten verbrochen. Es fand sich nur ein sehr kleiner Rest der Fläche C, sowie ein schmaler Streifen von c, ferner eine kleine Fläche $r'/2$, ein grosser Theil der sehr ausgedehnten Fläche r' und auf der linken Seite Reste von q' und b.

Die elektrische Vertheilung stimmte mit der an den bisher untersuchten Krystallen beobachteten überein und ist deshalb das Netz

des Krystalles nicht abgebildet worden. Dagegen mögen die Beobachtungen an Durchgängen hier mitgetheilt werden.

Fig. VI B (Taf. 3) stellt zwei auf einander passende Durchgangsflächen parallel *B*, *b* dar. Der am linken Stück auf der Seite von *B* gelegene Durchgang war positiv, der am rechten Stück auf der Seite von *b* gelegene dagegen negativ. Als der Krystall parallel dem Durchgange *A*, *a* zersprengt wurde, zeigte der am hintern Stück nach *A* gelegene Durchgang (Fig. VI A, Taf. 3) positive, dagegen der darauf passende Durchgang *a* am vordern Stück negative Spannung.

Krystall Nr. 7.

An dem Krystalle (s. Taf. 3, Fig. VII, natürliche Grösse) waren vorhanden ein grosser Theil der Fläche *r'* und daneben rechts unten eine sehr kleine Pyramidenfläche *O*, ferner Reste der Flächen *C*, *Q/2*, *B*, *Q'* und *c*. Die Enden *A* und *b* waren verbrochen. Bezüglich der elektrischen Vertheilung glich er, wie die Zeichnung nachweist, dem Krystalle Nr. 1.

Als der Krystall parallel den Flächen *A*, *a* an der Stelle *αα* zersprengt wurde (s. Fig. VII *A* und *a*) zeigte die nach *A* gelegene Durchgangsfläche am hinteren Stück positive Spannung und nur ein kleines Stück der nach *B* und *c* gelegenen Ecke wurde schwach negativ. Die darauf passende Durchgangsfläche *a* des vorderen Stücks zeigte in dem nach *C* gelegenen Theile stark negative Spannung, während der nach *c* und *B* gelegene Theil schwach positiv wurde. Während beim Krystall Nr. 6 die durch Zersprengen nach dem Durchgange *A*, *a* entstandenen Flächen in ihrer ganzen Ausdehnung dieselbe Spannung zeigten (nämlich die Fläche *A* am hinteren Stück positive, die Fläche *a* am vorderen Stück negative), tritt auf den entsprechenden Flächen an dem Krystall Nr. 7 neben der positiven am hinteren Stück noch in geringerer Ausdehnung negative und ebenso am vorderen Stück neben der negativen positive Elektricität auf, und zwar in der Weise, dass im Allgemeinen auf den beiden Flächen die zuvor in Berührung gewesenen Stellen entgegengesetzte Polarität zeigen.

Krystall Nr. 8.

Der Krystall war versehen mit den Flächen *b*, *A*, *Q*/2, *B* und *Q'*, alle übrigen Oberflächentheile bestanden aus Bruch. Die Fläche *C* war positiv, ebenso der Bruch am Ende von *c* mit Ausnahme der nach *A* und *B* gelegenen Ecke.

Gleichfalls positiv waren die Flächen *Q*/2, *B* und der an *a* gelegene Theil von *Q'*, während der nach *A* hin gelegene Theil ebenso wie die Fläche *A* selbst negativ war. Besonders auf dem nach *B* gelegenen Theile der Fläche *A* war die negative Elektricität sehr stark.

Der Krystall wurde ungefähr in der Mitte nach dem mit den Flächen *C*, *c* parallelen Durchgange zersprengt. Die nach unten, also nach *c* gewandte Durchgangsfläche am oberen Stück (s. Taf. 3, Fig. VIII, Durchgang *c*) war in einem diagonalen Streifen, welcher von der nach *a* und *B* hin gelegenen Ecke nach der gegenüber d. h. nach *A* und *b* liegenden Ecke verlief, positiv. Dagegen waren die nach *A* und *B*, sowie die nach *a* und *b* gelegenen Ecken negativ. Die obere Durchgangsfläche *C* am unteren Stück, welche jedoch nicht dieselbe Grösse hatte wie die mit *c* bezeichnete Fläche am oberen Stück, war fast ganz positiv, nur an dem nach der stark negativen Fläche *A* gewandten Rande fand sich ein schmaler negativer Streifen.

Krystall Nr. 9.

An dem Krystall waren vorhanden die Flächen *c*, *r'*, *a* und *r* und neben letzterer rechts hinten eine Pyramidenfläche *O*, ferner auf der rechten Seite auf dem nach *a* gewandten Theile Reste der Flächen *Q*, *B* und *Q'*, ausserdem auf der linken Seite ein Stück der Fläche *b*. Die übrigen Theile der Oberfläche bestanden aus Bruch.

Die elektrische Vertheilung stimmte mit der an den früher untersuchten Krystallen beobachteten überein. Der Krystall wurde ungefähr in der Mitte nach dem mit den Flächen *C*, *c* parallelen Durchgange zersprengt. Beide Durchgangsflächen (Fig. IX *c* und IX *C*) waren im Allgemeinen negativ, nur auf dem nach *B* hin gelegenen

Inhalt.

Chlorsaures Natron.

Fig. I.

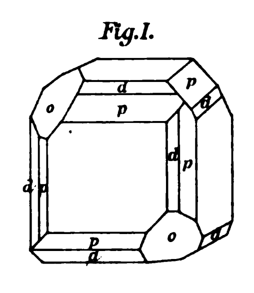


Fig. II.

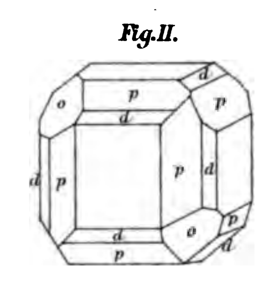


Fig. III.

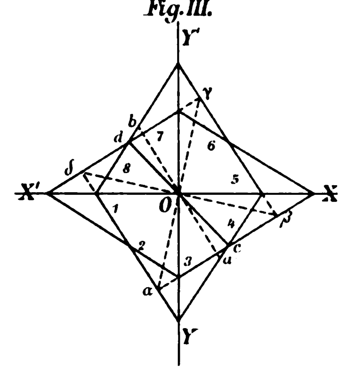


Fig. V.

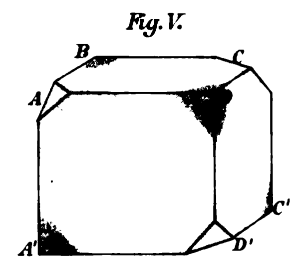


Fig. VI.

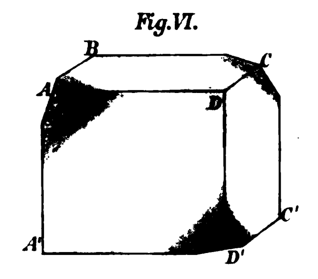
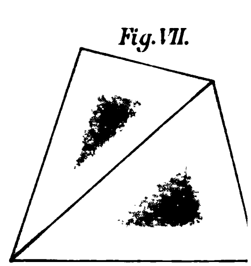


Fig. VII.



Rechtsweinsaures Kali-Natron

(Seignettesalz.)

Fig. I A.

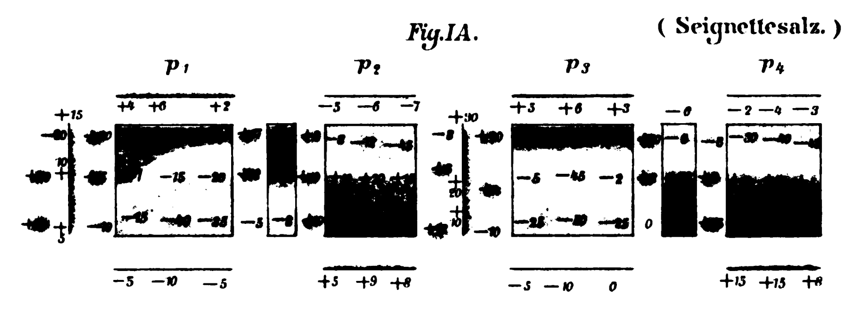


Fig. I B.

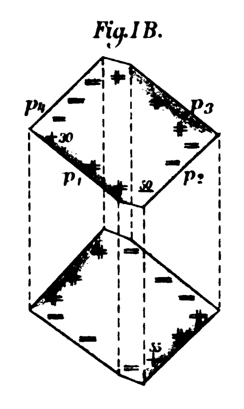


Fig. II A.

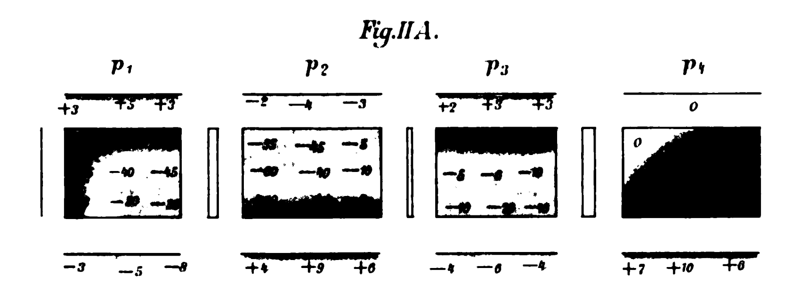


Fig. II B.

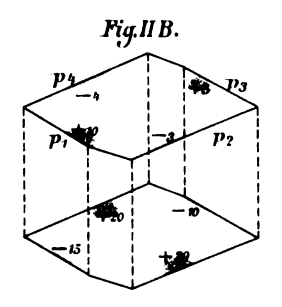


Fig. IV.

Unterschwefelsaures Kali.

Fig. I A.

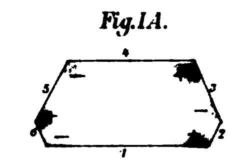


Fig. I B.

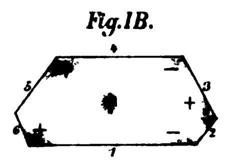


Fig. VIII.

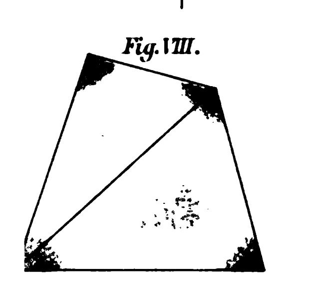


Fig. II A.

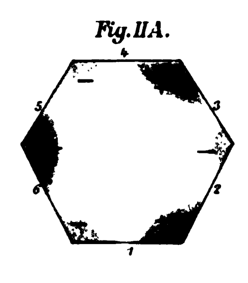


Fig. II B.

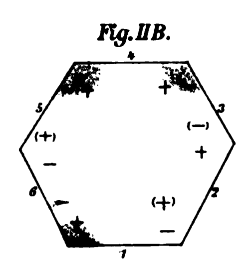


Fig. III A.

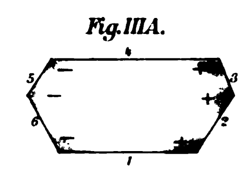
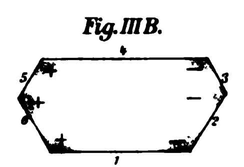


Fig. III B.



Resorcin.

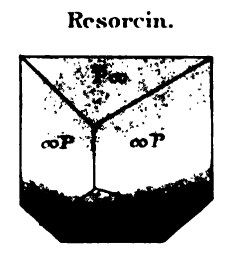


Fig. IV A.

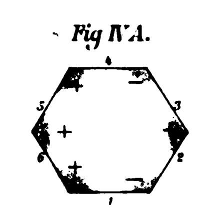
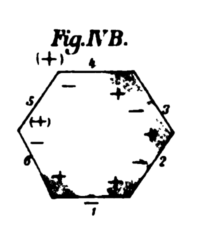


Fig. IV B.



Milchzucker.

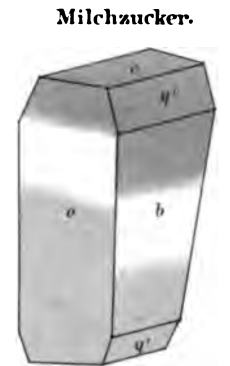


Fig. V A.

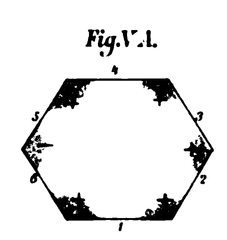
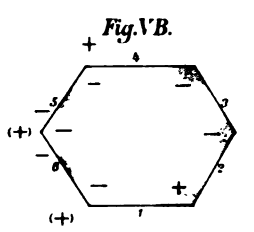


Fig. V B.



Rechtsweinsaur

(Seigne

Fig. III A.

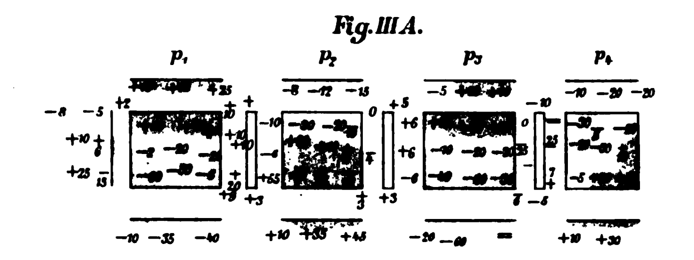


Fig. III B.

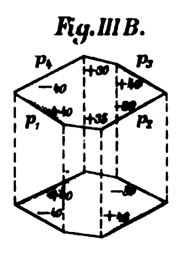


Fig. IV A.

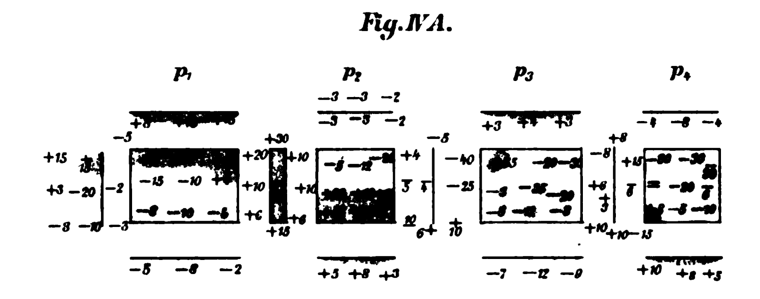
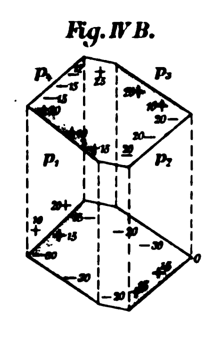


Fig. IV B.



Dichromsaures Kali.

Fig. A.

Fig. I. (1/1)

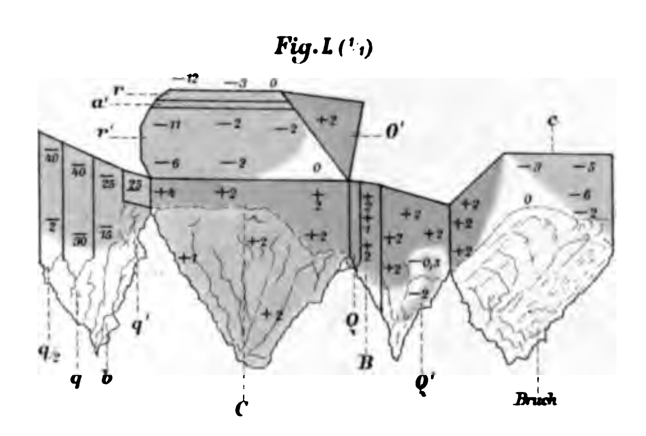
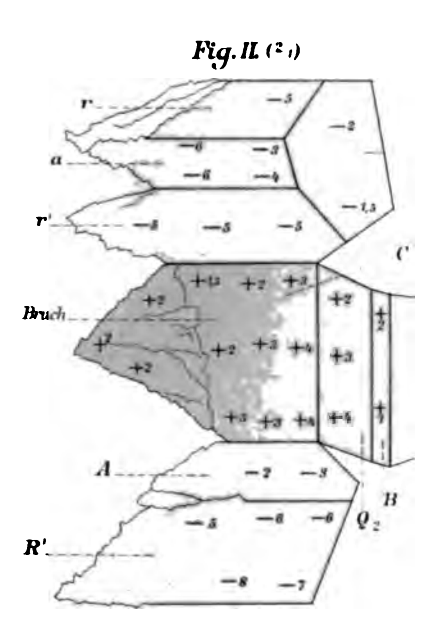


Fig. II. (2/1)



ali - Natron

)

Fig. VA.

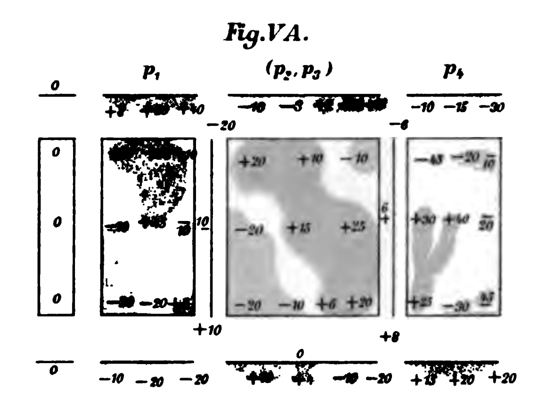


Fig. VB.

(p₃, p₂)

Fig. VIA.

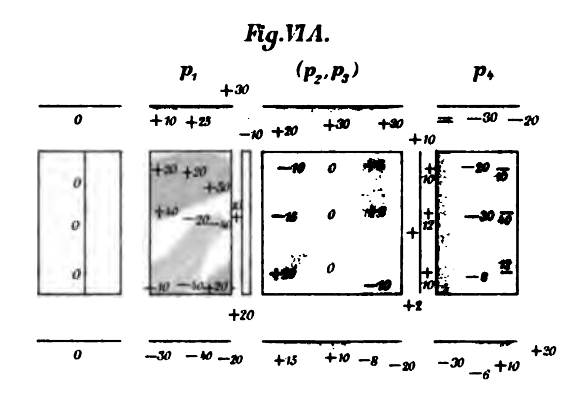


Fig. VI B.

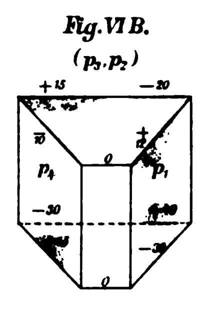
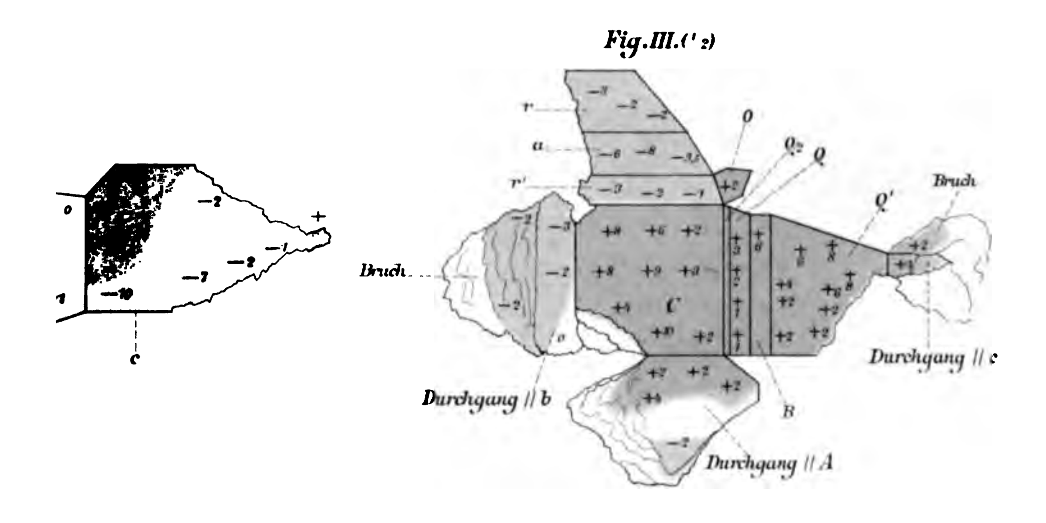
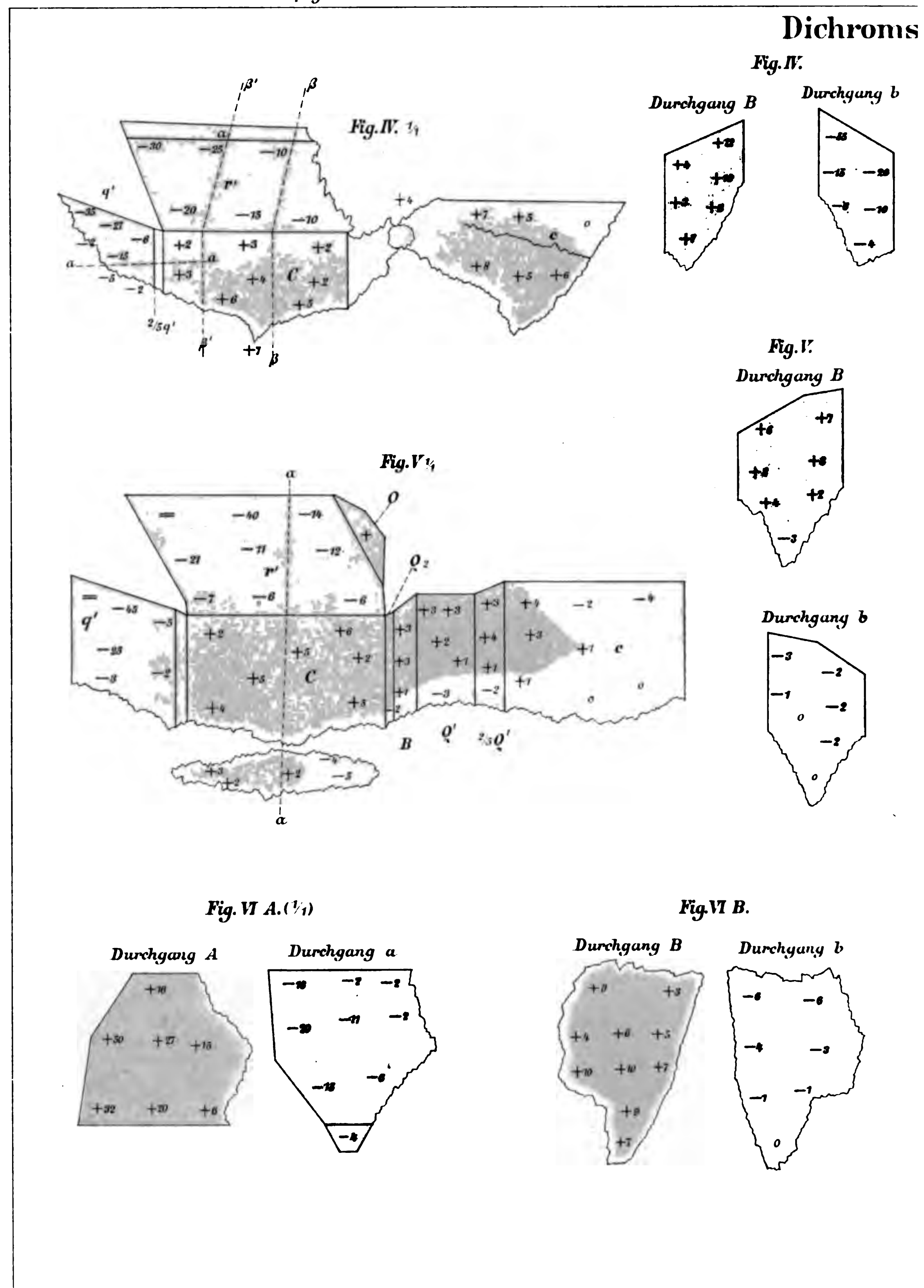


Fig. III.



Lith.Anst.v.E.A.Funke Leipzig


Dichrom
Fig. IV.
Durchgang B
Durchgang b
Fig. IV. 1/1
Fig. V.
Durchgang B
Durchgang b
Fig. V 1/1
Fig. VI A. (1/1)
Durchgang A
Durchgang a
Fig. VI B.
Durchgang B
Durchgang b

res Kali.

Fig. IV.

Durchgang B' Durchgang b'

Fig. IV.

Durchgang A Durchgang a

Fig. VII A.

Fig. VII. 1/1

Fig. VII a.

Fig. VIII.

Durchgang c Durchgang C

Fig. X.

Fig. IX.

Durchgang c Durchgang C'

BESTIMMUNG DER TRÄGHEITSMOMENTE

DES

MENSCHLICHEN KÖRPERS

UND

SEINER GLIEDER

VON

W. BRAUNE,

MITGLIED DER KÖNIGL. SÄCHS. GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN,

UND

O. FISCHER.

Des XVIII. Bandes der Abhandlungen der mathematisch-physischen Classe der Königl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften

Nº VIII.

MIT FÜNF TAFELN UND SIEBEN FIGUREN.

LEIPZIG

BEI S. HIRZEL.

1892.

Das Manuscript eingeliefert am 4. Juli 1892.
Der Druck beendet am 30. August 1892.

BESTIMMUNG DER TRÄGHEITSMOMENTE

DES

MENSCHLICHEN KÖRPERS

UND

SEINER GLIEDER*)

VON

W. BRAUNE UND **O. FISCHER.**

MIT FÜNF TAFELN UND SIEBEN FIGUREN.

*) Das Manuscript zu dieser Arbeit ist wenige Tage vor dem Ableben des Herrn Geh. Medicinalraths Professor Dr. W. BRAUNE noch gemeinsam angefangen worden.

Einleitung.

Bei jeder Bewegung eines starren Körpers kommen hauptsächlich zweierlei Bewegungsarten in Betracht, Translation und Rotation. Man nennt eine Bewegung Translation, wenn alle Punkte des Körpers parallele Gerade beschreiben, man spricht dagegen von einer Rotation, wenn bei der Bewegung die Punkte einer Geraden des Körpers, welche den Namen Rotationsaxe führt, ihre Lage nicht ändern, alle anderen Punkte dagegen Kreise beschreiben, deren Mittelpunkte auf der Rotationsaxe liegen und deren Ebenen senkrecht auf derselben stehen.

Es lässt sich jede Ortsveränderung eines starren Körpers zurückführen auf eine Translation irgend eines seiner Punkte und eine gleichzeitige Rotation um eine durch diesen Punkt hindurchgehende Gerade. Dieser Punkt des Körpers kann beliebig ausgewählt werden, aber für jeden anderen Punkt ist im Allgemeinen auch die Grösse der Translation, die Richtung der durch ihn hindurchgehenden Rotationsaxe und die Grösse der Rotation eine andere. Insbesondere kann man die Wahl des Punktes so treffen, dass die Richtung der Rotationsaxe mit der Richtung der Translation zusammenfällt; in diesem Falle nennt man die Combination beider Bewegungsarten eine Schraubenbewegung und die Rotationsaxe die Schraubenaxe. Andererseits kann man aber auch z. B. den Schwerpunkt des Körpers ins Auge fassen und die Ortsveränderung durch eine Translation des Schwerpunktes verbunden mit einer Rotation um eine durch ihn hindurchgehende Gerade ersetzen.

Bestimmt man nur die Translation und Rotation, welche einer endlichen Ortsveränderung des Körpers entspricht, so ist dadurch noch kein Einblick in den thatsächlichen Verlauf der Bewegung

zwischen beiden Grenzlagen gewonnen. Um diesen letzteren Zweck zu erreichen, muss man sich die Ortsveränderung in eine genügend grosse Anzahl sehr kleiner Lageänderungen des Körpers, genau genommen in eine unendlich grosse Anzahl unendlich kleiner Verrückungen zerlegt denken.

Es kommt nun ganz auf den besonderen Zweck der Untersuchung an, welchen Punkt des Körpers man für die kleinen Verrückungen zu bevorzugen hat.

Will man sich, im Sinne der Kinematik, nur eine klare Vorstellung von dem Verlaufe der Bewegung verschaffen, ohne nach deren Ursachen zu fragen, so wird man mit Vortheil für jede einzelne Verrückung den Punkt so auswählen, dass die kleine Translation in der Richtung der Rotationsaxe stattfindet. Dann hat man dadurch die ganze Bewegung des Körpers in eine Folge sehr kleiner Schraubenbewegungen zerlegt. Die zu den aufeinanderfolgenden Schraubenbewegungen gehörenden Schraubenaxen (Momentanaxen) haben im Allgemeinen verschiedene Lage im Körper, sie laufen aber sehr nahe an einander vorüber und bilden in ihrer Gesammtheit eine sogenannte Regelfläche, d. h. eine Fläche, welche eine ganze Schaar gerader Linien enthält. Jede einzelne der aufeinander folgenden Schraubenaxen des sich bewegenden Körpers wird während der kleinen zu ihr gehörenden Schraubenbewegung momentan mit einer festen Geraden im Raume zusammenfallen. Alle diese festen Geraden im Raume bilden in ihrer Gesammtheit ebenfalls eine Regelfläche, welche durchaus nicht identisch mit der ersten ist. Die letztere bleibt während der Bewegung des Körpers im Raume fest, die erstere dagegen verändert ihre Lage im Raume, da sie mit dem bewegten Körper fest verbunden ist. In jedem Moment wird eine Gerade der beweglichen Regelfläche mit einer der festen zusammenfallen, nämlich die Gerade, welche als momentane Schraubenaxe dient. Man erhält auf diese Weise den bekannten Satz, dass während der Bewegung des Körpers die eine Regelfläche auf der anderen, im Raume festen, rollt und dabei gleichzeitig ein Stück längs der beiden zusammenfallenden Geraden gleitet. Bei Anwendung der beiden Regelflächen erhält infolgedessen der geometrische Verlauf der ganzen Bewegung einen hohen Grad von Anschaulichkeit.

Untersucht man dagegen, auf welche Weise die Bewegung des Körpers durch an ihm angreifende Kräfte hervorgebracht wird, eine Aufgabe der Dynamik, so ist es von Vortheil, für jede Verrückung den Schwerpunkt des Körpers in Betracht zu ziehen und die Bewegung anzusehen als eine Folge von kleinen Translationen des Schwerpunktes, verbunden mit gleichzeitiger Rotation um eine durch denselben hindurchgehende Gerade. Im Allgemeinen ändert sich dabei fortwährend sowohl die Richtung der Translation als auch die Richtung der Rotationsaxe, und beide sind in jedem Moment im Allgemeinen von einander verschieden. Der Schwerpunkt wird dann beim Uebergange zu unendlich kleinen Verrückungen eine stete Raumcurve beschreiben, und die Rotationsaxen werden einen zum Körper festen Kegel erzeugen, dessen Spitze in den Schwerpunkt hineinfällt. Diese Art der Zerlegung der Bewegung eines starren Körpers hat eine wichtige mechanische Bedeutung. Aus den allgemeinen Differentialgleichungen der Bewegung folgt nämlich, dass bei der Bewegung eines starren Körpers unter dem Einflusse äusserer Kräfte die Bewegung des Schwerpunktes in der Weise vor sich geht, als wenn in demselben die Gesammtmasse des Körpers vereinigt und sämmtliche äusseren Kräfte, welche an den einzelnen Punkten des Körpers angreifen, parallel mit sich nach dem Schwerpunkte verlegt wären. Gehen im besonderen Falle von vornherein die Richtungen sämmtlicher Kräfte durch den Schwerpunkt hindurch, so wird die Bewegung des ganzen Körpers überhaupt nur in einer Bewegung des Schwerpunktes bestehen, ohne dass gleichzeitig Rotationen um irgend welche Axen durch den Schwerpunkt stattfinden. In diesem Falle werden sich alle Kräfte zu einer einzigen im Schwerpunkte angreifenden Resultante zusammensetzen, und die Aufgabe beschränkt sich darauf, die Bewegung eines Massenpunktes unter dem Einflusse einer an ihm angreifenden Kraft zu bestimmen. Verlaufen dagegen, wie es gewöhnlich der Fall sein wird, die Richtungen der Kräfte in irgend welchem Abstande vom Schwerpunkte, so resultirt aus diesem Umstande ein Bestreben der Kräfte, den Körper um irgend eine Axe durch den Schwerpunkt herumzudrehen.

Bekanntlich ist nun ein jeder Körper träge, d. h. er hat das Bestreben, in seinem Zustande der Ruhe oder Bewegung zu ver-

harren. Daher setzt er allen Kräften, welche seinen Bewegungszustand zu verändern streben, einen gewissen Widerstand entgegen. Dieser Widerstand ist ein anderer, wenn eine Kraft ihm eine Translation ertheilen, als wenn sie ihn in Rotation versetzen will.

Der Bewegungszustand eines Körpers drückt sich in einer gewissen Geschwindigkeit aus, welche der Körper das Bestreben hat, sowohl der Grösse als auch der Richtung nach beizubehalten. Der Zustand der Ruhe ist von dem allgemeinen Bewegungszustande nur ein besonderer Fall, der dadurch charakterisirt ist, dass die Geschwindigkeit den Werth 0 besitzt. Abgesehen von der Richtungsänderung besteht daher eine Veränderung in der Grösse des Bewegungszustandes eines Körpers entweder in einer Zunahme oder einer Abnahme seiner Geschwindigkeit. Die Zu- oder Abnahme der Geschwindigkeit, welche der Körper erfahren würde, wenn die Ursache der Zustandsänderung während einer ganzen Secunde gleichmässig auf den Körper einwirkte, nennt man Beschleunigung, und zwar positive Beschleunigung bei Zunahme und negative Beschleunigung (oder auch Verzögerung) bei Abnahme der Geschwindigkeit.

Bei der Translation eines Körpers redet man von Lineargeschwindigkeit und Linearbeschleunigung (oder auch Translationsgeschwindigkeit und Translationsbeschleunigung), bei der Rotation um eine Axe von Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung (oder auch Rotationsgeschwindigkeit und Rotationsbeschleunigung).

Wie man bei der Translation die Lineargeschwindigkeit und Linearbeschleunigung des ganzen Körpers durch Strecken misst, welche irgend einer seiner Punkte zurücklegt, so misst man die Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung bei der Rotation durch Bögen, die irgend einer der Punkte des Körpers, welche von der Rotationsaxe die Entfernung 1 besitzen, auf seiner Kreisbahn zurücklegt.

Es ist nun eine fundamentale Aufgabe für die Dynamik, zu untersuchen einerseits, welche Aenderungen des Bewegungszustandes irgend welche an dem Körper angreifende Kräfte infolge ihrer Grösse, Richtung und Angriffsstelle hervorzubringen suchen,

und andererseits, welchen Widerstand der Körper selbst in Folge seiner Trägheit diesen Wirkungen der Kräfte entgegensetzt.

Beschränkt man sich auf die beiden Bewegungsarten, aus denen alle anderen zusammengesetzt sind, auf die Translation und Rotation, und berücksichtigt das Verhalten des Schwerpunktes eines Körpers gegenüber angreifenden Kräften, so zerfällt diese Aufgabe in vier Fragen, welche sich in zwei Gruppen zusammenfassen lassen, je nachdem sie sich auf die Translation oder auf die Rotation beziehen.

I. Translation: *a.* Welche Linearbeschleunigung eines starren Körpers sucht eine in seinem Schwerpunkte angreifende Kraft hervorzubringen?

b. Welchen Widerstand setzt der Körper in Folge seiner Trägheit diesem Beschleunigungsbestreben entgegen?

II. Rotation: *a.* Welche Winkelbeschleunigung eines um eine feste Axe drehbaren Körpers sucht eine irgendwo angreifende Kraft hervorzubringen?

b. Welchen Widerstand setzt der Körper in Folge seiner Trägheit diesem Beschleunigungsbestreben entgegen?[1])

Es ergeben sich nun folgende Gesetze:

I. Translation.

a. Je grösser die Kraft, um so grösser ist das Bestreben derselben, eine Linearbeschleunigung hervorzurufen, und zwar ist dasselbe einfach proportional der Grösse der Kraft. Man hat daher in der Grösse einer Kraft direct ein Maass für das Bestreben derselben, dem Körper eine Linearbeschleunigung zu ertheilen. Greifen mehrere Kräfte im Schwerpunkte an, so ist die Resultante derselben ein Maass für das resultirende Beschleunigungsbestreben.

b. Je grösser die Masse des Körpers, um so grösser ist der Widerstand, welchen derselbe der Wirkung der Kräfte entgegensetzt,

---

1) Es sollen hier nur diese vier einfachen Fälle betrachtet werden, um durch die anderenfalls nothwendige Berücksichtigung der Normalbeschleunigung und des Widerstandes des Körpers gegen Richtungsänderungen (Centrifugalkraft) diese einleitenden Bemerkungen nicht weiter ausdehnen zu müssen, als es ihr Zweck erfordert, nämlich der, den Begriff des Trägheitsmomentes und seine wichtige Bedeutung für die Dynamik in der nöthigen Weise zu beleuchten.

und zwar ist derselbe einfach proportional der Grösse der Masse. Man hat daher in der Grösse der Masse eines Körpers direct ein Maass für den Widerstand, welchen derselbe dem Bestreben der Kräfte, eine Linearbeschleunigung hervorzurufen, entgegensetzt.

Daraus folgt aber, dass die thatsächlich eintretende Linearbeschleunigung des Körpers direct proportional der Grösse der angreifenden Kraft und umgekehrt proportional der Grösse der Masse des Körpers sein muss. Bezeichnet man die Linearbeschleunigung mit b, die resultirende Kraft mit K und die Gesammtmasse des Körpers mit M, so besteht demnach bei geeigneter Wahl der Einheiten zwischen diesen drei Grössen die Relation:

$$b = \frac{K}{M}.$$

II. Rotation.

a. Bei der Rotation kommt im Allgemeinen nur ein Theil der Kraft zur Geltung. Um denselben zu erhalten, muss man die Kraft in zwei Componenten zerlegen, von denen die eine die Richtung der Rotationsaxe selbst besitzt, während die andere senkrecht zu derselben gerichtet ist. Von beiden übt nur die letztere ein Bestreben aus, den Körper um die feste Rotationsaxe herumzudrehen. Die Grösse dieses Bestrebens hängt ab sowohl von der Grösse der wirksamen Kraftcomponente, als auch von der Entfernung ihres Angriffspunktes von der Rotationsaxe, d. h. ihrem Hebelarm, als endlich auch von dem Winkel, welchen ihre Richtung mit der Richtung des Hebelarms bildet. Es gelten nun die Sätze: Das Rotationsbestreben einer Kraft ist um so grösser, je grösser die Componente der Kraft, welche senkrecht zur Rotationsaxe gerichtet ist, je grösser der Hebelarm und je grösser der spitze Winkel, welchen die Richtung der wirksamen Kraftcomponente mit der Richtung des Hebelarms bildet, und zwar ist das Rotationsbestreben einfach proportional der Grösse der Kraftcomponente, der Länge des Hebelarms und dem Sinus des Winkels zwischen Hebelarm und Kraftcomponente. Bezeichnet man die Grösse der wirksamen Kraftcomponente mit K, die Länge des Hebelarms mit h und den Winkel zwischen Hebelarm und Kraftcomponente mit α, so ist also das Rotationsbestreben der Kraft

proportional mit der Grösse Kh sin α. Für diesen Ausdruck ist in der Mechanik der Name Rotationsmoment oder Drehungsmoment der Kraft eingeführt. Man hat daher in dem Rotationsmoment einer Kraft ein Maass für das Bestreben derselben, dem Körper eine Winkelbeschleunigung um eine bestimmte Rotationsaxe zu ertheilen.

Es lässt sich nun auf zwei verschiedene Arten eine Anschauung von der Grösse des Rotationsmomentes erlangen.

Einmal kann man fragen, wie gross die Kraft sein müsste, welche am Hebelarm 1 rechtwinklig angreifend dasselbe Rotationsbestreben hervorbringen würde, als die gegebene Kraft bei ihrer Richtung und ihrem Hebelarm. Die Grösse dieser Kraft ist im Allgemeinen von der Grösse der wirksamen Kraftcomponente verschieden; sie ist direct durch Kh sin α ausgedrückt, denn das Rotationsmoment würde in diesem Falle

$$(Kh \sin\alpha) \cdot 1 \cdot \sin 90° = Kh \sin\alpha \ ,$$

also dasselbe wie das der gegebenen Kraft sein. Es ist gebräuchlich, diese Veranschaulichung des Rotationsmomentes direct als Definition desselben gelten zu lassen, obgleich es nicht correct ist, da Kraft und Rotationsmoment verschiedene Dimension besitzen.

Eine zweite, mehr geometrische Art der Veranschaulichung der Grösse des Rotationsmomentes ist die, den Hebelarm anzugeben, an welchem die wirksame Kraftcomponente selbst rechtwinklig angreifen müsste, um dasselbe Rotationsbestreben hervorzubringen, wie bei ihrer Neigung zum thatsächlichen Hebelarm. Diese Strecke nennt man den idealen Hebelarm der Kraft; die Grösse desselben ist durch h sin α gegeben, denn die Kraft K, welche an dem Hebelarm h sin α rechtwinklig angreift, besitzt das Rotationsmoment

$$K \cdot (h \sin\alpha) \cdot \sin 90° = Kh \sin\alpha \ ,$$

d. h. wieder dasselbe wie die Kraft bei ihrem realen Hebelarm und ihrer Richtung zu demselben. Bezeichnet man den idealen Hebelarm mit i, so ist die Grösse des Rotationsmomentes der Kraftcomponente K ausgedrückt durch Ki. Greifen mehrere Kräfte an dem Körper an, so setzen sich die einzelnen Rotationsmomente derselben zu einem resultirenden Rotationsbestreben zusammen.

b. Ebenso, wie das Rotationsbestreben einer Kraft nicht allein von der Grösse derselben, sondern auch von der Lage der Rotationsaxe im Körper abhängt, ist nun der Widerstand, welchen die Gesammtmasse des Körpers dem Bestreben der Kräfte, eine Winkelbeschleunigung hervorzubringen, entgegensetzt, abhängig sowohl von der Grösse der Gesammtmasse des Körpers, als auch von der Lage der Rotationsaxe im Körper. Von vornherein lässt sich wieder sagen, dass der Widerstand des Körpers um so grösser ist, je grösser seine Gesammtmasse ist, und zwar ist derselbe einfach proportional der Grösse der Masse. Um nun auch den Einfluss zu erkennen, welchen die Lage der Rotationsaxe auf den Widerstand ausübt, muss man sich die Masse in eine grosse Anzahl sehr kleiner Massentheilchen zerlegt denken. Dadurch wird aber der Widerstand in ebenso viele kleine Bestandtheile zerlegt. Die einzelnen Beiträge der Massentheilchen zum Gesammtwiderstand sind nun keineswegs gleich gross, selbst wenn man allen Theilchen gleich grosse Masse zuschreiben wollte. Es haben zwar alle Massentheilchen bei der Rotation gleiche Winkelgeschwindigkeit und erhalten daher auch durch drehende Kräfte gleiche Winkelbeschleunigung, die Lineargeschwindigkeiten und Linearbeschleunigungen aber, welche die einzelnen Massentheilchen in einem bestimmten Moment in der Richtung der Tangente ihrer Kreisbahnen besitzen, sind sehr verschieden. Je weiter ein Massentheilchen von der Rotationsaxe entfernt ist, einen um so grösseren Weg muss es während einer Umdrehung zurücklegen, d. h. eine um so grössere Lineargeschwindigkeit muss es in jedem Moment haben. Bei einer Aenderung der Winkelgeschwindigkeit erfahren daher die von der Axe weiter entfernten Massentheilchen eine grössere Aenderung der Lineargeschwindigkeit als die näher an der Axe liegenden und üben daher auch einen grösseren Widerstand gegen die Drehung aus. Der Widerstand eines Massentheilchens ist nun nicht blos einfach proportional mit seiner Entfernung von der Rotationsaxe, sondern proportional dem Quadrate derselben.

Dies kann man sich auf folgende Weise veranschaulichen.

Betrachten wir zwei isolirte Massentheilchen von gleich grosser Masse m, von denen das eine die Entfernung 1, das andere die Entfernung r von der Rotationsaxe besitzt. Auf beide soll je eine Kraft von demselben Rotationsmoment d einwirken. Für das erste Massen-

theilchen können wir die Kraft am Hebelarm 1 rechtwinklig angreifend denken, ihre Grösse ist dann durch d selbst gegeben; für das zweite Massentheilchen soll die Kraft am Hebelarm r rechtwinklig angreifen, die Grösse derselben muss dann $\frac{d}{r}$ sein, damit sie dasselbe Rotationsmoment d ausübt. Da in beiden Fällen die Kraft an der Masse selbst angreift, so ist die Linearbeschleunigung für das erste Massentheilchen $\frac{d}{m}$, für das zweite $\frac{d}{rm}$, d. h. aber die Linearbeschleunigung des Massentheilchens in der Entfernung r ist nur der $r$te Theil der Linearbeschleunigung des Theilchens in der Entfernung 1. Wären beide Linearbeschleunigungen gleich gross, so würden dennoch die Winkelbeschleunigungen verschieden sein, und zwar würde das Massentheilchen in der Entfernung r eine $r$mal so kleine Winkelbeschleunigung besitzen als das andere, weil ja für denselben Winkel die durchlaufenen Bögen auf dem Kreis mit dem Radius r $r$mal so gross sind als auf dem Kreis mit dem Radius 1. Nun ist aber die Linearbeschleunigung des Theilchens in der Entfernung r an und für sich schon kleiner, nämlich $r$mal so klein als die des anderen Theilchens, daher ist die Winkelbeschleunigung desselben sogar rr oder r^2mal so klein als die des Massentheilchens in der Entfernung 1. Da die Rotationsmomente gleich sind, so kann diese Verminderung der Winkelbeschleunigung nur daher rühren, dass das Massentheilchen in der Entfernung r dem Rotationsbestreben der Kraft einen r^2 mal so grossen Widerstand entgegensetzt. Es ist also dieser Widerstand in der That proportional dem Quadrate der Entfernung des Massentheilchens von der Rotationsaxe. Da derselbe ausserdem einfach proportional der Grösse der Masse m des Theilchens ist, so ist der Ausdruck mr^2 ein Maass für den Widerstand, welchen ein Massentheilchen in der Entfernung r von der Rotationsaxe dem Drehungsbestreben einer Kraft entgegensetzt. Um den Gesammtwiderstand T des ganzen Körpers für die betreffende Rotationsaxe zu erhalten, hat man nur diese Ausdrücke mr^2 für sämmtliche Massentheilchen des Körpers zu addiren, so dass also

$$T = \Sigma mr^2$$

oder bei Annahme eines continuirlichen Körpers

$$T = \int r^2 dm \quad \text{oder} \quad \iiint r^2 \mu \, dx \, dy \, dz \quad \text{ist,}$$

wo μ die Dichtigkeit im Punkte x, y, z bedeutet. Für diese Grösse ist von Euler der Name Trägheitsmoment des Körpers in Bezug auf die Rotationsaxe in die Mechanik eingeführt worden. »Man hat also in dem Trägheitsmoment eines Körpers in Bezug auf eine bestimmte Rotationsaxe ein Maass für den Widerstand, welchen der Körper den Bestrebungen von Kräften entgegensetzt, ihn um diese Rotationsaxe herumzudrehen.«

Es lässt sich nun ebenfalls auf zwei Arten eine Anschauung von der Grösse des Trägheitsmomentes erlangen.

Einmal kann man fragen, welche Masse man in der Entfernung 1 von der Rotationsaxe in einem einzigen Punkte anbringen oder auf dem Mantel eines geraden Cylinders, dessen Axe die Rotationsaxe und dessen Radius gleich 1 ist, vertheilen müsste, um denselben Widerstand gegen die Drehung zu bekommen, welchen die Massentheilchen des Körpers bei ihren wirklichen Abständen von der Axe zusammen ausüben. Die Grösse dieser Masse ist im Allgemeinen von der Gesammtmasse des Körpers verschieden; sie ist direct durch Σmr^2 ausgedrückt, denn das Trägheitsmoment derselben ist

$$(\Sigma mr^2) \cdot 1^2 = \Sigma mr^2 ,$$

also dasselbe wie das des Gesammtkörpers.

Es ist nun, ähnlich wie beim Rotationsmoment, gebräuchlich, diese Veranschaulichung des Trägheitsmomentes direct als Definition desselben gelten zu lassen. Auch das ist nicht correct, denn Masse und Trägheitsmoment besitzen ja ebenfalls verschiedene Dimensionen.

Eine zweite, mehr geometrische Art der Veranschaulichung der Grösse des Trägheitsmomentes ist die, die Entfernung anzugeben, in welcher die wirkliche Gesammtmasse des Körpers in einem Punkte angebracht oder auf dem Mantel eines geraden Cylinders vertheilt werden müsste, damit sie denselben Widerstand gegen Rotationsbestrebungen ausübt als die Massentheilchen zusammen bei ihren Entfernungen von der Axe. Diese Entfernung nennt man den Trägheitsradius in Bezug auf die Rotationsaxe; seine Grösse ist durch $\sqrt{\frac{\Sigma mr^2}{\Sigma m}}$ gegeben, denn die Gesammtmasse Σm besitzt,

wenn sie in dieser Entfernung angebracht ist, ein Trägheitsmoment

$$\Sigma m \cdot \left(\sqrt{\frac{\Sigma m r^2}{\Sigma m}}\right)^2 = \Sigma m r^2 ,$$

d. h. wieder dasselbe wie das durch die einzelnen Massentheilchen in ihrer Gesammtheit hervorgebrachte. Bezeichnet man den Trägheitsradius mit $\varkappa$ und die Gesammtmasse Σm kurz mit M, so ist das Trägheitsmoment T ausgedrückt durch

$$T = M\varkappa^2 .$$

Diese letztere Veranschaulichung der Grösse des Trägheitsmomentes durch eine Strecke hat zwar den einen Nachtheil, dass die Strecke nicht proportional dem Trägheitsmoment selbst, sondern nur proportional der Quadratwurzel aus demselben ist, sie hat aber andererseits, ebenso wie die Veranschaulichung des Rotationsmomentes durch den idealen Hebelarm, den Vorzug grösserer Durchsichtigkeit. Aus diesem Grunde werden wir uns in dem Folgenden auch meistens dieser Veranschaulichung bedienen und das Trägheitsmoment eines Körpers als bestimmt ansehen, wenn der Trägheitsradius gefunden ist.

Aus dem Voraufgehenden folgt nun, dass die thatsächlich eintretende Winkelbeschleunigung eines um eine feste Axe drehbaren Körpers direct proportional der Grösse des Rotationsmomentes der angreifenden Kraft und umgekehrt proportional der Grösse des Trägheitsmomentes des Körpers, beide auf die Rotationsaxe bezogen, sein muss. Bezeichnet man die Winkelbeschleunigung mit w, das resultirende Rotationsmoment mit R und das Trägheitsmoment mit T, so besteht demnach bei geeigneter Wahl der Einheiten zwischen diesen drei Grössen die Relation

$$w = \frac{R}{T} \cdot$$

Es spielen also Rotationsmoment und Trägheitsmoment dieselbe Rolle für die Rotation, wie Kraft und Masse für die Translation.

Da alle Bewegungen eines Körpers auf Translationen und Rotationen zurückgeführt werden können, und da ferner für diese Zurückführung im Sinne der Dynamik der Schwerpunkt des Körpers eine hervorragende Bedeutung besitzt, so ist schon daraus ersichtlich, dass die

Bewegung eines Körpers bestimmbar sein wird, wenn sowohl von den bewegenden Kräften: die Grösse, ihre Lage zum Schwerpunkte des Körpers und ihre Rotationsmomente in Bezug auf jede beliebige Axe des Raumes — als auch von dem in Bewegung zu setzenden Körper: die Masse, die Lage seines Schwerpunktes und seine Trägheitsmomente in Bezug auf alle Axen des Raumes bekannt sind.

Ebenso wichtig und nothwendig wie die Bestimmung der Grössen der Kräfte und ihrer Rotationsmomente ist daher die Untersuchung des in Bewegung zu setzenden Körpers in Bezug auf sein Verhalten gegenüber den angreifenden Kräften. Dazu ist aber nur erforderlich die Bestimmung 1) der Masse des Körpers, 2) der Lage seines Schwerpunktes und 3) der Trägheitsmomente desselben in Bezug auf alle Axen des Raumes. Durch diese drei Bestimmungsstücke ist ein Körper im mechanischen Sinne vollständig charakterisirt. Zwei Körper, welche in allen drei übereinstimmen, gelten für die Mechanik geradezu als äquivalent, mögen sie im Uebrigen noch so grosse Verschiedenheiten betreffs der Gestalt, der Zusammensetzung u. s. w. aufweisen.

Für eine Dynamik des menschlichen Körpers ist es daher vor allen Dingen nöthig, für das Object der Bewegung, d. h. also für die einzelnen Abschnitte des menschlichen Körpers, die genannten drei mechanischen Bestimmungsstücke zu ermitteln. Masse und Schwerpunktslage der Theile des menschlichen Körpers sind schon bestimmt worden. Die Trägheitsmomente derselben sind dagegen, so viel uns bekannt, noch niemals einer Untersuchung unterzogen worden.

Wir stellten uns aus diesem Grunde die Aufgabe, zunächst wenigstens für alle grösseren Abschnitte des menschlichen Körpers die Werthe der Trägheitsmomente in Bezug auf alle möglichen Axen des Raumes zu bestimmen.

Experimentelle Bestimmung der Trägheitsmomente der einzelnen Körpertheile für Axen durch den Schwerpunkt senkrecht zur Längsaxe und für die Längsaxe selbst.

Die Grösse eines Trägheitsmomentes kann man im Allgemeinen nicht durch Rechnung finden. Bei homogenen Körpern von geometrisch definirter Form ist es möglich; dann ist die Ermittelung des Trägheitsmomentes eine Aufgabe der Integralrechnung. Auch bei einigen Körpern von ungleicher Dichtigkeit ist die Aufgabe zu lösen, wenn sich nämlich die Dichtigkeit in der Weise ändert, dass der Körper als aus einer stetigen Folge homogener concentrischer Kugelschalen angesehen werden kann. Es lassen sich in diesem Falle, wie Schlömilch gezeigt hat, die Trägheitsmomente von symmetrischen Rotationskörpern auf die von Kugeln und Kugelschalen mit endlicher Dicke zurückführen.

Bei Körpern wie der menschliche kann man dagegen die Grössen der Trägheitsmomente nur auf empirischem Wege ableiten.

Man bestimmt dann gewöhnlich das Trägheitsmoment durch Messung von Schwingungen des an einem elastischen Draht oder an zwei Fäden aufgehängten Körpers. Handelt es sich beispielsweise um die Bestimmung des Trägheitsmomentes eines Magneten, so hängt man denselben so auf, dass er um eine verticale Axe schwingen kann und beobachtet seine Schwingungsdauer τ_1, darauf vergrössert man das Trägheitsmoment um eine bekannte Grösse T' (z. B. durch Anbringung zweier gleich weit von der Drehungsaxe entfernter gleich grosser Massen oder eines zur Drehungsaxe concentrischen Kreisringes von bekannten Dimensionen und bekannter Masse), bringt von Neuem den belasteten Magneten zum Schwingen und beobachtet wieder die Schwingungsdauer τ_2. Aus den drei Grössen τ_1, τ_2 und T' kann man dann ohne weitere Berücksichtigung der Dimensionen des Magneten das Trägheitsmoment ableiten. Es ist nämlich nach den für das physische Pendel geltenden Gesetzen bei gleichen Rotationsmomenten

$$\tau_1^2 : \tau_2^2 = T : (T + T') ,$$

woraus folgt

$$T = T' \frac{\tau_1^2}{\tau_2^2 - \tau_1^2}.$$

Diese Methode, so einfach sie ist und so wenig Rechnung sie erfordert, liess sich aber für die Untersuchung sämmtlicher Körpertheile der Menschen nicht gut anwenden.

Nach einigen Vorversuchen kamen wir für unsere Zwecke auf folgende Versuchsanordnung: Wir verwandelten, wie seinerzeit bei der Bestimmung der Schwerpunktslagen, den Körper durch Gefrierenlassen in eine harte, starre Masse und liessen dann die einzelnen Abschnitte um horizontale Axen durch die Gelenkmittelpunkte wie ein Pendel hin und her schwingen. Bestimmt man ausser der Schwingungsdauer noch das Gewicht und die Entfernung des Schwerpunktes von der Axe, so kann man aus diesen drei Grössen das Trägheitsmoment für diese Axe ableiten, ohne die Schwingungsdauer für das um eine bekannte Grösse vermehrte Trägheitsmoment beobachtet zu haben.

Bezeichnet man mit T das Trägheitsmoment des Körpers in Bezug auf die feste Axe, mit e die Entfernung des Schwerpunktes und mit M die Masse des schwingenden Körpers, so ist die Dauer τ einer einfachen Pendelschwingung nach den Pendelgesetzen:

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{T}{Mge}},$$

wobei g die Beschleunigung der Schwere bedeutet.

Daraus ergibt sich

$$T = \frac{\tau^2 Mge}{\pi^2}.$$

Es gilt nun folgender Satz:

»Die Trägheitsmomente eines Körpers für alle möglichen Axen des Raumes sind bekannt, wenn man die Trägheitsmomente für alle Axen durch den Schwerpunkt kennt.«

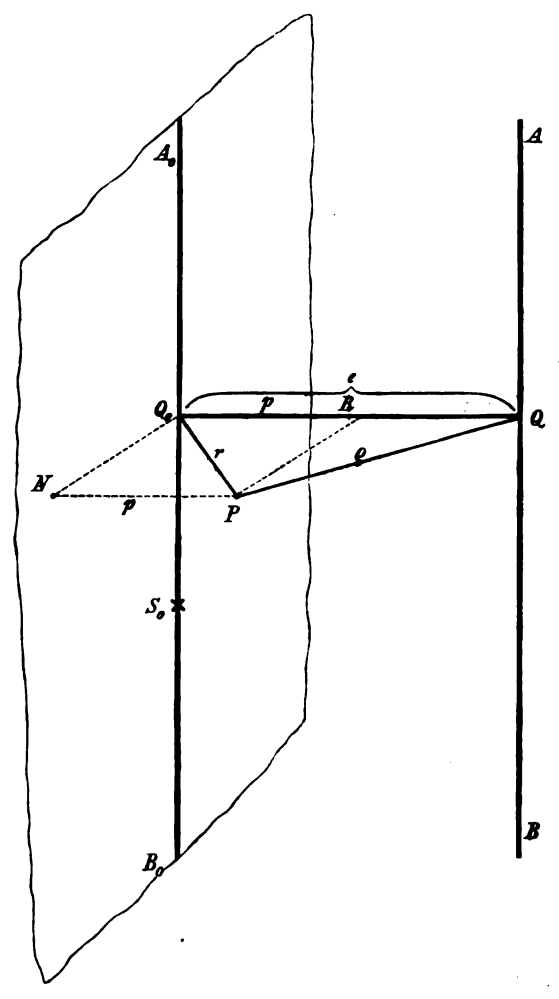
Ist nämlich T_0 das Trägheitsmoment für eine Axe durch den Schwerpunkt des Körpers, so ist das Trägheitsmoment T für eine zu derselben parallele Axe in der Entfernung e

$$T = T_0 + Me^2.$$

Dieser Satz ist leicht einzusehen.

Bezeichnet in nebenstehender Figur 1 $A_0 B_0$ eine Axe durch den Schwerpunkt S_0 des Körpers, AB eine dazu parallele Axe in

der Entfernung e, ist ferner P ein Punkt mit der Masse m, $PQ_0 = r$ seine Entfernung von der Axe $A_0 B_0$ und $PQ = \varrho$ seine Entfernung von der Axe AB, und ist endlich $RQ_0 = PN = p$ die Projection der



Figur 1.

Strecke PQ_0 auf die Linie $Q_0 Q = e$, so findet zwischen den Grössen r, ϱ, p und e die Relation statt

$$\varrho^2 = r^2 + e^2 - 2ep \, .$$

Nun besitzt das Trägheitsmoment des Massenpunktes P in Bezug auf die Axe $A_0 B_0$ den Werth mr^2 und in Bezug auf die Axe AB den Werth $m\varrho^2$. Denkt man sich die Trägheitsmomente sämmtlicher Massenpunkte des Körpers in Bezug auf beide Axen gebildet, so ist

das Gesammtträgheitsmoment in jedem Falle die Summe der Trägheitsmomente der einzelnen Massenpunkte. Bezeichnet man mit T_0 das Trägheitsmoment des ganzen Körpers in Bezug auf die Axe $A_0 B_0$ durch den Schwerpunkt und mit T das Trägheitsmoment in Bezug auf die Axe AB, so ist also

$$T_0 = \Sigma mr^2$$

und

$$T = \Sigma m\varrho^2$$

oder nach der obigen Relation

$$T = \Sigma m\,(r^2 + e^2 - 2ep) \;.$$

Da hierin e eine constante Grösse ist, so kann man den Werth von T auch schreiben

$$T = \Sigma mr^2 + e^2 \cdot \Sigma m - 2e\,\Sigma mp \;.$$

Hierbei ist Σmr^2 das Trägheitsmoment T_0 in Bezug auf die Axe A_0B_0, Σm die Gesammtmasse M des Körpers und Σmp die Summe sämmtlicher Producte der Masse jedes einzelnen Punktes in seinen Abstand von einer festen durch A_0B_0 gehenden Ebene. Da diese Ebene durch den Schwerpunkt geht, so hat diese Summe bekanntlich den Werth 0; denn der Schwerpunkt hat ja eben die Eigenschaft, dass für jede durch ihn hindurchgehende Ebene die Massenvertheilung auf beiden Seiten insofern gleichwerthig ist, als die Summe der Producte der Masse jedes Punktes in seinen Abstand von der Ebene für beide Seiten derselben gleich ist, ihre algebraische Summe also den Werth 0 hat. Es ergibt sich in Folge dessen für T der Werth:

$$T = T_0 + Me^2 \;.$$

Ist $\varkappa_0$ der Trägheitsradius für die Axe durch den Schwerpunkt, so kann man auch schreiben

$$T_0 = M\varkappa_0^2$$

und in Folge dessen

$$T = M\,(\varkappa_0^2 + e^2) \;.$$

Setzt man diesen Werth in die obige Formel zur Bestimmung von T ein, so erhält man eine Gleichung zur Bestimmung des Trägheitsradius $\varkappa_0$ für die zur Schwingungsaxe parallele Axe durch den Schwerpunkt, nämlich

$$M(\varkappa_0^2 + e^2) = \frac{\tau^2 Mge}{\pi^2},$$

woraus folgt:

$$\varkappa_0 = \frac{1}{\pi}\sqrt{(g\tau^2 - \pi^2 e)\,e}\,.$$

Es ist also nöthig, die Schwingungsdauer τ und die Entfernung e der Schwingungsaxe vom Schwerpunkt experimentell zu bestimmen, um den Trägheitsradius $\varkappa_0$ für die zur Schwingungsaxe parallele Axe durch den Schwerpunkt berechnen zu können. Die Grösse der Masse M ist dazu nicht erforderlich, wohl ist sie aber nöthig zur Bestimmung des Trägheitsmomentes selbst.

Man kann nun die directe Messung der Entfernung e, welche immer mit einer Ungenauigkeit behaftet ist, weil der Schwerpunkt gewöhnlich im Innern des betreffenden Körpertheils liegt, umgehen, wenn man den Körper nicht blos um eine Axe pendeln lässt, sondern um zwei zu einander parallele, deren Ebene den Schwerpunkt enthält.

Ist τ_1 die Schwingungsdauer für die eine Axe, e_1 deren Entfernung vom Schwerpunkt, sind ferner τ_2 und e_2 die entsprechenden Grössen für die andere Axe, so hat man

$$\tau_1 = \pi\sqrt{\frac{\varkappa_0^2 + e_1^2}{g e_1}}$$

$$\tau_2 = \pi\sqrt{\frac{\varkappa_0^2 + e_2^2}{g e_2}}$$

$$e_1 + e_2 = l\,,$$

wenn man unter l den Abstand der beiden Axen von einander versteht.

Aus diesen drei Gleichungen erhält man dann

$$e_1 = \frac{(\pi^2 l - g\tau_2^2)\,l}{2\pi^2 l - g(\tau_1^2 + \tau_2^2)}$$

$$e_2 = \frac{(\pi^2 l - g\tau_1^2)\,l}{2\pi^2 l - g(\tau_2^2 + \tau_1^2)}$$

und daraus unter Benutzung je eines dieser Werthe

$$\varkappa_0 = \frac{1}{\pi} \sqrt{(g\tau_1^2 - \pi^2 e_1)\, e_1}$$

und

$$\varkappa_0 = \frac{1}{\pi} \sqrt{(g\tau_2^2 - \pi^2 e_2)\, e_2}\,,$$

wodurch man zugleich eine Controle für die Rechnung ausüben kann.

Da man nun die Dauer der Pendelschwingungen ziemlich genau messen kann, indem man die Dauer einer sehr grossen Zahl von Schwingungen mit kleiner Amplitude beobachtet, so hat man darin ein Mittel, den Trägheitsradius mit der Genauigkeit zu bestimmen, welche bei der Genauigkeit, mit welcher man die Entfernung l der beiden Axen gemessen hat, überhaupt berechtigt ist, und man kann auch gleichzeitig die experimentell bestimmte Lage des Schwerpunktes controliren.

Bei unserer ersten Versuchsreihe haben wir nun zunächst im Allgemeinen nicht um zwei Axen pendeln lassen, sondern uns mit der directen Messung der Schwerpunktslage begnügt.

I. Versuchsreihe: Ein normalgebauter, muskelkräftiger Leichnam (Selbstmörder) wurde durch Frierenlassen in eine starre Masse verwandelt. Nach dem Zerschneiden an den Gelenken in die einzelnen Abschnitte wurde jedesmal das Gewicht und die Entfernung des Schwerpunktes des betreffenden Körpertheiles von den begrenzenden Gelenken bestimmt. Darauf wurde die Dauer von einfachen Pendelschwingungen um Axen durch die Gelenkmittelpunkte bestimmt, deren Richtungen aus den Bemerkungen zu der nachfolgenden Tabelle hervorgehen. In dieser Tabelle finden sich die Resultate aller directen Messungen eingetragen.

Tabelle der für die Berechnung der Trägheitsmomente erforderlichen Grössen.

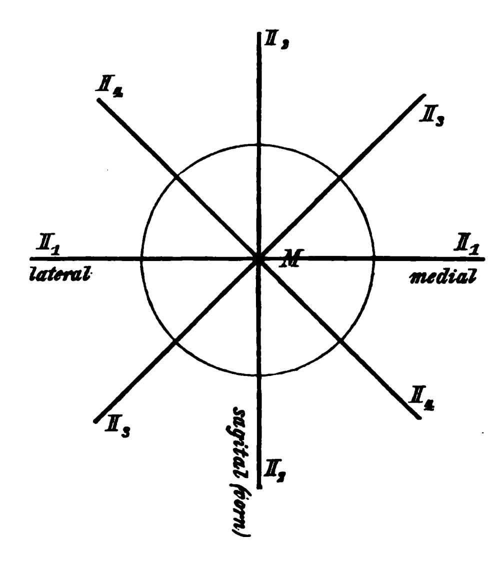
(I. Versuchsreihe.)

Körpertheile		Gewicht (in Gramm)	Länge (in Centimetern)	Entfernung des Schwerpunktes		Dauer τ einer einfachen Pendelschwingung mit kleiner Amplitude, durch Beobachtung von 100 Schwingungen gemessen (in Secunden)						
				von oben e_1	von unten e_2	1	2	3	4	5	6	7
I. Rumpf + Kopf		28450	78,0	45,0	33,0	0.658	—	—	—	—	—	—
II. Ganze untere Extremität	r	10160	87,0	35,0	52,0	0,714	0,705	0,690	0,680	—	—	—
	l	10680	87,0	35,0	52,0	0,708	0,714	0,716	0,690	—	—	—
III. Oberschenkel	r	6450	40,0	17,5	22,5	0,488	0,484	0,490	0,488	0,522	0,352	0,366
	l	6990	40,0	16,5	23,5	0,488	0,496	0,488	0,500	0,534	0,346	0,364
IV. Unterschenkel + Fuss .	r	3680	47,0	25,0	22,0	0,586	—	—	—	—	—	—
	l	3670	47,0	25,0	22,0	0,584	—	—	—	—	—	—
V. Unterschenkel	r	2680	39,0	16,5	22,5	0,474	0,518	—	—	—	—	—
	l	2660	39,0	16,0	23,0	0,474	0,518	—	—	—	—	—
VI. Fuss	r	990	20,0	6,0	14,0	0,346	—	—	—	—	—	—
	l	1000	20,0	6,0	14,0	0,354	—	—	—	—	—	—
VII. Ganze obere Extremität .	r	3160	65,0	26,0	39,0	0,616	0,620	0,616	0,606	—	—	—
	l	3290	64,0	26,5	37,5	0,622	0,622	0,622	0,614	—	—	—
VIII. Oberarm	r	1710	28,5	13,0	15,5	0,424	0,426	0,424	0,416	0,436	0,246	0,280
	l	1850	29,5	13,5	16,0	0,430	0,410	0,426	0,426	0,448	0,260	0,268
IX. Unterarm + Hand . . .	r	1440	37,0	17,0	20,0	0,474	—	—	—	—	—	—
	l	1420	36,0	16,5	19,5	0,476	—	—	—	—	—	—
Ganzer Körper		58500	165,0									

Dabei hatten die durch die Gelenkmittelpunkte gehenden Axen, welche für jeden Körpertheil von 1 ab numerirt sind (z. B. für den Oberschenkel und für den Oberarm von 1 bis 7) folgende Richtung: (Die römische Zahl drückt den Körpertheil und der angehängte Index die Nummer der Axe aus.)

I_1 Verbindungslinie der beiden Hüftgelenkmittelpunkte.

II_1 bis II_4 Axen durch den Mittelpunkt des Hüftgelenks in der zur Längsaxe des Oberschenkels senkrechten Ebene. Ihre Richtung geht aus der beistehenden schematischen Fig. 2 eines Horizontal-



Figur 2. Horizontalschnitt durch die Mitte des Hüftgelenks. *M* Mittelpunkt. (Von oben gesehen.)

durchschnittes für das rechte Hüftgelenk hervor. Für das linke Hüftgelenk lagen die vier Axen symmetrisch.

III_1 bis III_4 genau dieselben Axen wie II_1 bis II_4.

III_5 Knieaxe.

III_6 Axe nahezu parallel der Längsaxe des Oberschenkels. Als Entfernung derselben vom Schwerpunkt des Oberschenkels hatte sich ergeben rechts 10,0 cm, links 8,5 cm. Doch sind diese Messungen nicht ganz sicher, da bei der Aufhängung des Gliedes die Entfernung des Schwerpunktes sich etwas änderte.

III_7 ebenfalls Axe annähernd parallel der Längsaxe des Oberschenkels. Entfernung des Schwerpunktes des Oberschenkels von der Axe rechts ungefähr 9,5 cm, links ungefähr 10,0 cm.

IV_1 Knieaxe.

V_1 Knieaxe.

V_2 Axe des ersten Fussgelenks.

VI_1 Axe des ersten Fussgelenks.

VII_1 bis VII_4 Axen durch das Schultergelenk in einer zur Längsaxe des Oberarms senkrechten Ebene. Ihre Richtungen entsprechen genau den bezüglichen Axen II_1 bis II_4 durch das Hüftgelenk.

VIII_1 bis VIII_4 dieselben Axen wie VII_1 bis VII_4.

VIII_6 Axe nahezu parallel der Längsaxe des Oberarms. Die Entfernung derselben vom Schwerpunkt des Oberarms betrug rechts nahezu 6,0 cm, links 5,5 cm. Doch sind diese Messungen ebenso unsicher wie die bei den Axen III_6 und III_7.

VIII_7 ebenfalls Axe annähernd parallel der Längsaxe des Oberarms. Entfernung derselben vom Schwerpunkt des Oberarms rechts ungefähr 5,5 cm, links ungefähr 4,5 cm.

IX_1 Ellbogenaxe.

Zunächst empfiehlt es sich, in allen den Fällen, bei denen die Schwingungsdauern um zwei parallele Axen, deren Ebene den Schwerpunkt enthält, bestimmt worden sind, die Formeln auf S. 19 zu verwenden, um die Abstände e_1 und e_2 des Schwerpunktes von den benachbarten Gelenkmittelpunkten zu berechnen und dadurch die direct gemessenen Werthe zu controliren.

Diese Fälle beziehen sich auf den Oberschenkel, Oberarm und Unterschenkel. Bei den beiden ersten sind die Axen Nr. 1 und 5, beim letzten die Axen Nr. 1 und 2 mit grosser Annäherung parallel, und der Schwerpunkt liegt nach unseren früheren Untersuchungen in der Verbindungslinie der Mittelpunkte der beiden das Glied begrenzenden Gelenke, also auch in der Ebene, die durch die beiden parallelen Axen bestimmt ist.

Es ist nach der Tabelle auf S. 21 für den rechten Oberschenkel

$$\tau_1 = 0{,}488$$
$$\tau_2 = 0{,}522$$
$$l = 40{,}0\,.$$

Daraus ergibt sich unter Benutzung des Werthes 980,8[1]) für die Schwerebeschleunigung als Werth von e_1 17,7 cm, während die directe Messung 17,5 cm ergeben hatte.

Für den linken Oberschenkel ist

$$\tau_1 = 0{,}488$$
$$\tau_2 = 0{,}534$$
$$l = 40{,}0\,,$$

woraus durch die Rechnung folgt: $e_1 = 16{,}7$ cm, während der direct gemessene Werth 16,5 cm war.

Für den rechten Oberarm hat man

$$\tau_1 = 0{,}424$$
$$\tau_2 = 0{,}436$$
$$l = 28{,}5\,,$$

woraus folgt $e_1 = 13{,}5$ cm. Die directe Messung hatte 13,0 cm ergeben.

Für den linken Oberarm ist gefunden worden

$$\tau_1 = 0{,}430$$
$$\tau_2 = 0{,}448$$
$$l = 29{,}5\,,$$

woraus man berechnet $e_1 = 13{,}6$ cm, während durch directe Messung sich 13,5 cm ergeben hatte.

Für den rechten und linken Unterschenkel ist übereinstimmend gefunden worden

$$\tau_1 = 0{,}474$$
$$\tau_2 = 0{,}518$$
$$l = 39{,}0\,;$$

daraus folgt durch Rechnung $e_1 = 16{,}6$ cm, während die directe

1) Dieser Werth gilt zwar nur für den Breitengrad von Paris, seine Abweichung von dem für Leipzig geltenden Werthe ist aber nicht so gross, als dass sie auf die bei dieser ersten Versuchsreihe erreichbare Genauigkeit Einfluss haben könnte. Bei der späteren Versuchsreihe ist der genauere Werth für Leipzig zur Anwendung gekommen (vgl. S. 46).

Messung für den rechten Unterschenkel 16,5 cm und für den linken 16,0 cm ergeben hatte.

Man sieht also, dass die berechneten Schwerpunktsentfernungen in diesen sechs Beispielen so gut mit den direct gemessenen übereinstimmen, als überhaupt bei der Genauigkeit, mit der sich diese Entfernungen direct messen liessen, möglich war. Man hat daher in der doppelten Beobachtung der Schwingungsdauer für zwei parallele Axen, in deren Ebene der Schwerpunkt liegt, eine andere, und wie man mit Sicherheit voraussagen kann, genauere Methode der Bestimmung der Lage des Schwerpunktes, als die früher von uns angewendete; denn die dabei benutzte directe Messung der Entfernung der beiden Axen von einander lässt sich mit grösserer Genauigkeit ausführen, als die directe Messung der Entfernung des im Innern des Gliedes befindlichen Schwerpunktes von einer der beiden Axen.

Unter Anwendung der Formeln auf S. 19 zur Berechnung von x_0 erhält man aus den Befunden der Tabelle auf S. 21 die Werthe für den Trägheitsradius und das Trägheitsmoment in Bezug auf Axen durch den Schwerpunkt eines Gliedes, welche in der Tabelle auf S. 27 niedergelegt sind.

Es sind dabei nur die Trägheitsradien berechnet worden, welche zu der frontalen, zur Längsaxe senkrechten Axe durch den Schwerpunkt des ganzen Beins, des Oberschenkels, des ganzen Armes und des Oberarmes gehören, und nicht auch die, welche den anderen in der Tabelle auf S. 21 mit Nr. 2, 3 und 4 bezeichneten Axen entsprechen. Aus den Werthen der Schwingungsdauer τ für die vier mit Nr. 1 bis 4 bezeichneten verschiedenen Axen der oben angegebenen Glieder und Gliedersysteme ergibt sich nämlich, dass die Trägheitsradien in Bezug auf diese vier Axen mit grosser Annäherung gleich gross sind. Denn die Schwingungsdauern zeigen nur sehr geringe Grössenunterschiede, und diese Differenzen haben für die rechte und linke Extremität keineswegs denselben Richtungssinn. Man kann dieselben daher nicht auf eine gesetzmässige Aenderung des Trägheitsmomentes zurückführen, sondern muss sie den Fehlerquellen zuschreiben, welche einestheils in dem Abtrennen der einzelnen Gliedmaassen, andererseits in der Art der Anbringung der Axen liegen mögen. Es gilt daher mit grosser Annäherung der Satz:

»Bei den ganzen Extremitäten sowohl, als ihren Theilen sind die Trägheitsmomente in Bezug auf vier, und infolgedessen, wie später abgeleitet wird (vgl. S. 67 und 68), in Bezug auf alle Axen durch den Schwerpunkt, welche auf der Längsaxe des Gliedes senkrecht stehen, gleich gross.«

Anders verhält es sich mit dem Trägheitsmoment in Bezug auf die Längsaxe des Gliedes selbst. Für diese wird es kleiner sein als für die anderen Axen. Das geht schon aus dem Umstande hervor, dass die Masse des Gliedes viel dichter um die Längsaxe gelagert ist als um irgend eine andere Axe.

Die Bestimmung des Trägheitsradius für die Längsaxe war bei dieser unserer ersten Versuchsreihe infolge der dabei verwendeten Methode der Anbringung der Axen weniger genau, weil, wie schon oben erwähnt wurde, einerseits die Messung der Entfernung der Axen vom Schwerpunkt sehr unsicher war, und weil andererseits gerade hier in der grossen Nähe des Schwerpunktes ein kleiner Fehler in der Messung der Schwerpunktsentfernung einen viel grösseren Einfluss auf die Genauigkeit des Resultates ausübt, als bei Axen in grösserem Abstand vom Schwerpunkt. Aus diesem Grunde haben wir schon in jedem Falle zwei Messungen um verschiedene Axen ausgeführt und aus den Resultaten das Mittel gezogen. Eine nicht zu unterschätzende Fehlerquelle lag auch darin, dass es nicht möglich war, die Axen, welche in den schon etwas aufgethauten Weichtheilen befestigt wurden, während der Schwingung parallel der Längsaxe zu halten. Trotzdem also diesen Bestimmungen des Trägheitsmomentes in Bezug auf die Längsaxe des Gliedes kein grosser Werth beigelegt werden kann, so sind die gefundenen Grössen doch mit in die folgende Tabelle eingetragen worden, weil sie wenigstens einen vorläufigen, orientirenden Ueberblick gewähren.

Die Trägheitsradien und Trägheitsmomente für Axen durch den Schwerpunkt eines Körperabschnittes.

(I. Versuchsreihe.)

Körpertheile		Masse (g)	Länge l (cm)	Entfernung des Schwerpunktes von oben e_1 (cm)	von unten e_2 (cm)	Trägheitsradius $\varkappa$ und Trägheitsmoment $T = m\varkappa^2$ für Axen durch den Schwerpunkt. Axe senkrecht zur Längsaxe des Gliedes $\varkappa_0$ (cm)	$T = m\varkappa_0^2$ (cm²·g)	Längsaxe des Gliedes $\varkappa_0$ (cm)	$T = m\varkappa_0^2$ (cm²·g)
Rumpf + Kopf		28450	78,0	45,0	33,0	18,2	9417000	—	—
Oberarm	r	1710	28,5	13,5	15,0	7,7	101000	1,8 (?)	—
	l	1850	29,4	13,6	15,9	8,1	121000	3,1	18000
Unterarm + Hand	r	1440	37,0	17,0	20,0	9,5	130000	—	—
	l	1420	36,0	16,5	19,5	10,0	142000	—	—
Oberschenkel	r	6450	40,0	17,7	22,3	10,3	684000	5,4	19000
	l	6990	40,0	16,7	23,3	10,8	818000	5,5	21000
Unterschenkel + Fuss	r	3680	47,0	25,0	22,0	15,1	839000	—	—
	l	3670	47,0	25,0	22,0	14,9	814000	—	—
Unterschenkel	r	2680	39,0	16,5	22,5	9,8	257000	—	—
	l	2660	39,0	16,0	23,0	10,1	271000	—	—
Fuss	r	990	20,0	6,0	14,0	6,0	36000	—	—
	l	1000	20,0	6,0	14,0	6,2	38000	—	—
Ganzer Körper		58500	165,0						

Diese Werthe genügen, um, wie später erläutert wird, die Trägheitsradien und Trägheitsmomente für jede beliebige Axe durch den Schwerpunkt abzuleiten.

Berechnet man das Verhältniss zwischen dem Trägheitsradius $\varkappa_0$ für Axen senkrecht der Längsaxe des Gliedes und der Länge l eines jeden Körpertheils, also den Werth des Quotienten $\frac{\varkappa_0}{l}$, so ergibt sich aus den Zahlen der sechsten und dritten Spalte:

		$\frac{\varkappa_0}{l}$
für Rumpf + Kopf .		0,23
Oberarm	r:	0,27
	l:	0,27
Unterarm + Hand . .	r:	0,26
	l:	0,28
Oberschenkel	r:	0,26
	l:	0,27
Unterschenkel + Fuss	r:	0,32
	l:	0,32
Unterschenkel . . .	r:	0,25
	l:	0,26
Fuss	r:	0,30
	l:	0,31

Es zeigt sich also, dass dieses Verhältniss nahezu denselben Werth für alle Körpertheile besitzt.

Als Mittelwerth desselben, sowohl mit als auch ohne Benutzung des Systems »Rumpf + Kopf« ergibt sich 0,28

Da sowohl für die ganzen Extremitäten als auch für die einzelnen Abschnitte derselben die Werthe von $\varkappa_0$ berechnet worden sind, so hat man darin eine Controle für die Messungen, dass man aus den Trägheitsmomenten der Theile das der ganzen Extremität ableitet.

Hat man zwei durch ein Gelenk mit einander verbundene Glieder, wie z. B. (Fig. 3) Oberschenkel einerseits und das System »Unterschenkel + Fuss« andererseits (wobei Unterschenkel und Fuss als eine einzige starre Masse betrachtet werden soll), bedeuten m_1, m_2 die Massen, $\varkappa_1$, $\varkappa_2$ die Trägheitsradien für Axen durch die Schwerpunkte S_1, S_2 der beiden Glieder, welche mit der Gelenkaxe (Knieaxe) parallel laufen, und bedeuten endlich s_1, s_2 die Abstände der beiden Schwerpunkte S_1, S_2 von der Gelenkaxe K, so gilt zunächst für die Entfernung d der beiden Schwerpunkte die Bestimmungsgleichung

$$d_2 = s_1^2 + s_2^2 - 2 s_1 s_2 \cos \omega ,$$

wo ω den Winkel zwischen den beiden Strahlen vom Gelenkmittelpunkte K nach den Schwerpunkten S_1, S_2, d. h. also den Beugungswinkel bedeutet. Der Gesammtschwerpunkt S_0 liegt bekanntlich auf der Verbindungslinie $S_1\ S_2$ und theilt dieselbe im umgekehrten Verhältniss der beiden Massen. Es ist demnach seine Entfernung vom Schwerpunkte S_1 gleich $\frac{m_2}{m_1 + m_2} d$ und seine Entfernung vom Schwerpunkte S_2 gleich $\frac{m_1}{m_1 + m_2} d$.

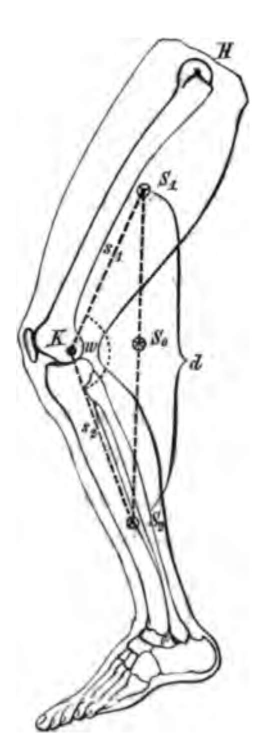
Nach dem auf S. 18 angeführten Satze ist dann unter der Voraussetzung, dass die Gelenkaxe senkrecht zu der Ebene der drei Punkte S_1, K, S_2 steht, das Trägheitsmoment des Oberschenkels allein in Bezug auf die durch S_0 gehende, ebenfalls der Gelenkaxe parallele Axe

$$m_1 \left[\varkappa_1^2 + \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2} d \right)^2 \right]$$

und das Trägheitsmoment des Systems »Unterschenkel + Fuss« in Bezug auf die Axe durch S_0

$$m_2 \left[\varkappa_2^2 + \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} d \right)^2 \right].$$

Bezeichnet man mit $\varkappa_0$ den Trägheitsradius für die ganze Extremität in Bezug auf die durch den Gesammtschwerpunkt S_0 gehende und zur Gelenkaxe parallele Axe, so dass also das Trägheitsmoment der ganzen Extremität ausgedrückt wird durch $(m_1 + m_2)\varkappa_0^2$, so hat man die Relation:



Figur 3.

$$(m_1 + m_2)\varkappa_0^2 = m_1 \left[\varkappa_1^2 + \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2} d \right)^2 \right] + m_2 \left[\varkappa_2^2 + \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} d \right)^2 \right],$$

denn das Trägheitsmoment eines Systems von Körpern ist gleich der Summe der Trägheitsmomente der einzelnen Körper in Bezug auf dieselbe Axe.

Bei einiger Umformung erhält man daraus

$$(m_1 + m_2)\varkappa_0^2 = m_1 \varkappa_1^2 + m_2 \varkappa_2^2 + \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} d^2 ,$$

d. h. aber:

»Das Trägheitsmoment eines Systems von zwei Körpern in Bezug auf eine beliebige Axe durch den Gesammtschwerpunkt ist gleich der Summe der Trägheitsmomente der beiden Theile in Bezug auf die durch die Einzelschwerpunkte gehenden parallelen Axen, vermehrt um das Product aus der Masse $\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ in das Quadrat der Entfernung der Einzelschwerpunkte von einander.«

Daraus geht hervor, dass das Trägheitsmoment eines Systems von Körpern für eine Axe durch den Gesammtschwerpunkt immer grösser ist als die Summe der Trägheitsmomente der einzelnen Theile für die parallelen Axen durch die Einzelschwerpunkte.

Wenn man in die Relation auf S. 29 den Werth für d^2 einsetzt, so folgt daraus:

$$(m_1 + m_2)\varkappa_0^2 = m_1 \varkappa_1^2 + m_2 \varkappa_2^2 + \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\left(s_1^2 + s_2^2 - 2 s_1 s_2 \cos\omega\right),$$

eine Relation, welche mit Ausnahme von $\varkappa_0$ und ω lauter constante Grössen enthält. Man kann sie daher zur Berechnung des Trägheitsradius und Trägheitsmomentes der ganzen Extremität für jede beliebige Beugestellung verwenden. Es ergibt sich

$$\varkappa_0 = \sqrt{\frac{m_1}{m_1 + m_2}\varkappa_1^2 + \frac{m_2}{m_1 + m_2}\varkappa_2^2 + \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}\left(s_1^2 + s_2^2 - 2 s_1 s_2 \cos\omega\right)}\,.$$

Während der Schwingungen der ganzen unteren als auch der oberen Extremitäten war das Kniegelenk, bezüglich Ellbogengelenk, nahezu gestreckt. Der Winkel ω hatte also in diesen Fällen annähernd den Werth von 180°. Da $\cos 180° = -1$, so geht für diese Fälle die Formel zur Berechnung von $\varkappa_0$ über in

$$\varkappa_0 = \sqrt{\frac{m_1}{m_1 + m_2}\varkappa_1^2 + \frac{m_1}{m_1 + m_2}\varkappa_2^2 + \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}(s_1 + s_2)^2}\,.$$

Für die rechte untere Extremität ist

$$m_1 = 6450 \qquad m_2 = 3680$$
$$\varkappa_1 = 10{,}3 \qquad \varkappa_2 = 15{,}1$$
$$s_1 = 22{,}3 \qquad s_2 = 25{,}0$$

Daraus folgt $\varkappa_0 = 25,6$ cm. Aus den Werthen für die Schwingungsdauer τ und den Schwerpunktsabstand e der ganzen Extremität

$$\tau = 0,714 \quad \text{und} \quad e = 35,0 \quad \text{(Tabelle auf S. 21)}$$

folgt dagegen nach der Formel auf S. 19 der Werth $\varkappa_0 = 23,4$ cm. Es ist also ein Unterschied von über 2 cm vorhanden zwischen dem Werthe des Trägheitsradius, welcher aus der directen Messung der Schwingungsdauer der ganzen Extremität gewonnen und dem Werthe, welcher aus den Trägheitsmomenten der beiden Gliederabschnitte berechnet wurde.

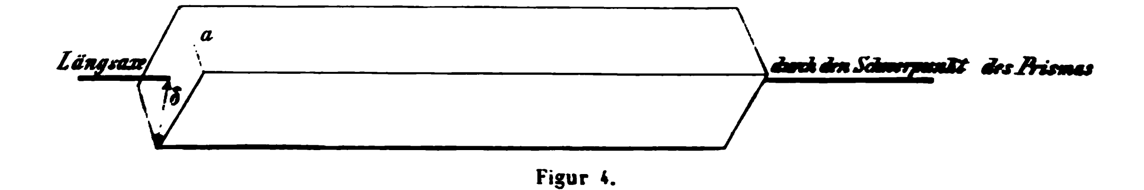
Wenn auch dieser Unterschied nicht sehr gross ist, so stand doch zu erwarten, dass man eine bei Weitem grössere Uebereinstimmung erzielen würde, wenn man die hauptsächlichste Fehlerquelle bei unserer ersten Versuchsreihe, nämlich die Reibung, so weit als möglich eliminirte.

Um nicht fremdes Trägheitsmoment hereinzubringen, hatten wir bei allen bisher beschriebenen Versuchen die Axe, welche entweder aus einer Stahlnadel oder aus zwei sich gegenüberstehenden Stahlspitzen gebildet war, mit der Umgebung fest verbunden. In Folge dessen musste sich das Glied bei seinen Schwingungen um diese feste Stahlaxe herumdrehen. Es ist ersichtlich, dass dabei die Reibung zwischen den Geweben des schwingenden Gliedes und der Stahlaxe einen ziemlichen Einfluss auf die Schwingungsdauer ausüben musste, und dass dadurch die Resultate getrübt wurden.

II. Versuchsreihe. Wir haben uns bei einer zweiten Versuchsreihe von dieser Fehlerquelle dadurch unabhängig gemacht, dass wir die Stahlaxe fest mit dem schwingenden Körper verbanden. Zu diesem Zwecke war es nöthig, die Stäbe dicker zu nehmen und nicht mit rundem Querschnitt, sondern mit quadratischem. Dadurch wurde erst eine unverrückbare Befestigung der Stahlaxe in dem Gliede möglich. Die Kante des Stahlstabes, welche dem Schwerpunkte des Gliedes am nächsten lag, wurde als Schwingungsaxe benutzt, indem man sie an zwei Stellen auf senkrecht zu ihr gerichtete Glasstäbchen mit kleinem Durchmesser auflegte. Dadurch war die Reibung beim Schwingen auf ein Minimum herabgedrückt. Es zeigte sich nämlich, dass ein einmal in Schwingung versetztes Glied stundenlang im Schwingen verharrte.

Um die Entfernung des Schwerpunktes von der Schwingungsaxe genauer zu bekommen, als es durch directe Messung möglich ist, haben wir bei dieser zweiten Versuchsreihe in allen Fällen um zwei parallele Axen pendeln lassen, deren gemeinsame Ebene den Schwerpunkt enthielt. Die beiden Stahlstäbe wurden, mit wenig Ausnahmen, vor der Schwingungsbeobachtung fest mit dem Körpertheil verbunden und blieben beide während des Schwingens im Glied. Das hatte einerseits den Vortheil, dass man sie genauer einander parallel richten und die Unverrückbarkeit ihrer Lage zu einander und zum Glied controliren konnte, und dass man ausserdem ihren Abstand viel genauer messen konnte, als es bei der ersten Versuchsreihe der Fall war. Diese Anordnung des Versuchs hatte aber andererseits den Nachtheil, dass die Trägheitsmomente der beiden Stäbe die Schwingungsdauer beeinflussten, und dass infolgedessen die Berechnung des Trägheitsradius, welche natürlich diese nicht zum Gliede gehörenden Trägheitsmomente wieder eliminiren musste, unbequemer wurde. Dieser Nachtheil konnte uns aber nicht dazu veranlassen, den Vortheil preiszugeben, welchen wir betreffs der Genauigkeit der Resultate durch diese wesentlich veränderte Versuchsanordnung erhoffen durften.

Die jetzt nöthigen Formeln leitet man auf folgende Weise ab.



Figur 4.

Nebenstehende Figur 4 stelle ein solches Stahlprisma dar, dessen Länge in Wirklichkeit natürlich grösser im Verhältniss zur Dicke war als es die Figur zeigt. Der Querschnitt des Prismas sei ein Quadrat mit der Seitenlänge a, die Masse sei μ. Dann ist das Trägheitsmoment desselben in Bezug auf die durch den Schwerpunkt gehende Längsaxe bei Annahme vollständiger Homogeneität bekanntlich $\mu \frac{a^2}{6}$ oder, wenn man an Stelle von a die halbe Länge δ der Diagonale des Quadrats einführt: $\mu \frac{\delta^2}{3}$, weil, wie leicht ersichtlich $a^2 = 2\delta^2$ ist.

Bezeichnet ferner in untenstehender Figur 5 S den Schwerpunkt eines Gliedes allein (ohne Berücksichtigung der Schwere der Stahlstäbe), ε_1, ε_2 die Entfernungen desselben von den ihm zunächst liegenden Kanten A_1, A_2 der beiden Stahlstäbe, welche als Schwingungsaxen benutzt werden (in der Figur die stark gezeichneten Kanten), und liegt der Schwerpunkt S genau in der durch die beiden parallelen Axen A_1, A_2 bestimmten Ebene, so muss, wenn die Entfernung dieser beiden Axen λ ist,

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \lambda \text{ sein.}$$

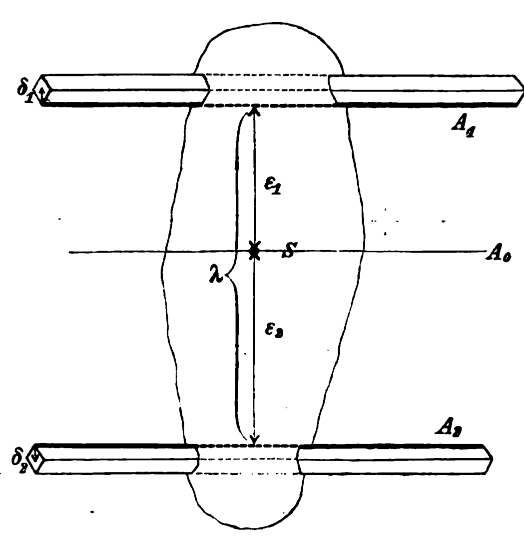


Fig. 5.

Bezeichnet ferner

m die Masse des Gliedes (ohne die Stahlstäbe),

$\varkappa_0$ den Trägheitsradius des Gliedes allein in Bezug auf die durch den Schwerpunkt S gehende und zu A_1, A_2 parallele Axe A_0,

μ_1 die Masse des Stahlstabes mit der Axe A_1,

δ_1 die halbe Diagonale seines Querschnitts,

μ_2 die Masse des anderen Stahlstabes mit der Axe A_2,

δ_2 die halbe Diagonale seines Querschnitts,

τ_1 die Schwingungsdauer des Massensystems (Glied und Stahlstäbe zusammen) für die Schwingungsaxe A_1 bei kleiner Schwingungsamplitude,

τ_2 die entsprechende Schwingungsdauer für die Axe A_2,

g die Beschleunigung der Schwere,

so ist zunächst in Bezug auf die Axe A_1:

das Trägheitsmoment des Gliedes allein

$$m(x_0^2 + \varepsilon_1^2),$$

das Trägheitsmoment des oberen Stahlstabes

$$\mu_1\left(\frac{\delta_1^2}{3} + \delta_1^2\right) = \tfrac{4}{3}\mu_1\delta_1^2,$$

das Trägheitsmoment des unteren Stahlstabes

$$\mu_2\left(\frac{\delta_2^2}{3} + (\lambda + \delta_2)^2\right) = \tfrac{1}{3}\mu_2[\delta_2^2 + 3(\lambda + \delta_2)^2],$$

und in Bezug auf die Axe A_2:

das Trägheitsmoment des Gliedes allein

$$m(x_0^2 + \varepsilon_2^2),$$

das Trägheitsmoment des oberen Stahlstabes

$$\mu_1\left(\frac{\delta_1^2}{3} + (\lambda + \delta_1)^2\right) = \tfrac{1}{3}\mu_1[\delta_1^2 + 3(\lambda + \delta_1)^2],$$

das Trägheitsmoment des unteren Stahlstabes

$$\mu_2\left(\frac{\delta_2^2}{3} + \delta_2^2\right) = \tfrac{4}{3}\mu_2\delta_2^2.$$

Daraus folgt nach den Pendelgesetzen:

$$\tau_1 = \pi\sqrt{\frac{m(x_0^2 + \varepsilon_1^2) + \tfrac{4}{3}\mu_1\delta_1^2 + \tfrac{1}{3}\mu_2[\delta_2^2 + 3(\lambda + \delta_2)^2]}{g[m\varepsilon_1 + \mu_1\delta_1 + \mu_2(\lambda + \delta_2)]}}$$

$$\tau_2 = \pi\sqrt{\frac{m(x_0^2 + \varepsilon_2^2) + \tfrac{1}{3}\mu_1[\delta_1^2 + 3(\lambda + \delta_1)^2] + \tfrac{4}{3}\mu_2\delta_2^2}{g[m\varepsilon_2 + \mu_1(\lambda + \delta_1) + \mu_2\delta_2]}},$$

denn die Schwingungsdauer eines physischen Pendels ist unter Voraussetzung sehr kleiner Schwingungsamplitude gleich $\pi\sqrt{\frac{T}{gD}}$, wo T die Summe sämmtlicher Trägheitsmomente und D die Summe der Producte sämmtlicher Massentheilchen in ihre Entfernung von der Schwingungsaxe bedeutet. Aus diesen beiden Gleichungen und der Gleichung

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \lambda$$

ergibt sich für die Schwerpunktsentfernungen:

$$\varepsilon_1 = \frac{\lambda[m(\pi^2\lambda - g\tau_2^2) + g(\mu_2\tau_1^2 - \mu_1\tau_2^2) + 2\pi^2(\mu_1\delta_1 - \mu_2\delta_2) + \pi^2\lambda(\mu_1 - \mu_2)] + g(\tau_1^2 - \tau_2^2)(\mu_1\delta_1 + \mu_2\delta_2)}{m[2\pi^2\lambda - g(\tau_1^2 + \tau_2^2)]}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\lambda[m(\pi^2\lambda - g\tau_1^2) + g(\mu_1\tau_2^2 - \mu_2\tau_1^2) + 2\pi^2(\mu_2\delta_2 - \mu_1\delta_1) + \pi^2\lambda(\mu_2 - \mu_1)] + g(\tau_2^2 - \tau_1^2)(\mu_2\delta_2 + \mu_1\delta_1)}{m[2\pi^2\lambda - g(\tau_2^2 + \tau_1^2)]}$$

Nach Berechnung von ε_1, ε_2 folgt dann für den Trägheitsradius $\varkappa_0$ des Gliedes allein in Bezug auf die Axe A_0 durch den Schwerpunkt:

$$\varkappa_0 = \frac{1}{\pi\sqrt{m}}\sqrt{m\varepsilon_1(g\tau_1^2 - \pi^2\varepsilon_1) + g\tau_1^2(\mu_1\delta_1 + \mu_2\delta_2 + \mu_2\lambda) - \pi^2[\tfrac{1}{3}(\mu_1\delta_1^2 + \mu_2\delta_2^2) + \mu_2\lambda(2\delta_2 + \lambda)]}$$

und zur Controle

$$\varkappa_0 = \frac{1}{\pi\sqrt{m}}\sqrt{m\varepsilon_2(g\tau_2^2 - \pi^2\varepsilon_2) + g\tau_2^2(\mu_2\delta_2 + \mu_1\delta_1 + \mu_1\lambda) - \pi^2[\tfrac{1}{3}(\mu_2\delta_2^2 + \mu_1\delta_1^2) + \mu_1\lambda(2\delta_1 + \lambda)]}.$$

Bei einigen Schwingungsbeobachtungen hatten wir nur den einen Stahlstab, dessen eine Kante die Axe abgab, während des Schwingens im Glied.

Für diese Fälle vereinfachen sich die Formeln folgendermassen:

$$\tau_1 = \pi\sqrt{\frac{m(\varkappa_0^2 + \varepsilon_1^2) + \tfrac{1}{3}\mu_1\delta_1^2}{g(m\varepsilon_1 + \mu_1\delta_1)}}$$

$$\tau_2 = \pi\sqrt{\frac{m(\varkappa_0^2 + \varepsilon_2^2) + \tfrac{1}{3}\mu_2\delta_2^2}{g(m\varepsilon_2 + \mu_2\delta_2)}}$$

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \lambda.$$

Daraus folgt dann:

$$\varepsilon_1 = \frac{m\lambda(\pi^2\lambda - g\tau_2^2) + g(\tau_1^2\mu_1\delta_1 - \tau_2^2\mu_2\delta_2) - \tfrac{1}{3}\pi^2(\mu_1\delta_1^2 - \mu_2\delta_2^2)}{m[2\pi^2\lambda - g(\tau_1^2 + \tau_2^2)]}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{m\lambda(\pi^2\lambda - g\tau_1^2) + g(\tau_2^2\mu_2\delta_2 - \tau_1^2\mu_1\delta_1) - \tfrac{1}{3}\pi^2(\mu_2\delta_2^2 - \mu_1\delta_1^2)}{m[2\pi^2\lambda - g(\tau_2^2 + \tau_1^2)]}$$

und für den Trägheitsradius nach Berechnung von ε_1 und ε_2:

$$\varkappa_0 = \frac{1}{\pi\sqrt{m}}\sqrt{m\varepsilon_1(g\tau_1^2 - \pi^2\varepsilon_1) + g\tau_1^2\mu_1\delta_1 - \tfrac{1}{3}\pi^2\mu_1\delta_1^2}$$

und zur Controle

$$\varkappa_0 = \frac{1}{\pi\sqrt{m}}\sqrt{m\varepsilon_2(g\tau_2^2 - \pi^2\varepsilon_2) + g\tau_2^2\mu_2\delta_2 - \tfrac{1}{3}\pi^2\mu_2\delta_2^2}\,.$$

Unter diesen Gesichtspunkten gestaltete sich nun die zweite Versuchsreihe folgendermassen:

Der normal gebaute, mässig muskulöse Körper eines jungen Mannes (Selbstmörder, gehängt), bei dem der Bauch nicht aufgetrieben war, wurde wie für die I. Versuchsreihe durch Frierenlassen in eine starre Masse verwandelt. Darauf wurden die oberen

und unteren Extremitäten mittelst Säge und Messer so vom Rumpfe abgelöst, dass die Gelenkköpfe dabei nicht zersägt, sondern im Ganzen exarticulirt waren. Die Schwingungsbeobachtungen wurden dann in folgender Weise ausgeführt.

1) Schwingungen des Systems: Rumpf + Kopf.

Zuerst wurde durch die Pfannen der Hüftgelenke in der Richtung der Verbindungslinie der Gelenkmittelpunkte ein starker Stahlstab mit quadratischem Querschnitt so hindurchgetrieben, dass die eine Kante desselben, welche die Schwingungsaxe A_2 abgeben sollte, dem Schwerpunkte von »Rumpf + Kopf« am nächsten lag. Darauf wurde ein zweiter ähnlicher Stahlstab parallel dem ersten so durch den Hals getrieben, dass die eine Kante desselben, welche die Schwingungsaxe A_1 abgeben sollte, ebenfalls dem Schwerpunkt am nächsten zu liegen kam, und dass der Schwerpunkt in der durch die parallelen Axen A_1, A_2 bestimmten Ebene lag.

Die für die Rechnung in Betracht kommenden Grössen der beiden Stahlstäbe waren folgende:

für den oberen Stahlstab mit der Axe A_1 (durch den Hals)

Gewicht	Länge der halben Querschnitts-diagonale
$\mu_1 = 720$ g	$\delta_1 = 0{,}75$ cm,

für den unteren Stahlstab mit der Axe A_2 (durch die Hüftgelenke)

$\mu_2 = 560$ g	$\delta_2 = 0{,}75$ cm.

Die Entfernung der beiden Axen A_1, A_2 von einander betrug $\lambda = 48{,}75$ cm. Dabei gingen die Axen nicht, wie bei der ersten Versuchsreihe, durch die Gelenkmittelpunkte, sondern

die Axe A_1 verlief 7 cm senkrecht unter der Mitte des Atlanto-Occipitalgelenks,

und die Axe A_2 lag 1 cm senkrecht über der Verbindungslinie der beiden Hüftgelenkmittelpunkte.

Das Gewicht von Rumpf + Kopf betrug $m = 23\,790$ g.

200 einfache Pendelschwingungen um die Axe A_1 dauerten 131,0″.

200 einfache Pendelschwingungen um die Axe A_2 134,0″.

Daraus folgen für die beiden Schwingungsdauern τ_1, τ_2 die Werthe $\tau_1 = 0{,}655''$ und $\tau_2 = 0{,}670''$.

2) Schwingungen des Rumpfes ohne Kopf.

Der Kopf war in der Strangulationsfurche abgesägt worden. Der Stahlstab durch den Hals war etwas tiefer gesetzt worden als bei den Schwingungen von Rumpf + Kopf, da er sonst nicht mehr genügenden Halt gehabt und auch der Schwerpunkt des Rumpfes allein nicht mehr ganz genau in der Ebene der beiden Axen gelegen hätte. Es war infolge dessen die Entfernung beider Axen nur noch $\lambda = 48{,}1$ cm und der Abstand der Axe A_1 von der Mitte des Atlanto-Occipitalgelenks 7,65 cm. Die Länge der Axe A_2 und die Stäbe überhaupt waren dieselben geblieben.

Das Gewicht des Rumpfes allein betrug $m = 19910$ g.

200 Schwingungen um A_1 dauerten 123,4″.

200 Schwingungen um A_2 119,6″. Daraus ergeben sich für die Dauer einer Schwingung die Werthe $\tau_1 = 0{,}617''$ und $\tau_2 = 0{,}598''$.

3) Schwingungen des Kopfes.

Die beiden parallelen Axen liefen bei der Geradhaltung des Kopfes parallel der Verbindungslinie der Hüftgelenkmittelpunkte, und ihre Ebene enthielt (was bei allen Versuchen der Fall war, also nicht jedesmal von Neuem erwähnt sein möge) den Schwerpunkt des Körpertheils, d. h. hier des Kopfes allein.

Die obere Axe A_1 verlief dicht unter dem Scheitel, die untere A_2 2 cm senkrecht unter dem Atlanto-Occipitalgelenk. Die Entfernung beider betrug $\lambda = 16{,}6$ cm. Die beiden verwendeten Stahlstäbe waren dünner wie früher; die in Betracht kommenden Grössen hatten die Werthe
für den oberen Stahlstab mit der Axe A_1: $\mu_1 = 105$ g, $\delta_1 = 0{,}3$ cm,
für den unteren Stahlstab mit der Axe A_2: $\mu_2 = 140$ g, $\delta_2 = 0{,}4$ cm.

Das Gewicht des Kopfes betrug $m = 3880$ g.

200 Schwingungen um A_1 dauerten 77,8″.

200 Schwingungen um A_2 74,8″. Demnach waren $\tau_1 = 0{,}389''$ und $\tau_2 = 0{,}374''$.

4) Schwingungen der ganzen linken unteren Extremität.

Die obere Axe A_1 hatte die Richtung der Verbindungslinie der Hüftgelenkmittelpunkte bei gestreckter Stellung des Beins und stand daher senkrecht auf der Längsaxe desselben; sie verlief 0,6 cm

unter der Mitte des Schenkelkopfes. Die untere, ihr parallele Axe A_2 lag 2,5 cm über der Mitte des ersten Fussgelenks. Die Entfernung beider Axen betrug $\lambda = 70,1$ cm.

Für den oberen Stahlstab mit der Axe A_1 war $\mu_1 = 151$ g und $\delta_1 = 0,5$ cm, für den unteren $\mu_2 = 157$ g und $\delta_2 = 0,5$ cm.

Das Gewicht der Extremität betrug $m = 7640$ g.

200 Schwingungen um A_1 dauerten 145,2″.

200 Schwingungen um A_2 149,1″. Daher waren $\tau_1 = 0,726''$ und $\tau_2 = 0,7455''$.

5) Schwingungen des linken Oberschenkels.

Der Oberschenkel wurde durch Exarticulation im Kniegelenk abgelöst. Die beiden Axen waren parallel der Knieaxe gerichtet. Die obere A_1 war dieselbe wie A_1 bei Nr. 4, die untere A_2 lag 2,7 cm über der Knieaxe. Die Entfernung beider betrug $\lambda = 33,35$ cm.

Für den oberen Stahlstab mit der Axe A_1 war wie bei 4) $\mu_1 = 151$ g und $\delta_1 = 0,5$ cm, für den unteren $\mu_2 = 59$ g und $\delta_2 = 0,3$ cm.

Das Gewicht des Oberschenkels betrug $m = 4810$ g.

200 Schwingungen um A_1 dauerten 98,4″.

200 Schwingungen um A_2 101,8″, so dass also $\tau_1 = 0,492''$ und $\tau_2 = 0,509''$.

6) Schwingungen des Systems:
linker Unterschenkel + Fuss.

Die Axen verliefen ebenfalls parallel der Knieaxe. Die untere A_2 war dieselbe wie A_2 bei Nr. 4, während die obere A_1 5,3 cm unter der Knieaxe lag; die Entfernung beider betrug $\lambda = 29,3$ cm. Für den oberen Stahlstab war $\mu_1 = 55,5$ g und $\delta_1 = 0,3$ cm, für den unteren wie bei 4) $\mu_2 = 157$ g und $\delta_2 = 0,5$ cm.

Das System wog $m = 2800$ g.

200 Schwingungen um A_1 dauerten 110,4″.

200 Schwingungen um A_2 110,9″, woraus folgt $\tau_1 = 0,552''$ und $\tau_2 = 0,5545''$.

7) Schwingungen des linken Unterschenkels.

Die beiden Axen waren dieselben wie bei Nr. 6 geblieben. Obgleich der Schwerpunkt des Unterschenkels allein etwas hinter der

Ebene durch A_1, A_2 liegt, da dieselbe nach Nr. 6 durch den Schwerpunkt von Unterschenkel + Fuss ging, so hat doch diese Fehlerquelle nur geringen Einfluss auf das Resultat, denn die Summe der Abstände des Schwerpunktes des Unterschenkels von den beiden Axen weicht nur wenig von der directen Entfernung der beiden Axen ab. Die Grösse λ ist aber auch die einzige, welche durch das Herausfallen des Schwerpunktes aus der Ebene der Axen A_1, A_2 verändert wird.

Der Unterschenkel wog 1890 g.

200 Schwingungen um A_1 dauerten 92,7″.

200 Schwingungen um A_2 97,5″, woraus folgt $\tau_1 = 0{,}4635''$ und $\tau_2 = 0{,}4875''$.

8) Schwingungen des linken Fusses.

Die obere Axe A_1 lief parallel der Axe des ersten Fussgelenks, 1 cm davon entfernt und zwar etwas nach vorn, so dass sie in die Ebene zwischen dem Schwerpunkte des Fusses und der Axe des ersten Fussgelenks zu liegen kam. Die untere Axe A_2 lag in derselben Ebene, lief parallel der ersten und hatte einen Abstand $\lambda = 7{,}55$ cm von derselben. Für den oberen Stahlstab war $\mu_1 = 56$ g und $\delta_1 = 0{,}3$ cm, für den unteren $\mu_2 = 74$ g und $\delta_2 = 0{,}4$ cm.

Das Gewicht des Fusses betrug 910 g.

200 Schwingungen um A_1 dauerten 68,1″.

200 Schwingungen um A_2 89,4″, demnach war $\tau_1 = 0{,}3405''$ und $\tau_2 = 0{,}447''$.

9) Schwingungen des linken Oberschenkels um Axen parallel der Längsaxe.

Die beiden parallelen Axen besassen eine Entfernung $\lambda = 5{,}5$ cm von einander. Für den einen Stahlstab mit der Axe A_1 war $\mu_1 = 231{,}5$ g und $\delta_1 = 0{,}5$ cm, für den anderen mit der Axe A_2 $\mu_2 = 98{,}5$ g und $\delta_2 = 0{,}4$ cm. Die durch die beiden Axen A_1, A_2 bestimmte Ebene enthielt den Schwerpunkt des Oberschenkels und daher auch (nach unseren früheren Untersuchungen über die Lage der Schwerpunkte am menschlichen Körper) mit grosser Annäherung die Längsaxe des Gliedes, d. h. die Verbindungslinie der Mitten der beiden das Glied begrenzenden Gelenke. Jeder der beiden

Stahlstäbe bestand in diesem Falle aus zwei Theilen, von denen der eine von der Hüftgelenkseite, der andere von der Kniegelenkseite aus eingetrieben war, und zwar so, dass der eine Theil, so genau wie es herzustellen war, die Verlängerung des anderen bildete. In gleicher Weise wurde bei allen den Schwingungsversuchen verfahren, bei denen die Axen parallel der Längsaxe des betreffenden Gliedes verliefen.

200 Schwingungen um die Axe A_1 dauerten 60,5″.

200 Schwingungen um die Axe A_2 118,2″, woraus sich ergibt $\tau_1 = 0{,}3025''$ und $\tau_2 = 0{,}591''$.

Bei diesen Schwingungen war immer nur der eine Stab im Glied befestigt.

10) Schwingungen des linken Unterschenkels um Axen parallel der Längsaxe.

Die beiden parallelen Axen waren $\lambda = 3{,}2$ cm von einander entfernt. Für den einen Stahlstab war $\mu_1 = 98{,}5$ g und $\delta_1 = 0{,}4$ cm, für den anderen $\mu_2 = 165{,}5$ g und $\delta_2 = 0{,}5$ cm. Die Ebene durch die beiden Axen A_1, A_2 enthielt ebenfalls wieder den Schwerpunkt des Unterschenkels und die durch ihn hindurchgehende Längsaxe desselben.

200 Schwingungen um A_1 dauerten 49,8″,

200 Schwingungen um A_2 73,0″, folglich war $\tau_1 = 0{,}249''$ und $\tau_2 = 0{,}365''$.

Auch bei diesem Versuche war während des Schwingens nur der eine Stahlstab im Glied befestigt, welcher die Schwingungsaxe abgab.

11) Schwingungen des linken Fusses um verticale Axen.

Die beiden Axen liefen parallel der Längsaxe des Unterschenkels bei mittlerer Haltung des Fusses; ihre Entfernung betrug $\lambda = 9$ cm. Für den dem Unterschenkel näheren Stahlstab mit der Axe A_1 war $\mu_1 = 49{,}2$ g und $\delta_1 = 0{,}4$ cm, für den anderen mit der parallelen Axe A_2 $\mu_2 = 155{,}7$ g und $\delta_2 = 0{,}75$ cm. Auch hierbei lag natürlich wieder der Schwerpunkt des Fusses in der durch A_1, A_2 bestimmten Ebene.

200 Schwingungen um A_1 hatten eine Dauer von 70,0″.

200 Schwingungen um A_2 eine solche von 71,0″, so dass $\tau_1 = 0{,}350''$ und $\tau_2 = 0{,}355''$.

Bei diesem Versuche waren wieder, wie in allen den Fällen, wo das Gegentheil nicht ausdrücklich erwähnt worden ist, beide Stahlstäbe während des Schwingens im Glied.

12) Schwingungen der ganzen linken oberen Extremität.

Die obere Axe A_1 hatte die Richtung der Verbindungslinie der Mittelpunkte von den beiden Humerusköpfen bei schlaff herabhängenden Armen und verlief daher senkrecht zu der Längsaxe des Oberarms; sie lag 1,8 cm unterhalb der Mitte des Humeruskopfes. Die untere Axe A_2 verlief parallel mit ihr zwischen dem vierten und fünften Metacarpusknochen. Der Abstand der beiden Axen, deren gemeinsame Ebene den Schwerpunkt des ganzen Armes enthielt, betrug $\lambda = 52{,}5$ cm.

Für den oberen Stahlstab war $\mu_1 = 80{,}2$ g und $\delta_1 = 0{,}5$ cm, für den unteren $\mu_2 = 49$ g und $\delta_2 = 0{,}4$ cm.

Das Gewicht der ganzen Extremität betrug 2470 g.

200 Schwingungen um A_1 dauerten 123,9″.

200 Schwingungen um A_2 125,9″, so das $\tau_1 = 0{,}6195''$ und $\tau_2 = 0{,}6295''$.

13) Schwingungen des linken Oberarms.

Die obere Axe A_1 war eine andere wie A_1 bei Nr. 12; sie lief parallel der Ellbogenaxe, und zwar gerade durch die Mitte des Humeruskopfes. Die untere, zu ihr und daher auch zu der Ellbogenaxe parallele Axe A_2 lag 1 cm über der Axe des Ellbogengelenks. Die durch beide Axen bestimmte Ebene enthielt natürlich den Schwerpunkt des Oberarms allein. Die Entfernung beider Axen betrug $\lambda = 26{,}1$ cm. Für den oberen Stahlstab war $\mu_1 = 49$ g und $\delta_1 = 0{,}4$ cm, für den unteren $\mu_2 = 85$ g und $\delta_2 = 0{,}5$ cm.

Der Oberarm wog 1252 g.

200 Schwingungen um A_1 hatten eine Dauer von 86,1″,

200 Schwingungen um A_2 eine solche von 86,8″, folglich war $\tau_1 = 0{,}4305''$ und $\tau_2 = 0{,}434''$.

14) Schwingungen des Systems: linker Unterarm + Hand.

Die obere Axe A_1 lief parallel der Ellbogenaxe 3,5 cm unterhalb derselben, die untere A_2 ihr parallel in einer Entfernung von $\lambda = 26{,}0$ cm so, dass die Ebene durch A_1, A_2 den Schwerpunkt von »Unterarm + Hand« enthielt. Für den oberen Stahlstab war $\mu_1 = 54{,}7$ g und $\delta_1 = 0{,}4$ cm, für den unteren $\mu_2 = 49{,}2$ g und $\delta_2 = 0{,}4$ cm.

Das System wog 1205 g.

200 Schwingungen um A_1 dauerten 96,4″,

200 Schwingungen um A_2 96,0″; demnach ist $\tau_1 = 0{,}482''$ und $\tau_2 = 0{,}480''$.

15) Schwingungen des linken Oberarms um Axen parallel der Längsaxe.

Die beiden parallelen Axen, welche in ihrer Ebene den Schwerpunkt und die Längsaxe des Oberarms enthielten (vgl. Nr. 9), waren $\lambda = 4{,}0$ cm von einander entfernt. Für den einen Stahlstab war $\mu_1 = 38$ g und $\delta_1 = 0{,}3$ cm, für den anderen $\mu_2 = 78$ g und $\delta_2 = 0{,}4$ cm. Auch hier bestand wie bei Nr. 9 jeder der beiden Stahlstäbe aus zwei Theilen, von denen jeder in die Verlängerung des anderen fiel.

200 Schwingungen um A_1 dauerten 47,4″,

200 Schwingungen um A_2 48,9″, woraus folgt $\tau_1 = 0{,}237''$ und $\tau_2 = 0{,}2445''$.

16) Schwingungen des Systems: linker Unterarm + Hand um Axen parallel der Längsaxe.

Die Entfernung der beiden parallelen Axen betrug $\lambda = 4{,}5$ cm. Für den einen Stahlstab war $\mu_1 = 165{,}2$ g und $\delta_1 = 0{,}5$ cm, für den anderen $\mu_2 = 104$ g und $\delta_2 = 0{,}4$ cm. Die Ebene durch die beiden Axen A_1, A_2 enthielt ebenfalls wieder den Schwerpunkt von »Unterarm + Hand« und die durch denselben hindurchgehende Längsaxe des Unterarms (bei mittlerer Stellung der Hand).

200 Schwingungen um A_1 dauerten 46,2″,

200 Schwingungen um A_2 47,6″; daraus ergeben sich die Werthe $\tau_1 = 0{,}231''$ und $\tau_2 = 0{,}238''$.

Darauf sind nun ganz die entsprechenden Schwingungsversuche für die rechten Extremitäten ausgeführt worden. Die darauf bezüglichen 13 Messungen entsprechen in ihrer Anordnung so genau den 13 von uns mit Nr. 4 bis Nr. 16 bezeichneten Schwingungsbeobachtungen, dass es nicht nöthig sein wird, auch noch das Protokoll für diese in derselben ausführlichen Weise zu geben, zumal in der folgenden Tabelle alle aus den Messungen hervorgegangenen Werthe für λ, μ_1, μ_2, δ_1, δ_2, τ_1 und τ_2 für alle von uns angestellten Schwingungen in übersichtlicher Weise zusammengestellt sind. Es soll nur darauf hingewiesen werden, dass bei den Schwingungen der ganzen rechten oberen Extremität der die Axe A_2 enthaltende Stahlstab nicht wie auf der linken Seite durch die Hand, sondern viel höher quer durch die Ulna getrieben war, weil derselbe in der Hand nicht mehr unverrückbar fest mit der ganzen Extremität verbunden gewesen wäre. Es befanden sich nämlich beim Versuche die in der Nähe des Handgelenks befindlichen Weichtheile nicht mehr in so hart gefrorenem Zustande, dass alle Beugungen im Handgelenk während des Schwingens mit Sicherheit ausgeschlossen waren, wenn der Stahlstab durch die Hand geschlagen worden wäre. Das Ellbogengelenk befand sich dagegen noch in genügend fest gefrorenem Zustande. Aus diesem Grunde ist λ bei diesem Versuche bedeutend kleiner als beim entsprechenden der linken Seite. Aus demselben Grunde ist auch die Entfernung der beiden Axen bei den Schwingungen des Systems »rechter Unterarm + Hand« um Axen parallel der Längsaxe kleiner als auf der linken Seite; damit in diesem Falle die beiden Stahlstäbe fest zum Glied gestellt waren, musste man sie zum Theil mit in dem Knochen befestigen.

In den folgenden beiden Tabellen finden sich nun die sämmtlichen für die Berechnung der Trägheitsmomente nöthigen Resultate der directen Messungen und Schwingungsbeobachtungen zusammengestellt.

Tabelle der für die Berechnung der Trägheitsmomente in Bezug auf die Axen senkrecht zur Längsaxe der Glieder erforderlichen Grössen.

(II. Versuchsreihe.)

Körpertheile		m	μ_1	δ_1	μ_2	δ_2	λ	τ_1	τ_2
Rumpf + Kopf		23790	720,0	0,75	560,0	0,75	48,75	0,655	0,670
Rumpf		19910	720,0	0,75	560,0	0,75	48,1	0,647	0,598
Kopf		3880	105,0	0,3	140,0	0,4	16,6	0,389	0,374
Ganze untere Extremität	r	7840	155,5	0,5	139,0	0,5	70,9	0,728	0,7455
	l	7640	154,0	0,5	157,0	0,5	70,1	0,726	0,7455
Oberschenkel	r	4860	155,5	0,5	154,0	0,5	35,1	0,4995	0,543
	l	4810	154,0	0,5	59,0	0,3	33,35	0,492	0,509
Unterschenkel + Fuss	r	2980	144,5	0,5	139,0	0,5	31,2	0,560	0,5575
	l	2800	55,5	0,3	157,0	0,5	29,3	0,552	0,5545
Unterschenkel	r	2070	144,5	0,5	139,0	0,5	31,2	0,457	0,499
	l	1890	55,5	0,3	157,0	0,5	29,3	0,4635	0,4875
Fuss	r	910	54,7	0,4	80,2	0,5	10,1	0,3445	0,3425
	l	910	56,0	0,3	74,0	0,4	7,55	0,3405	0,447
Ganze obere Extremität	r	2360	85,0	0,5	54,7	0,4	38,1	0,6135	0,612
	l	2470	80,2	0,5	49,0	0,4	52,5	0,6195	0,6295
Oberarm	r	1243	55,7	0,3	80,5	0,5	25,0	0,4255	0,4345
	l	1252	49,0	0,4	85,0	0,5	26,1	0,4305	0,434
Unterarm + Hand	r	1117	49,5	0,4	54,8	0,4	25,2	0,467	0,465
	l	1205	54,7	0,4	49,2	0,4	26,0	0,482	0,480

(Für alle Massen ist als Einheit »Gramm«, für die Längen »Centimeter« und für die Zeiten »Secunde« genommen.)

Bei diesen Schwingungsbeobachtungen waren während des Schwingens immer beide Stahlstäbe im Glied befestigt, so dass also zur Berechnung der Schwerpunktsentfernungen ε_1, ε_2 und des Trägheitsradius $\varkappa_0$ die Formeln auf S. 34 u. 35 oben zur Anwendung kommen. Die in obiger Tabelle mit aufgezeichneten Messungen für den Fuss beziehen sich nicht auf Axen, welche senkrecht zur Längsaxe des Fusses verliefen, sondern auf Axen, welche bei mittlerer Stellung des Fusses zum Unterschenkel senkrecht zur Längsaxe des Unterschenkels gerichtet waren.

Tabelle der für die Berechnung der Trägheitsmomente in Bezug auf die Längsaxe der Glieder erforderlichen Grössen.

(II. Versuchsreihe.)

Körpertheile		m	μ_1	δ_1	μ_2	δ_2	λ	τ_1	τ_2
Oberschenkel	r	1860	114,7	0,5	219,2	0,5	5,1	0,403	0,305
	l	1810	231,5	0,5	98,5	0,4	5,5	0,3025	0,591
Unterschenkel	r	2070	114,7	0,5	112,1	0,4	4,4	0,250	0,2755
	l	1890	98,5	0,4	165,5	0,5	3,2	0,249	0,365
Fuss	r	910	49,2	0,4	80,3	0,5	9,2	0,353	0,3555
	l	910	49,2	0,4	155,7	0,75	9,0	0,350	0,355
Oberarm	r	1243	69,5	0,4	134,7	0,4	4,5	0,236	0,246
	l	1252	38,0	0,3	78,0	0,4	4,0	0,237	0,2445
Unterarm + Hand	r	1117	75,1	0,4	106,7	0,4	2,1	0,2775	0,2915
	l	1205	165,2	0,5	104,0	0,4	4,5	0,231	0,238

(Als Grundmaasse sind wieder g, cm und sec genommen.)

Bei den in der vorhergehenden Tabelle mit untergebrachten Schwingungen des Fusses waren die beiden Axen nicht parallel der Längsaxe des Fusses, sondern sie verliefen parallel der Längsaxe des Unterschenkels bei mittlerer Stellung des Fusses zum Unterschenkel. Bei diesen Schwingungen des Fusses waren ebenfalls beide Stahlstäbe im Glied, so dass für dieselben auch die Formeln auf S. 34 u. 35 oben anzuwenden sind. Bei allen anderen Schwingungen, deren Resultate in der vorstehenden Tabelle niedergelegt sind, war dagegen immer nur der jeweilige Axenstab während des Schwingens im Glied befestigt. Daher sind für alle diese Schwingungen um Axen parallel der Längsaxe der Glieder die anderen Formeln auf S. 35 (unten) anzuwenden.

Als Werth der Schwerebeschleunigung g wurde bei allen Berechnungen der II. Versuchsreihe der genaue Werth für Leipzig, nämlich $g = 981,11$ verwendet.

Mit Hülfe der Formeln auf S. 34 u. 35 oben berechnet man nun aus den in der ersten dieser beiden Tabellen niedergelegten Grössen folgende Werthe[1]) der Abstände ε_1 und ε_2 des Schwerpunktes eines jeden Gliedes von den verwendeten Schwingungsaxen:

für		ε_1	ε_2
Rumpf + Kopf		19,61	29,14
Rumpf		26,85	21,25
Kopf		10,53	6,07
Ganze untere Extremität	r:	32,74	38,16
	l:	31,82	38,28
Oberschenkel	r:	15,72	19,38
	l:	15,30	18,05
Unterschenkel + Fuss	r:	—	—
	l:	16,64	12,66
Unterschenkel	r:	11,43	19,77
	l:	11,00	18,30

1) Die zeitraubende Berechnung sowohl dieser Werthe, als auch der auf S. 48 u. 49 niedergelegten Werthe von ε_1 und ε_2, als endlich auch der in die Tabelle auf S. 50 eingetragenen Werthe von $\varkappa_0$ hat Herr Dr. Höckner, Assistent am Bureau der Leipziger Stadtvermessung, die Güte gehabt, nach den Formeln auf S. 34 u. 35 mittelst einer Rechenmaschine für uns auszuführen.

		ε_1	ε_2
Fuss	r:	4,78	5,32
	l:	5,95	4,60
Ganze obere Extremität	r:	22,18	15,92
	l:	25,37	27,13
Oberarm	r:	11,37	13,63
	l:	12,31	13,79
Unterarm + Hand. .	r:	12,89	12,31
	l:	13,52	12,48

Für das System »rechter Unterschenkel + Fuss« war die Entfernung und Lage der beiden Schwingungsaxen zufälliger Weise eine solche gewesen, dass der Ausdruck $\pi^2\lambda - g\tau_1^2$ in der zweiten Formel einen sehr kleinen Werth erhielt, und dass in Folge dessen ein kleiner Fehler in den Grössen λ und τ_1 einen verhältnissmässig grossen Einfluss auf das Resultat ausübte. Aus diesem Grunde liessen sich die direct gemessenen Grössen nicht zur Berechnung der Schwerpunktsentfernungen und des Trägheitsradius verwenden. Es wird später gezeigt werden, wie man auf Umwegen trotzdem noch zu einem annähernd richtigen Werthe des Trägheitsradius in diesem Falle gelangt.

Es ist zu beachten, dass die Grössen ε_1 und ε_2 zunächst nur die für die weitere Rechnung nothwendigen Entfernungen des Schwerpunktes von den in gewissem Grade beliebig angebrachten Schwingungsaxen ausdrücken, nicht aber die Entfernungen des Schwerpunktes von den Mitten der das Glied begrenzenden Gelenke, da ja bei der zweiten Versuchsreihe die Axen im Allgemeinen nicht durch die Gelenkmittelpunkte hindurch gingen. Es kann daher aus den Werthen von ε_1 und ε_2 zunächst noch gar kein Schluss gezogen werden. Wenn dieselben in einigen Fällen für beide Körperseiten nahezu gleich gross sind, so ist das ausschliesslich als eine Folge der im Allgemeinen symmetrischen Anbringung der entsprechenden Axen für beide Körperseiten anzusehen.

Um die Entfernungen der Schwerpunkte von den Gelenkmitten, die wir wie in unserer Schwerpunktsarbeit mit e_1, e_2 bezeichnen wollen, zu erhalten, muss man zu den Grössen ε_1, ε_2 noch die jeweiligen Abstände a_1, a_2 der Axen A_1, A_2 von den ihnen benachbarten Gelenkmitten addiren. Diese Abstände sind bei jedem Versuch mit gemessen worden; dieselben hatten folgende Grössen:

für		a_1	a_2
Rumpf + Kopf		23,0	1,0
Rumpf		7,65	1,0
Kopf		1,4	— 2,0 [1]
Ganze untere Extremität	r:	0	8,0
	l:	0,6	8,5
Oberschenkel	r:	0	0,8
	l:	0,6	2,7
Unterschenkel + Fuss	r:	4,7	8,0
	l:	5,3	8,5
Unterschenkel	r:	4,7	2,0
	l:	5,3	2,5
Fuss	r:	1,6	—
	l:	1,0	—
Ganze obere Extremität	r:	3,0	—
	l:	1,8	—
Oberarm	r:	0	0,5
	l:	0	1,0
Unterarm + Hand . .	r:	3,1	—
	l:	3,5	—

Die durch Addition der ε und a sich ergebenden Schwerpunktsentfernungen e sind in der Tabelle auf S. 50 mit eingetragen worden.

Aus den Schwingungen um Axen parallel der Längsaxe eines Gliedes erhält man unter Anwendung der Formeln auf S. 35 (mit Ausnahme der Schwingungen des Fusses, für welche die Formeln auf S. 34 u. 35 oben anzuwenden sind) folgende Werthe für die Entfernungen ε_1 und ε_2 der Schwingungsaxen von dem Schwerpunkt oder, was damit übereinstimmt, von der Längsaxe des Gliedes:

für		ε_1	ε_2
Oberschenkel	r:	1,39	3,71
	l:	4,90	0,60
Unterschenkel	r:	2,79	1,61
	l:	2,50	0,70

1) Dieser Abstand ist negativ zu rechnen, da die Axe A_2 bei den Schwingungen des Kopfes unter dem Atlanto-Occipitalgelenk lag.

		ε_1	ε_2
Fuss	r:	4,65	4,55
	l:	4,55	4,45
Oberarm	r:	2,72	1,78
	l:	2,23	1,77
Unterarm + Hand . .	r:	1,13	0,97
	l:	2,54	1,96

Auch diese Werthe haben für das betreffende Glied selbst gar keine Bedeutung, da die Lage der Schwingungsaxen ja zunächst ganz willkürlich war. Es war aber nöthig, dieselben zu berechnen, weil man erst durch sie in den Stand gesetzt ist, den Trägheitsradius in Bezug auf die Längsaxe des Gliedes abzuleiten.

Die Berechnung des Trägheitsradius $\varkappa_0$ für Axen senkrecht zur Längsaxe des Gliedes, welche durch den Schwerpunkt hindurchgehen, geschieht nach den beiden sich controlirenden Formeln auf S. 35 oben. Nach denselben Formeln berechnet man auch die Trägheitsradien für die beiden durch den Schwerpunkt des Fusses gehenden Axen, von denen die eine senkrecht, die andere parallel der Richtung der Unterschenkelaxe läuft bei mittlerer Stellung des Fusses. Die Trägheitsradien für die Längsaxen der einzelnen Glieder werden dagegen nach den beiden sich controlirenden Formeln für $\varkappa_0$ auf S. 35 unten berechnet.

In folgender Tabelle sind die durch die Rechnung gewonnenen Werthe von $\varkappa_0$ zusammengestellt. Desgleichen finden sich die daraus resultirenden Werthe für das Trägheitsmoment $m\varkappa_0^2$ eingetragen. Endlich giebt die Tabelle auch die Entfernungen des Schwerpunktes von den Mitten der das Glied begrenzenden Gelenke, die daraus resultirende Länge eines jeden Gliedes, d. h. die Entfernung der beiden Gelenkmitten von einander, und der Vollständigkeit halber noch einmal die Masse jedes einzelnen Körpertheils. Trotzdem in den meisten Fällen nur die Trägheitsmomente für zwei Axen ein und desselben Gliederabschnittes abgeleitet worden sind, so sind damit doch alle Grössen in der Tabelle niedergelegt, welche den einzelnen Körpertheil im rein mechanischen Sinne charakterisiren, wie sich aus späteren Betrachtungen ergeben wird.

Die Massen, Schwerpunktslagen und Trägheitsmomente der einzelnen Körpertheile. (II. Versuchsreihe.)

Körpertheile		Masse m (in Gramm)	Länge l (in cm)	Entfernung des Schwerpunktes (in cm) e_1 (von oben)	e_2 (von unten)	Trägheitsradius x_0 und Trägheitsmoment $T = mx_0^2$ für Axen durch den Schwerpunkt — Axen senkrecht zur Längsaxe des Gliedes: x_0 (in cm)	T (in cm²g)	Längsaxe des Gliedes selbst: x_0 (in cm)	T (in cm²g)
Rumpf + Kopf		23790	72,75	42,61	30,14	21,08	10571500	—	—
Rumpf		19910	56,75 [1]	34,50	22,25	16,73	5574600	—	—
Kopf		3880	16,0 [2]	11,93	4,07	6,81	179940	—	—
Ganze untere Extremität	r	7840	78,9	32,74	46,16	25,10	4939300	—	—
	l	7640	79,2	32,42	46,78	25,08	4805600	—	—
Oberschenkel	r	4860	35,9	15,72	20,18	11,01	589100	4,55	100610
	l	4840	36,65	15,90	20,75	11,43	628400	4,56	100020
Unterschenkel + Fuss	r	2980	43,9	(24,77) [6]	(19,13) [6]	(14,41) [6]	(618555) [6]	—	—
	l	2800	43,1	21,94	21,16	15,10	638400	—	—
Unterschenkel	r	2070	37,9	16,13	21,77	9,16	173680	3,12	20150
	l	1890	37,1	16,30	20,80	9,66	176370	3,05	17580
Fuss	r	910	Höhe 6,0 Länge 20,0 [3]	6,38	13,62	5,91	31785	6,21	35093
	l	910	Höhe 6,0 Länge 20,0 [3]	6,95	13,05	5,97	32433	6,24	35433
Ganze obere Extremität	r	2360	59,0	25,18	33,82	18,38	797300	—	—
	l	2470	58,5	27,17	31,33	17,60	765100	—	—
Oberarm	r	1243	25,5	11,37	14,13	7,95	78560	2,79	9680
	l	1252	27,1	12,31	14,79	7,79	75980	2,74	9400
Unterarm + Hand	r	1117	36,0 [4]	15,99	20,01	10,43	121500	2,75	8450
	l	1205	35,5 [5]	17,02	18,48	11,21	152200	2,71	8850
Ganzer Körper		44057	150,5						

1) Länge des Rumpfes bedeutet hier die Entfernung zwischen der Mitte des Atlanto-Occipitalgelenks und der Verbindungslinie der beiden Hüftgelenkmittelpunkte.

2) Länge des Kopfes bedeutet die Entfernung vom Scheitel bis zur Mitte des Atlanto-Occipitalgelenks.

3) Länge des Fusses bedeutet die Entfernung der Fussspitze vom I. Fussgelenk.

4) Davon sind 24 cm Unterarmlänge und 12 cm Entfernung des Handgelenks bis zum I. Interphalangalgelenk.

5) Hiervon 25 cm Unterarmlänge, 10,5 cm Entfernung des Handgelenks bis zum I. Interphalangalgelenk.

6) Diese vier Werthe sind nicht durch directe Messung gewonnen, sondern erst hinterher auf Umwegen (vgl. S. 52); sie machen infolgedessen nicht denselben Anspruch auf Genauigkeit wie die anderen.

Bevor weitere Schlüsse aus diesen Resultaten abgeleitet werden, soll eine Untersuchung der Fälle, in denen sowohl die Trägheitsmomente eines Gliedersystems als auch der einzelnen Theile desselben berechnet worden sind, zeigen, dass in der That diese zweite Versuchsreihe zu viel genaueren Resultaten geführt hat als die erste.

Bedeuten $\varkappa_1$ und $\varkappa_2$ die Trägheitsradien zweier durch ein Gelenk verbundener Körpertheile in Bezug auf zwei unter sich und, wenn das Gelenk ein Charniergelenk ist, zur Gelenkaxe parallele Schwerpunkts-Axen, sind ferner m_1, m_2 die Massen und s_1, s_2 die Entfernungen der Schwerpunkte der beiden Theile von der Gelenkaxe, und bezeichnet man mit $\varkappa_0$ den Trägheitsradius für das aus beiden gebildete System in Bezug auf die parallele Axe durch den Gesammtschwerpunkt, so gilt zwischen diesen Grössen nach S. 30 die Relation

$$(m_1 + m_2)\varkappa_0^2 = m_1\varkappa_1^2 + m_2\varkappa_2^2 + \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}(s_1^2 + s_2^2 - 2\, s_1 s_2 \cos\omega),$$

unter ω den Beugungswinkel verstanden.

Mit Ausnahme des Systems »Unterschenkel + Fuss« war während der Schwingungsversuche für alle von uns untersuchten Systeme der Beugungswinkel ω nahezu 180°, so dass (vgl. S. 30) die Relation übergeht in:

$$(m_1 + m_2)\varkappa_0^2 = m_1\varkappa_1^2 + m_2\varkappa_2^2 + \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}(s_1 + s_2)^2.$$

Legt man in jedem Falle den Grössen m, s, $\varkappa$ des dem Rumpfe näheren Körperabschnittes den Index 1 und den anderen den Index 2 bei, so entspricht s_1 der in der Tabelle auf S. 50 mit e_2, und s_2 der mit e_1 bezeichneten Grösse für den betreffenden Körpertheil.

Man erhält dann durch Anwendung dieser Relation als Werth des Trägheitsradius $\varkappa_0$ für

			während die directe Messung ergeben hatte:
Rumpf + Kopf	. . . .	21,09	21,08
Ganze untere Extremität	l:	24,30	25,08
Ganze obere Extremität	r:	17,63	18,38
	l:	18,59	17,60

Für das System »Unterschenkel + Fuss« ist ω nicht 180°, sondern annähernd 120°, denn unter ω ist ja der Winkel zu verstehen, welcher von den beiden Verbindungslinien der Einzelschwerpunkte mit der Mitte des I. Fussgelenks gebildet wird.

Da cos $120° = -\frac{1}{2}$, so geht in diesem Falle die allgemeine Relation über in:

$$(m_1 + m_2)\varkappa_0^2 = m_1\varkappa_1^2 + m_2\varkappa_2^2 + \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}(s_1^2 + s_1 s_2 + s_2^2).$$

Daraus erhält man für den Trägheitsradius $\varkappa_0$ vom

Unterschenkel + Fuss { r: 14,41 ; l: 14,55 ,

während die directe Messung für die linke Seite den Werth 15,10, für die rechte dagegen, wie früher angegeben worden ist, gar keinen Werth ergeben hatte. Man kann nun diesen eben gefundenen Werth $\varkappa_0 = 14,41$ für den rechten »Unterschenkel + Fuss« in die Relation auf S. 51 unter gleichzeitiger Verwendung der durch directe Messung gewonnenen Werthe von $\varkappa_0$ für die ganze rechte untere Extremität und den rechten Oberschenkel einsetzen, um dadurch rückwärts den Werth für s_2, d. h. aber für die in der Tabelle mit e_1 bezeichnete Grösse (Entfernung des Schwerpunktes des rechten »Unterschenkels + Fuss« von der Kniegelenkmitte) zu gewinnen. Man erhält auf diese Weise $s_2 = e_1 = 24,77$ und, da $\lambda = 43,9$, hieraus $e_2 = 19,13$. Unter Benutzung des gefundenen Werthes von $\varkappa$ ergiebt sich endlich für das Trägheitsmoment selbst der Werth 618555. Diese vier Werthe sind in die Tabelle auf S. 50 mit eingetragen worden.

Vergleicht man die auf S. 51 angegebenen aus den Trägheitsmomenten der einzelnen Theile berechneten Werthe des Trägheitsradius mit den durch die directe Messung der Schwingungsdauern des Gliedersystems gefundenen, so geht aus den verhältnissmässig geringen Abweichungen deutlich hervor, dass nicht nur die Resultate der zweiten Versuchsreihe viel genauer sind als die der ersten, sondern dass man mit denselben zugleich wohl die überhaupt erreichbare und auf irgend welche Bedeutung Anspruch habende Genauigkeit gewonnen hat. Denn es ist immer zu beachten, dass die Annahmen $\omega = 180°$ in den zuerst und $\omega = 120°$ in den zuletzt angeführten Fällen nur approximative Gültigkeit besitzen.

Dass aber die Genauigkeit nicht etwa schon übertrieben ist, geht wohl andrerseits deutlich aus dem Umstande hervor, dass die Werthe des Trägheitsradius für denselben Körpertheil auf beiden Seiten im Maximum [illegible]r um wenige Millimeter, in vielen Fällen,

wie z. B. bei den ganzen unteren Extremitäten, den Füssen und bei allen Trägheitsmomenten in Bezug auf die Längsaxe des Gliedes, überhaupt nur um Zehntel-Millimeter von einander differiren.

Berücksichtigt man, dass in der Art des Abtrennens der Glieder von einander eine nicht zu vermeidende Fehlerquelle liegt, dass wohl in keinem Falle die Trennung entsprechender Glieder auf beiden Seiten vollständig gleichmässig geschehen ist, dass aber trotz dieser anscheinend beträchtlichen Fehlerquelle die Grössen der Trägheitsradien für entsprechende Glieder beider Seiten so genau übereinstimmen, so erkennt man, dass der Trägheitsradius eine Grösse ist, welche bei verhältnissmässig grossen Schwankungen in der Anordnung der Massentheilchen nur sehr geringen Veränderungen unterworfen ist. Man entnimmt daraus die beruhigende Zuversicht, dass die Veränderungen, welche die Lagerung der Massentheilchen in Folge des Blutstromes und der Muskelcontraction im Leben erleidet, nur geringen Einfluss auf die Grösse des Trägheitsradius für einen jeden Gliederabschnitt ausüben werden.

Ein ganz ähnliches Verhalten hatten wir seiner Zeit für die Lage des Schwerpunktes eines einzelnen Gliederabschnittes gefunden. Nicht nur für dieselben Gliederabschnitte von beiden Seiten eines Individuums, sondern für alle entsprechenden Körpertheile, sowohl der von uns als auch der von HARLESS untersuchten Individuen, ergab sich mit grosser Annäherung Uebereinstimmung in der Schwerpunktslage. Die Schwankungen, welche der Schwerpunkt eines Gliederabschnittes in Folge der im Leben stattfindenden Verschiebung der einzelnen Massentheilchen z. B. bei der Muskelcontraction und dem Blutstrom erleidet, sind, obgleich man sie nachweisen kann, doch nicht so gross, als dass sie auf die Lage des Schwerpunktes einen Einfluss ausübten, welchen man berücksichtigen müsste, wenn es sich um die Bewegung der durch die grösseren Gelenke abgetheilten Gliederabschnitte handelt. Jedenfalls sind die individuellen Schwankungen der Schwerpunktslage, trotzdem sie sich nach unseren Messungen als nur gering herausgestellt hatten, immer noch grösser als die durch den Blutstrom, die Muskelcontraction u. s. w. hervorgerufenen.

Man kann daher die Masse, die Lage des Schwerpunktes und die Trägheitsmomente für den Kopf, Oberschenkel, Unterschenkel,

Fuss, Oberarm, Unterarm, ja selbst mit grosser Annäherung für die Hand und den Rumpf als constante Grössen betrachten. Durch diese Grössen ist aber das Verhalten eines jeden Körpers gegenüber bewegenden Kräften bestimmt, mag die Gestalt desselben sein wie sie wolle. Man kann also die genannten Körpertheile im rein mechanischen Sinne, d. h. in Bezug auf ihr Verhalten gegenüber bewegenden Kräften, als gegebene, unveränderliche Massen ansehen. Damit gewinnt aber überhaupt erst die Aufgabe einer Mechanik des menschlichen Körpers im Ganzen eine mathematisch und physikalisch greifbare Gestalt. Man hat es dann mit der Untersuchung der mechanischen Verhältnisse in einem Complex von starren Massen zu thun, dessen einzelne Theile in bestimmter Weise durch Gelenke mit einander verbunden und nicht bloss äusseren Kräften, sondern vor allen Dingen auch inneren Kräften unterworfen sind, welche eine Veränderung der gegenseitigen Stellung der Theile zu einander hervorrufen können. Hat man diese Aufgabe vollständig gelöst, so kann man dann die gemachte Annahme absoluter Constanz der Theile wieder fallen lassen und untersuchen, in welcher Weise die Veränderungen in den einzelnen Theilen, z. B. die Bewegungen der Finger und Fingerglieder, die Bewegungen des ganzen Körpers beeinflussen.

Berechnet man für die Axen senkrecht zur Längsaxe eines Gliedes wieder das Verhältniss zwischen dem Trägheitsradius $\varkappa_0$ und der Länge l eines jeden Körpertheils, so ergeben sich aus den Zahlen der sechsten und dritten Spalte der Tabelle auf S. 50 folgende Werthe:

für		$\frac{\varkappa_0}{l}$
Rumpf + Kopf		0,29
Rumpf		0,29
Kopf		0,43
Ganze untere Extremität	r:	0,32
	l:	0,32
Oberschenkel	r:	0,31
	l:	0,31
Unterschenkel + Fuss .	r:	0,33
	l:	0,35

für		$\frac{\varkappa_0}{l}$
Unterschenkel	r:	0,24
	l:	0,26
Fuss	r:	0,30
	l:	0,30
Ganze obere Extremität	r:	0,31
	l:	0,30
Oberarm	r:	0,31
	l:	0,29
Unterarm + Hand . .	r:	0,29
	l:	0,32

Unserem Princip gemäss haben wir dabei als Länge des Kopfes den Abstand des Scheitels von der Mitte des Atlanto-Occipitalgelenkes verwendet. Nimmt man als Länge des Kopfes die Entfernung des Scheitels vom Kinn, welche bei unserem Individuum ca. 22 cm betrug, so erhält man beim Kopf für $\frac{\varkappa_0}{l}$ den Werth 0,31.

Daraus geht aber hervor, dass wieder, wie bei der ersten Versuchsreihe, dieses Verhältniss für alle Körpertheile nahezu denselben Werth besitzt. Das Mittel aus allen Verhältnisszahlen ist 0,30. Das Mittel aus denen der ersten Versuchsreihe hatte nahezu denselben Werth, nämlich 0,28.

Man hat daher den Satz:

»Bei allen Gliedern des menschlichen Körpers ist das Verhältniss zwischen dem Trägheitsradius in Bezug auf irgend eine zur Längsaxe senkrechte Axe durch den Schwerpunkt und zwischen der Länge des Gliedes dasselbe, und zwar besitzt es nahezu den constanten Werth 0,30.«

Dabei ist (mit Ausnahme des Kopfes) unter der Länge eines Gliedes der Abstand der Mittelpunkte der beiden das Glied begrenzenden Gelenke zu verstehen.

Für die Trägheitsradien in Bezug auf die Längsaxe der Glieder selbst lässt sich eine ähnliche Beziehung zur Länge des Gliedes nicht finden, wohl aber zur mittleren Dicke desselben, wenigstens für die bis jetzt von uns untersuchten Fälle.

Wir hatten nun zwar verabsäumt, an unseren zu den Versuchen verwendeten Cadavern die durchschnittliche Dicke der Glieder zu messen. Man wird jedoch annehmen können, dass bei zwei gleichmässig gebauten Körpern ohne abnormen Ansatz von Fett das Verhältniss der durchschnittlichen Dicke eines einzelnen Gliedes zur Länge desselben annähernd ein constantes ist. Wir hatten in unserer früheren Arbeit über den Schwerpunkt des menschlichen Körpers an einem ebenfalls normal gebauten Individuum ohne abnormen Fettansatz die Glieder durch den Schwerpunkt senkrecht zur Längsaxe zersägt und diese Durchschnitte für den einen Cadaver auf Tafel I und II jener Arbeit in der halben natürlichen Grösse beigegeben.

Der mittlere Durchmesser des Schnittes durch den Oberschenkel (Tafel II, 6) beträgt 14,2 cm, der mittlere Durchmesser des Schnittes durch den Oberarm (Tafel I, 1) 9,3 cm. Da die beiden Schnitte in der Höhe des Schwerpunktes geführt sind, so wird man diese Durchmesser gleichzeitig als mittlere Dicken des Gliedes ansehen können. Für den Unterschenkel wird das in Folge der eigenthümlichen Gestalt desselben nicht zutreffen; wir haben in diesem Falle das Mittel genommen aus den beiden mittleren Durchmessern der Schnitte 8 (durch den Schwerpunkt des Unterschenkels allein) und 9 (durch den Schwerpunkt des »Unterschenkels + Fuss«); dasselbe beträgt 9,8 cm. Da für den betreffenden Körper die Länge des Oberschenkels 40,0 cm, die des Unterschenkels 41,5 cm und die des Oberarms 32,0 cm betrug, so hat man in diesem Falle als Verhältnisszahlen der mittleren Dicke des Gliedes zur Länge desselben für den

Oberschenkel .	0,355
Unterschenkel	0,235
Oberarm . .	0,29.

Für den Cadaver unserer jetzigen zweiten Versuchsreihe betrug nach der Tabelle auf S. 50 die

Länge des Oberschenkels	r:	35,9	cm
	l:	36,65	»
» » Unterschenkels	r:	37,9	»
	l:	37,1	»
» » Oberarms . .	r:	25,5	»
	l:	27,1	»

Daraus erhält man durch Multiplication mit den angegebenen Verhältnisszahlen für die mittlere Dicke dieser Glieder die allerdings nur approximativ gültigen Werthe:

		d	
mittlere Dicke des Oberschenkels	r:	12,75	cm
	l:	13,0	»
» » » Unterschenkels	r:	8,9	»
	l:	8,7	»
» » Oberarms . .	r:	7,4	»
	l:	7,9	»

Der Trägheitsradius in Bezug auf die Längsaxe des Gliedes besitzt nach der Tabelle auf S. 50 die Werthe für den

		$\varkappa_0$	
Oberschenkel . .	r:	4,55	cm
	l:	4,56	»
Unterschenkel . .	r:	3,12	»
	l:	3,05	»
Oberarm . . .	r:	2,79	»
	l:	2,74	»

Aus diesen beiden letzten Angaben erhält man aber als Werthe des Verhältnisses des Trägheitsradius $\varkappa_0$ für die Längsaxe zur mittleren Dicke d für den

		$\frac{\varkappa_0}{d}$
Oberschenkel . .	r:	0,36
	l:	0,35
Unterschenkel . .	r:	0,35
	l:	0,35
Oberarm	r:	0,38
	l:	0,35

Obgleich eine gewisse Willkürlichkeit in der Annahme liegt, dass bei den beiden Cadavern (Cadaver IV der Untersuchung über den Schwerpunkt und Cadaver II unserer jetzigen Versuchsreihen) das

Verhältniss zwischen der mittleren Dicke und der Länge der Extremitätenabschnitte dasselbe ist, so stellt sich doch eine überraschende Constanz des Verhältnisses zwischen Trägheitsradius und mittlerer Dicke heraus, nämlich in den meisten Fällen der Werth 0,35. Leider ist es nicht möglich gewesen, auch den Trägheitsradius des Unterarms allein für dessen Längsaxe zu bestimmen. Es steht aber zu erwarten, was bei Gelegenheit noch untersucht werden soll, dass sich auch für den Unterarm in Folge seiner Gestalt dasselbe Verhältniss herausstellt. Das gefundene Resultat kann man in den Satz zusammenfassen:

»Beim Oberschenkel, Unterschenkel, Oberarm (und voraussichtlich auch beim Unterarm) ist das Verhältniss zwischen dem Trägheitsradius in Bezug auf die Längsaxe und zwischen der mittleren Dicke des Gliedes dasselbe und besitzt annähernd den constanten Werth 0,35.«

Durch diesen Satz in Verbindung mit dem entsprechenden Satz auf S. 55 ist man nun in die Lage versetzt, am lebenden Menschen annähernd die Grössen der Trägheitsradien und Trägheitsmomente eines jeden Gliedes für alle Axen senkrecht zur Längsaxe und für die Längsaxe selbst abzuleiten. Man hat zu diesem Zwecke nur die Längen und die mittleren Dicken der Glieder zu messen. Bezeichnet l die Länge, d die mittlere Dicke, $\varkappa_0'$ den Trägheitsradius für eine Axe senkrecht zur Längsaxe und $\varkappa_0''$ den Trägheitsradius für die Längsaxe selbst so ist dann annähernd

$$\varkappa_0' = 0,3 \cdot l \text{ und } \varkappa_0'' = 0,35 \cdot d\,.$$

Um das Trägheitsmoment selbst abzuleiten, braucht man noch die Masse eines jeden Gliedes. In der Tabelle auf S. 50 finden sich die Massen für das Individuum unserer zweiten Versuchsreihe aufgezeichnet. Berechnet man in jedem Falle das Verhältniss μ der Masse des Körpertheils zur Gesammtmasse des Körpers, so erhält man die Werthe:

für		μ		μ
Kopf		0,088	oder	0,088
Rumpf		0,452		0,452
Oberschenkel . . .	r:	0,110	im Mittel:	0,110
	l:	0,109		
Unterschenkel . . .	r:	0,047		0,045
	l:	0,043		
Fuss	r:	0,021		0,021
	l:	0,021		
Oberarm	r:	0,028		0,028
	l:	0,029		
Unterarm + Hand .	r:	0,027		0,026
	l:	0,025		
	Summe:	1,000		

Bezeichnet man die am Lebenden bestimmbare Gesammtmasse des Körpers mit M, dann ist die Masse m jedes einzelnen Gliedes für einen ähnlich gebauten Körper

$$m = \mu \cdot M,$$

das Trägheitsmoment T' für eine Axe durch den Schwerpunkt senkrecht zur Längsaxe des Gliedes

$$T' = 0{,}09\ \mu M l^2$$

und das Trägheitsmoment T'' für die Längsaxe des Gliedes

$$T'' = 0{,}1225 \cdot \mu M d^2.$$

Dabei ist μ aus der obigen Tabelle zu entnehmen, während die Grössen M, l und d am Lebenden direct gemessen werden können.

Ableitung der Trägheitsmomente für jede beliebige Axe durch den Schwerpunkt.

Obgleich an jedem Glied nur der Trägheitsradius für die Längsaxe und für eine Axe durch den Schwerpunkt senkrecht zur Längsaxe bestimmt worden sind, so ist man dadurch doch in die Lage versetzt, den Trägheitsradius und das Trägheitsmoment für jede beliebige Axe durch den Schwerpunkt und in Folge dessen für jede beliebige Axe des Raumes überhaupt anzugeben.

Die erste Versuchsreihe hatte ergeben, dass die Trägheitsmomente für vier von einander verschiedene Axen durch den Schwerpunkt in der zur Längsaxe des Gliedes senkrechten Ebene, nicht nur beim Oberschenkel und Oberarm, sondern sogar bei der ganzen unteren und der ganzen oberen Extremität (vgl. S. 25), und daher auch beim Unterschenkel und Unterarm mit grosser Annäherung einander gleich sind.

Die allgemeine Theorie der Trägheitsmomente lehrt nun, dass schon, wenn die Trägheitsmomente in Bezug auf drei in einer Ebene liegende und durch denselben Punkt O hindurchgehende Axen gleich gross sind, dies für alle Trägheitsmomente in Bezug auf die in dieser Ebene liegenden Axen durch den Punkt O gilt (vgl. S. 67 u. 68.) Sie lehrt weiter, dass, wenn gleichzeitig das Trägheitsmoment für die zu jener Ebene senkrechte Axe durch den Punkt O unter allen Trägheitsmomenten für die Axen durch den Punkt O den grössten oder kleinsten Werth besitzt, dann auch alle Trägheitsmomente einander gleich sind, deren Axen mit der Senkrechten zu jener Ebene denselben Winkel bilden. Bezeichnet $\varkappa'$ den Trägheitsradius in Bezug auf irgend eine in jener Ebene liegende Axe durch den Punkt O, $\varkappa''$ den in Bezug auf die Senkrechte zu dieser Ebene durch O, so ergiebt sich für den Trägheitsradius $\varkappa$ in Bezug auf irgend eine andere Axe durch O, welche mit der Senkrechten den Winkel γ bildet:

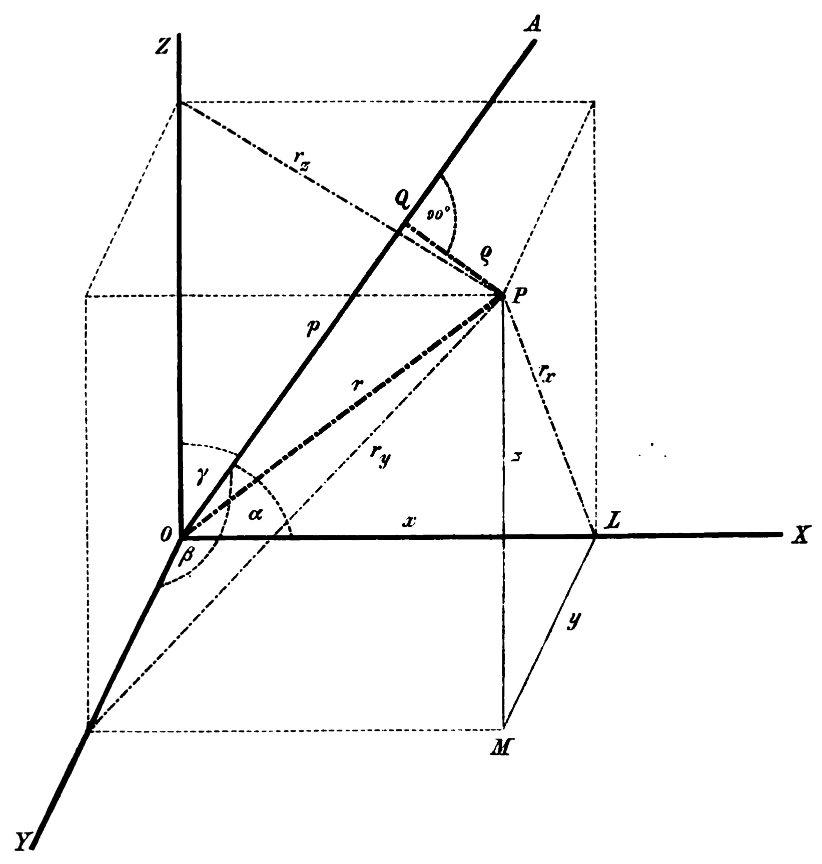
$$\varkappa = \sqrt{\varkappa'^2 \cdot \sin^2\gamma + \varkappa''^2 \cdot \cos^2\gamma}\,.$$

Zu diesem Resultat gelangt man auf folgende Weise:

In Figur 6 sei O der Anfangspunkt eines mit dem Körper fest verbundenen Coordinatensystems mit den Axen OX, OY, OZ.

OA sei irgend eine Gerade durch den Coordinatenanfangspunkt, welche mit den Coordinatenaxen die Winkel α, β, γ bildet.

Es seien ferner x, y, z die Coordinaten eines Massenpunktes P mit der Masse m und PQ das Loth von P auf die Gerade OA; dann wird durch die drei Punkte O, P und Q ein rechtwinkliges Dreieck bestimmt, dessen Hypotenuse $OP = r$ und dessen Katheten $PQ = \varrho$



Figur 6.

und $OQ = p$ sein mögen. Nun ist OQ die Projection der Strecke OP auf OA; diese Projection ist aber gleich der Projection des gebrochenen Linienzuges $OLMP$ auf OA. Da letzterer sich aus den Strecken $OL = x$, $LM = y$ und $MP = z$ zusammensetzt, welche mit OA bezüglich die Winkel α, β, γ bilden, so ist also die Projection $OQ = p$ zusammengesetzt aus den drei Projectionen $x \cos \alpha$, $y \cos \beta$ und $z \cos \gamma$, d. h. es ist

$$p = x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma .$$

Da ferner $OP = r$ sich durch die drei Coordinaten ausdrückt vermöge der Beziehung

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2,$$

so ist nach dem Pythagoräischen Lehrsatze:

$$\varrho^2 = (x^2 + y^2 + z^2) - (x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma)^2$$

oder

$$\varrho^2 = x^2(1 - \cos^2\alpha) + y^2(1 - \cos^2\beta) + z^2(1 - \cos^2\gamma) - 2yz\cos\beta\cos\gamma - 2zx\cos\gamma\cos\alpha - 2xy\cos\alpha\cos\beta.$$

Aus der Relation

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

folgt ferner

$$1 - \cos^2\alpha = \cos^2\beta + \cos^2\gamma$$
$$1 - \cos^2\beta = \cos^2\gamma + \cos^2\alpha$$
$$1 - \cos^2\gamma = \cos^2\alpha + \cos^2\beta.$$

Setzt man diese Werthe ein, so ergiebt sich bei geeigneter Zusammenfassung der Glieder:

$$\varrho^2 = (y^2 + z^2)\cos^2\alpha + (z^2 + x^2)\cos^2\beta + (x^2 + y^2)\cos^2\gamma - 2yz\cos\beta\cos\gamma - 2zx\cos\gamma\cos\alpha - 2xy\cos\alpha\cos\beta.$$

Beachtet man nun, dass $y^2 + z^2$, $z^2 + x^2$ und $x^2 + y^2$ die Quadrate der Entfernungen r_x, r_y und r_z des Punktes P von den drei Coordinatenaxen sind und fügt auf beiden Seiten dieser Relation die Masse m des Punktes P als Factor hinzu, so erhält man schliesslich:

$$m\varrho^2 = mr_x^2 \cdot \cos^2\alpha + mr_y^2 \cdot \cos^2\beta + mr_z^2 \cdot \cos^2\gamma - 2myz \cdot \cos\beta\cos\gamma - 2mzx \cdot \cos\gamma\cos\alpha - 2mxy \cdot \cos\alpha\cos\beta.$$

Da ϱ die Entfernung des Punktes P von der Geraden OA war, so drückt $m\varrho^2$ das Trägheitsmoment des Massenpunktes P in Bezug auf die Gerade OA als Axe aus; ferner bedeuten mr_x^2, mr_y^2 und mr_z^2 die Trägheitsmomente dieses Punktes in Bezug auf die drei zum Körper festen Coordinatenaxen. Die Grössen $\cos\alpha$, $\cos\beta$ und $\cos\gamma$ sind von der Lage des Punktes P unabhängig und behalten für jeden beliebigen anderen Massenpunkt ihre Werthe bei. Summirt man daher über alle Massenpunkte des Körpers, so kann man die Grössen $\cos^2\alpha$, $\cos^2\beta$, $\cos^2\gamma$, $2\cos\beta\cos\gamma$, $2\cos\gamma\cos\alpha$ und $2\cos\alpha\cos\beta$ als constante Factoren aus den einzelnen Summen heraussetzen und erhält:

$$\Sigma m\varrho^2 = \cos^2\alpha\ \Sigma m r_x^2 + \cos^2\beta\ \Sigma m r_y^2 + \cos^2\gamma\ \Sigma m r_z^2$$
$$- 2\cos\beta\cos\gamma\ \Sigma myz - 2\cos\gamma\cos\alpha\ \Sigma mzx - 2\cos\alpha\cos\beta\ \Sigma mxy\,.$$

Nun ist $\Sigma m\varrho^2$ das Trägheitsmoment T des ganzen Körpers in Bezug auf die Axe OA, ferner sind $\Sigma m r_x^2$, $\Sigma m r_y^2$ und $\Sigma m r_z^2$ die Trägheitsmomente des ganzen Körpers in Bezug auf die drei Coordinatenaxen. Da das Coordinatensystem zum Körper fest angenommen wurde, so sind diese drei letzteren Trägheitsmomente von der Lage der Axe OA unabhängig und bleiben dieselben, so lange das Coordinatensystem im Körper nicht verändert wird. Das Trägheitsmoment in Bezug auf die Axe OA dagegen hängt von der Richtung dieser Axe ab und ist, wie auch aus der Relation zu ersehen ist, eine Function der drei Winkel α, β, γ.

Σmyz, Σmzx und Σmxy sind drei Grössen, welche dagegen wieder von der Lage der Axe OA unabhängig sind und für jedes zum Körper fest angenommene Coordinatensystem einen constanten Werth besitzen. Nach RANKINE nennt man dieselben die Deviationsmomente des Körpers in Bezug auf die drei Coordinatenaxen.

Bezeichnet man die drei constanten Trägheitsmomente mit A, B, C und die drei constanten Deviationsmomente mit D, E, F, so geht obige Relation für das Trägheitsmoment T in Bezug auf die Axe OA über in:

$$T = A\cos^2\alpha + B\cos^2\beta + C\cos^2\gamma - 2D\cos\beta\cos\gamma - 2E\cos\gamma\cos\alpha$$
$$- 2F\cos\alpha\cos\beta\,.$$

Daraus geht also hervor, dass zur Bestimmung des Trägheitsmomentes eines Körpers für alle durch einen Punkt O hindurchgehenden Axen die Kenntniss sowohl der drei Trägheitsmomente als auch der drei Deviationsmomente für die Axen eines zum Körper festen, im Uebrigen aber ganz beliebig gelegenen rechtwinkligen Coordinatensystems mit dem Anfangspunkt O erforderlich ist.

Es lässt sich nun zeigen, dass bei geeigneter Orientirung des zum Körper festen Coordinatensystems die Aufgabe sich wesentlich vereinfacht. Für eine bestimmte Lage des Coordinatensystems erhalten nämlich die drei Deviationsmomente den Werth 0, so dass zur Bestimmung eines beliebigen Trägheitsmomentes T nur noch die Kenntniss der Werthe der drei Trägheitsmomente in Bezug auf die Axen dieses ausgezeichneten Coordinatensystems nöthig ist.

Dieses Resultat lässt sich in sehr anschaulicher Weise ableiten, wenn man eine geometrische Interpretation der obigen Relation für T verwendet, welche zuerst von Cauchy angegeben und deren wichtige Bedeutung für die Mechanik von Poinsot erkannt worden ist.

Dividirt man nämlich beide Seiten der Relation durch das Trägheitsmoment T, so ergiebt sich

$$1 = A\frac{\cos^2\alpha}{T} + B\frac{\cos^2\beta}{T} + C\frac{\cos^2\gamma}{T} - 2D\frac{\cos\beta\cos\gamma}{T} - 2E\frac{\cos\gamma\cos\alpha}{T} - 2F\frac{\cos\alpha\cos\beta}{T}.$$

Denkt man sich nun auf der Axe OA von O aus eine Strecke abgetragen, deren Länge numerisch gleich dem Werthe von $\frac{1}{\sqrt{T}}$ ist, so sind die drei Coordinaten x, y, z des Endpunktes dieser Strecke

$$x = \frac{1}{\sqrt{T}}\cos\alpha, \qquad y = \frac{1}{\sqrt{T}}\cos\beta, \qquad z = \frac{1}{\sqrt{T}}\cos\gamma,$$

denn OA bildet ja mit den Coordinatenaxen die Winkel α, β, γ.

Dann ist aber

$$\frac{\cos^2\alpha}{T} = x^2, \qquad \frac{\cos^2\beta}{T} = y^2, \qquad \frac{\cos^2\gamma}{T} = z^2,$$

$$\frac{\cos\beta\cos\gamma}{T} = yz, \qquad \frac{\cos\gamma\cos\alpha}{T} = zx, \qquad \frac{\cos\alpha\cos\beta}{T} = xy,$$

und es geht die obige Relation über in

$$1 = Ax^2 + By^2 + Cz^2 - 2Dyz - 2Ezx - 2Fxy.$$

Diese Relation zwischen den Coordinaten x, y, z des Endpunktes der auf der Axe OA abgetragenen Strecke von der Länge $\frac{1}{\sqrt{T}}$ besteht aber für jede beliebige Richtung der Axe OA. Fasst man nun x, y, z als variabele Punktcoordinaten auf, so stellt diese Relation die Gleichung einer Fläche zweiter Ordnung dar, d. h. aber die Endpunkte aller Strecken von der Grösse $\frac{1}{\sqrt{T}}$, welche auf den zugehörigen Axen von O aus abgetragen sind, liegen auf einer Fläche zweiter Ordnung. Die drei Coordinaten x, y, z können nun für keinen Punkt der Fläche unendlich gross werden, denn dazu

wäre nöthig, dass T den Werth 0 annähme, was nur möglich ist, wenn der ganze Körper sich auf eine gerade Linie oder einen einzigen Punkt reducirt. Da dieser Fall selbstverständlich für uns ausgeschlossen ist, so können keine Punkte der Fläche ins Unendliche fallen, d. h. aber die Fläche zweiter Ordnung muss nothwendiger Weise ein Ellipsoid[1]) sein, denn dies ist die einzige Fläche zweiter Ordnung, welche überall im Endlichen verläuft. Der Mittelpunkt dieses im Allgemeinen dreiaxigen Ellipsoids fällt mit dem Coordinatenanfangspunkt zusammen.

Man hat also den Satz:

Denkt man sich auf allen Strahlen, welche von einem festen Punkte O eines Körpers ausgehen, von O aus Strecken abgetragen, welche den reciproken Werthen der Quadratwurzel aus dem Trägheitsmoment des Körpers in Bezug auf jeden Strahl als Axe numerisch gleich sind, so liegen die Endpunkte aller dieser Strecken auf einem Ellipsoid. Man nennt dasselbe das Trägheitsellipsoid des Körpers für den Punkt O. Ist insbesondere der Punkt O der Schwerpunkt des Körpers, so führt es den Namen Centralträgheitsellipsoid des Körpers.

Diese geometrische Interpretation der Trägheitsmomente für die Axen eines Punktes verleiht nicht nur der Grössenvertheilung der Trägheitsmomente eines Körpers einen hohen Grad von Anschaulichkeit, sondern sie erledigt zugleich die ganze Theorie der Vertheilung der Trägheitsmomente im Körper, indem die letztere auf diese Weise an eine vollständig ausgebildete und durchgearbeitete geometrische Theorie, nämlich die Theorie der Flächen zweiter Ordnung angeschlossen worden ist. Jeder Satz über die Halbaxen des Ellipsoids liefert zugleich einen Satz über die Trägheitsmomente. So sind z. B. unter allen Halbaxen des Ellipsoids drei auf einander senkrecht stehende dadurch ausgezeichnet, dass die Grösse der einen ein Maximum, die einer zweiten ein Minimum ist, während die dritte

---

1) Ein Ellipsoid ist eine geschlossene Fläche, die die Eigenschaft besitzt, dass alle ebenen Schnittcurven derselben Ellipsen sind, welche in einigen Fällen in Kreise übergehen. Die Oberfläche eines Eies würde z. B. ein Ellipsoid darstellen, wenn der Längsquerschnitt desselben eine genaue Ellipse wäre, und zwar wäre es dann nicht ein allgemeines, dreiaxiges Ellipsoid, sondern ein Rotationsellipsoid.

einen mittleren Werth[1] besitzt. Diese drei Halbaxen nennt man die Hauptaxen des Ellipsoids. Dementsprechend werden unter allen durch einen Punkt O gehenden Geraden drei auf einander senkrecht stehende dadurch ausgezeichnet sein, dass von den drei zu ihnen gehörenden Trägheitsmomenten das eine ein Minimum, ein zweites ein Maximum wird, während das dritte einen mittleren Werth besitzt. Diese drei Geraden nennt man die Hauptträgheitsaxen des Punktes O. Bezieht man die Gleichung des Ellipsoids auf die drei Hauptaxen desselben als Coordinatenaxen, so nimmt sie die einfache Gestalt an

$$1 = A'x^2 + B'y^2 + C'z^2 ,$$

wo A', B', C', welche natürlich von A, B, C verschieden sind, für das neue Coordinatensystem constante Werthe besitzen. Daraus geht aber hervor, dass, wenn man die Hauptaxen des Trägheitsellipsoids oder, was dasselbe, die Hauptträgheitsaxen für den Punkt O als Coordinatenaxen wählt, die Relation zur Bestimmung von T die einfache Gestalt annimmt

$$T = A' \cos^2\alpha + B' \cos^2\beta + C' \cos^2\gamma ,$$

wo A', B', C' die Trägheitsmomente in Bezug auf die drei Hauptträgheitsaxen des Punktes O sind. Die drei letzten Glieder sind ganz aus der Relation herausgefallen, das heisst aber, die drei Deviationsmomente für die Hauptträgheitsaxen nehmen den Werth 0 an. Die Trägheitsmomente in Bezug auf die drei Hauptträgheitsaxen nennt man die Hauptträgheitsmomente und ihre Radien die Hauptträgheitsradien des Punktes O.

Bezeichnet man die drei Hauptträgheitsradien mit $\varkappa_x$, $\varkappa_y$, $\varkappa_z$, den Trägheitsradius für die beliebige Axe OA mit $\varkappa$ und die Gesammtmasse des Körpers mit M, so dass also

$$T = M\varkappa^2 , \quad A' = M\varkappa_x^2 , \quad B' = M\varkappa_y^2 \text{ und } C' = M\varkappa_z^2 ,$$

so erhält man durch Einsetzen dieser Werthe und gleichzeitiger Division mit M aus der oben stehenden Relation

$$\varkappa^2 = \varkappa_x^2 \cdot \cos^2\alpha + \varkappa_y^2 \cdot \cos^2\beta + \varkappa_z^2 \cdot \cos^2\gamma .$$

Es sind also zur Bestimmung des Trägheitsmomentes und Trägheitsradius für eine beliebige Axe durch den Punkt O nur drei Bestimmungsstücke erforderlich, nämlich die drei Hauptträgheitsmomente resp. Hauptträgheitsradien für den Punkt O.

Sind insbesondere zwei von den drei Hauptträgheitsradien einander gleich, etwa $\varkappa_y = \varkappa_x$, so geht die Relation über in

$$\varkappa^2 = \varkappa_x^2 (\cos^2\alpha + \cos^2\beta) + \varkappa_z^2 \cos^2\gamma$$

oder, da $\cos^2\alpha + \cos^2\beta = 1 - \cos^2\gamma = \sin^2\gamma$ ist:

$$\varkappa^2 = \varkappa_x^2 \cdot \sin^2\gamma + \varkappa_z^2 \cdot \cos^2\gamma\,.$$

Das zugehörige Trägheitsellipsoid ist in diesem Falle in ein Rotationsellipsoid übergegangen, dessen Rotationsaxe die Z-Axe ist. Die in der XY-Ebene liegenden Halbaxen sind dann alle einander gleich. Daraus geht hervor, dass auch alle Trägheitsradien, resp. Trägheitsmomente einander gleich werden, deren Axen mit den beiden gleichen Hauptträgheitsaxen in einer Ebene liegen. Von den beiden von einander verschiedenen Hauptträgheitsradien $\varkappa_x$ und $\varkappa_z$ besitzt einer den grössten, der andere den kleinsten Werth unter allen Trägheitsradien für Axen durch den Punkt O. Aus diesen beiden Hauptträgheitsradien kann man nun in diesem besonderen Falle alle anderen Trägheitsradien berechnen.

Aus dem Vorhergehenden ist ersichtlich, dass zur Bestimmung der Trägheitsmomente für alle Axen durch einen Punkt O vor allen Dingen die Aufsuchung der drei Hauptträgheitsaxen erforderlich ist. Dies läuft aber auf die stets lösbare geometrische Aufgabe hinaus, von einem gegebenen Ellipsoid die Lage der drei Hauptaxen zu bestimmen. Man kann nun zuweilen das Resultat dieser Bestimmung voraussagen. So lässt sich in vielen Fällen aus der Gestalt und Massenvertheilung des Körpers erkennen, dass für eine bestimmte Gerade das Trägheitsmoment ein Maximum oder Minimum ist, wie z. B. bei homogenen Rotationskörpern für die Rotationsaxe, dann ist diese Gerade eine Hauptträgheitsaxe für irgend einen Punkt, durch welchen sie hindurchgeht.

Man kann ferner oft voraussagen, dass die Trägheitsmomente für mehr als zwei in einer Ebene liegende Axen eines Punktes O gleich sind, dann gilt das für alle Axen in derselben Ebene durch den Punkt O. (Dies erkennt man sofort bei Zuratheziehung des Trägheitsellipsoids. Den drei gleichen Trägheitsmomenten für drei Axen in einer Ebene entsprechen drei gleich grosse Halbaxen des Ellipsoids in einer Ebene Da die dieser Ebene entsprechende Schnittcurve des Ellipsoids eine Ellipse ist, so würde also diese Ellipse

drei gleich grosse Halbaxen besitzen; das ist nur möglich, wenn dieselbe in einen Kreis übergegangen ist, d. h. wenn alle Halbaxen in der betreffenden Ebene gleich gross sind.) Kann man nun gleichzeitig voraussagen, dass das Trägheitsmoment, welches der Senkrechten zu der Ebene im Punkte *O* angehört, ein Maximum oder Minimum ist, so ist das entsprechende Trägheitsellipsoid ein Rotationsellipsoid.

Bei den Extremitäten und Extremitätenabschnitten des menschlichen Körpers hat sich nun herausgestellt, dass die Trägheitsmomente für vier in einer zur Längsaxe senkrecht stehenden Ebene gelegenen Axen durch den Schwerpunkt mit grosser Annäherung gleich sind, die Gestalt eines jeden Gliedes lässt ferner auf den ersten Blick erkennen, dass die Masse um die Längsaxe am dichtesten herumgelagert ist, und dass in Folge dessen mit grosser Annäherung das Trägheitsmoment in Bezug auf die Längsaxe eines Gliedes den kleinsten Werth besitzt — wir sind also hier in der Lage, vorauszusagen, dass das Trägheitsellipsoid für den Schwerpunkt, d. h. also das Centralträgheitsellipsoid eines jeden Gliedes ein Rotationsellipsoid ist. Aus diesem Grunde sind die beiden Bestimmungen des Trägheitsmomentes in Bezug auf eine zur Längsaxe senkrechte Axe und des Trägheitsmomentes in Bezug auf die Längsaxe selbst ausreichend für die weitere Bestimmung der Trägheitsmomente in Bezug auf alle Axen durch den Schwerpunkt. Bezeichnet $\varkappa_0'$ den Trägheitsradius für eine Axe senkrecht zur Längsaxe und $\varkappa_0''$ den für die Längsaxe selbst, so folgt für den Trägheitsradius $\varkappa_0$ für eine Axe durch den Schwerpunkt, welche mit der Längsaxe den Winkel γ bildet, nach der Relation auf S. 67

$$\varkappa_0 = \sqrt{\varkappa_0'^2 \sin^2\gamma + \varkappa_0''^2 \cos^2\gamma}\,.$$

So werthvoll die Einführung des Trägheitsellipsoids für die Trägheitsmomente und ihre mechanische Verwendung ist, so anschaulich es die Vertheilung der Trägheitsmomente für alle Axen durch einen beliebigen Punkt eines Körpers macht, so liegt doch, wenn man die absolute Grösse eines jeden Trägheitsmomentes daraus ersehen will, eine gewisse Schwierigkeit für die Anschauung in dem Umstande, dass die Halbaxen des Ellipsoids nur ein Maass abgeben für den

reciproken Werth der Quadratwurzel aus dem Trägheitsmoment oder, mit anderen Worten, für den reciproken Werth des Trägheitsradius selbst. Man hat sich in Folge dessen die Grössenverhältnisse geradezu umzukehren. Der grösseren Halbaxe des Ellipsoids entspricht das kleinere Trägheitsmoment, der kleinsten der drei Hauptaxen entspricht das Maximum, der grössten der drei Hauptaxen das Minimum des Trägheitsmomentes resp. Trägheitsradius u. s. w.

Eine mehr directe Anschauung der Grösse eines einzelnen Trägheitsmomentes bekommt man, wenn man auf jeder Axe durch O die Länge des Trägheitsradius selbst aufträgt. Die Endpunkte aller dieser Strecken bilden dann wieder eine Fläche, welche nur den einen Nachtheil besitzt, dass sie keine der allbekannten Flächen der zweiten Ordnung ist. Die Gleichung dieser Fläche ist nach S. 66 gegeben durch die Relation:

$$\varkappa^2 = \varkappa_x^2 \cos^2\alpha + \varkappa_y^2 \cos^2\beta + \varkappa_z^2 \cos^2\gamma\,.$$

Multiplicirt man beiderseits mit $\varkappa^2$ und beachtet, dass für die laufenden Coordinaten x, y, z dieser Fläche

$$\varkappa^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

und $$\varkappa^2 \cos^2\alpha = x^2\,, \qquad \varkappa^2 \cos^2\beta = y^2\,, \qquad \varkappa^2 \cos^2\gamma = z^2,$$

ist, so lautet die Gleichung der Fläche in rechtwinkligen Coordinaten

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = \varkappa_x^2 x^2 + \varkappa_y^2 y^2 + \varkappa_z^2 z^2\,,$$

wobei $\varkappa_x$, $\varkappa_y$ und $\varkappa_z$ die constanten Hauptträgheitsradien bedeuten. Da hier x, y, z bis zur vierten Potenz auftreten, so ist die Fläche von der vierten Ordnung. Dieselbe hängt aber, wie beiläufig angeführt sein möge, sehr eng mit einem Ellipsoid zusammen, nämlich mit dem, welches man erhält, wenn man die drei Hauptträgheitsradien selbst (nicht ihre reciproken Werthe) als Hauptaxen benutzt. (Es ist dieses Ellipsoid also keineswegs identisch mit dem Trägheitsellipsoid.) Denkt man sich in jedem Punkte dieses Ellipsoids die Tangentenebene construirt und auf dieselbe vom Mittelpunkte des Ellipsoids aus das Loth gefällt, so werden die Fusspunkte dieser Lothe im Allgemeinen ausserhalb des Ellipsoids liegen. Diese Fusspunkte bilden in ihrer Gesammtheit eine Fläche, welche das Ellipsoid umhüllt und die F u s s p u n k t f l ä c h e desselben genannt wird. Diese Fusspunktfläche besitzt nun gerade die obige Gleichung und ist daher identisch mit der Fläche, welche durch die Endpunkte der auf den Axen abgetragenen Trägheitsradien gebildet

wird. Sind insbesondere die beiden Hauptträgheitsaxen $\varkappa_x$ und $\varkappa_y$ einander gleich, so geht, ebenso wie das Trägheitsellipsoid, auch das Ellipsoid, dessen Hauptaxen die Hauptträgheitsaxen sind, in ein Rotationsellipsoid über, und die Fusspunktfläche desselben wird dann ebenfalls eine Rotationsfläche. Wie das Rotationsellipsoid durch Rotation der Ellipse mit den beiden Hauptträgheitsaxen $\varkappa_x$ und $\varkappa_z$ als Hauptaxen entstanden ist, so entsteht die zugehörige Fusspunktfläche durch Rotation der zu der Ellipse gehörenden Fusspunktcurve, d. h. der Curve, welche die Fusspunkte aller vom Mittelpunkte der Ellipse auf die Tangenten derselben gefällten Perpendikel verbindet. Die Gleichung dieser Curve ist in Polarcoordinaten

$$\varkappa^2 = \varkappa_x^2 \sin^2\gamma + \varkappa_z^2 \cos^2\gamma .$$

Da dieser Fall für die Axen durch den Schwerpunkt bei allen Gliedern des menschlichen Körpers eintritt, so gewinnt man schon einen vollständigen Einblick in die Grössenverhältnisse der Trägheitsmomente für alle Axen durch den Schwerpunkt eines Gliedes, wenn man sich diese Fusspunktcurve für jeden Fall construirt.

Für den Trägheitsradius $\varkappa_0'$ in Bezug auf eine Axe senkrecht zur Längsaxe und den Trägheitsradius $\varkappa_0''$ in Bezug auf die Längsaxe, welche in diesem Falle die beiden Hauptträgheitsradien sind, hat man aus der Tabelle auf S. 50 im Mittel von den Werthen beider Körperseiten folgende Werthe (in Centimetern):

für	$\varkappa_0'$	$\varkappa_0''$
Oberschenkel	11,22	4,56
Unterschenkel . . .	9,41	3,09
Oberarm	7,87	2,77
Unterarm + Hand . .	10,84	2,73

Die Formeln zur Berechnung des Trägheitsradius $\varkappa_0$ für jede beliebige Axe durch den Schwerpunkt, welche mit der Längsaxe des Gliedes den spitzen Winkel γ bilden möge, lauten daher für

Oberschenkel . . $\varkappa_0 = \sqrt{11{,}22^2 \cdot \sin^2\gamma + 4{,}56^2 \cdot \cos^2\gamma}$

Unterschenkel . . $\varkappa_0 = \sqrt{9{,}41^2 \cdot \sin^2\gamma + 3{,}09^2 \cdot \cos^2\gamma}$

Oberarm . . . . $\varkappa_0 = \sqrt{7{,}87^2 \cdot \sin^2\gamma + 2{,}77^2 \cdot \cos^2\gamma}$

Unterarm + Hand . $\varkappa_0 = \sqrt{10{,}84^2 \cdot \sin^2\gamma + 2{,}73^2 \cdot \cos^2\gamma}$.

Es sind nun für alle Winkel von 5° zu 5° die Werthe der Trägheitsradien $\varkappa_0$ berechnet und in folgender Tabelle niedergelegt worden.

Die Werthe der Trägheitsradien $\varkappa_0$ für Axen durch den Schwerpunkt, welche mit der Längsaxe des Gliedes den Winkel γ bilden (von 5° zu 5°).

(In Centimetern.)

Winkel γ der Axe mit der Längsaxe des Gliedes	Oberschenkel	Unterschenkel	Oberarm	Unterarm + Hand
0°	4,56	3,09	2,77	2,73
5°	4,65	3,19	2,84	2,88
10°	4,89	3,45	3,05	3,28
15°	5,28	3,85	3,36	3,85
20°	5,75	4,34	3,74	4,51
25°	6,29	4,86	4,17	5,21
30°	6,86	5,41	4,61	5,91
35°	7,44	5,96	5,05	6,61
40°	8,01	6,50	5,49	7,28
45°	8,56	7,00	5,90	7,90
50°	9,08	7,48	6,29	8,49
55°	9,56	7,91	6,64	9,02
60°	9,98	8,29	6,95	9,49
65°	10,35	8,63	7,23	9,89
70°	10,66	8,91	7,46	10,23
75°	10,90	9,12	7,64	10,49
80°	11,08	9,28	7,77	10,69
85°	11,18	9,38	7,84	10,80
90°	11,22	9,41	7,87	10,84

Diese Werthe gelten für alle Axen, welche mit der Längsaxe den betreffenden spitzen Winkel γ bilden, gleichgültig in welcher Ebene durch die Längsaxe sie liegen.

Um ein deutliches Bild von den Grössenverhältnissen dieser Trägheitsradien zu ermöglichen, sind in den Tafeln I bis IV die betreffenden Längen in wahrer Grösse auf der Richtung der zugehörigen Axen aufgetragen worden. Durch die Curve, welche die Endpunkte der Strecken verbindet, kann man gleichzeitig die Grössen für die

zwischen liegenden Axen erkennen. Tafel I gibt die Verhältnisse beim Oberschenkel, Tafel II, III und IV die beim Unterschenkel, Oberarm und dem System »Unterarm + Hand«. Denkt man sich jede dieser Figuren um die Längsaxe des Gliedes herumgedreht, so erhält man einen Ueberblick über die Grössen der Trägheitsradien für alle Axen des Raumes durch den Schwerpunkt S eines jeden Gliedes.

Unter allen Trägheitsmomenten für die Axen durch den Schwerpunkt hat also bei allen Gliedern das für die Längsaxe den kleinsten Werth. Da jede Axe durch den Schwerpunkt eines Körpers unter allen Axen derselben Richtung das kleinste Trägheitsmoment aufweist, so ist das Trägheitsmoment für die Längsaxe eines Gliedes des menschlichen Körpers überhaupt das kleinste, welches das Glied haben kann. Im Gegensatz dazu besitzen die Axen durch den Schwerpunkt senkrecht zur Längsaxe unter allen Schwerpunktsaxen das grösste Trägheitsmoment.

Für Fuss, Kopf und Rumpf sind leider die experimentell bestimmten Daten nicht ausreichend, um das Trägheitsmoment für jede beliebige Axe durch den Schwerpunkt mit Sicherheit ableiten zu können. So lange diese fehlenden Daten nicht beigebracht sind, kann man sich vielleicht in diesen Fällen mit einigen Annahmen behelfen, deren Gültigkeit innerhalb gewisser Grenzen wahrscheinlich ist.

Legen wir im Fuss ein rechtwinkliges Coordinatensystem in der Weise fest, dass die X-Axe sowohl senkrecht auf der Längsaxe des Fusses als auch auf der Längsaxe des Unterschenkels bei mittlerer Haltung des Fusses steht, dass ferner die Y-Axe auch senkrecht zur Längsaxe des Fusses gerichtet ist, aber in die durch die Längsaxen von Fuss und Unterschenkel bestimmte Ebene fällt, und dass endlich die Z-Axe mit der Längsaxe des Fusses, d. h. mit der Verbindungslinie vom Mittelpunkt des Talo-cruralgelenks mit der Fussspitze, zusammenfällt, und bezeichnen $\varkappa_x$, $\varkappa_y$, $\varkappa_z$ die zu den drei Coordinatenaxen gehörenden Trägheitsradien, so ist aus der Tabelle auf S. 50 nur direct der Werth von $\varkappa_x$ bekannt. Als Mittel aus den beiden Werthen für die rechte und linke Seite ergibt sich $\varkappa_x = 5{,}94$ cm. Der andere für den Fuss experimentell bestimmte Trägheitsradius entspricht nicht der Y-Axe selbst, sondern einer Axe, welche mit derselben einen Winkel von

ca. 30° bildet. Da der direct bestimmte zweite Trägheitsradius im Mittel eine Grösse von 6,23 cm besitzt, und da andererseits aus der Gestalt des Fusses mit Sicherheit hervorgeht, dass der Trägheitsradius für unsere Y-Axe noch grösser ist, so fofgt aus dem Vergleiche mit dem Werth von $\varkappa_x$, dass für den Fuss die beiden Trägheitsradien für die Axen senkrecht zur Längsaxe nicht gleich gross sind, dass also in diesem Falle das Trägheitsellipsoid voraussichtlich kein Rotationsellipsoid ist. Berechnet man nun, dass z. B. beim Unterschenkel (vgl. die Tabelle auf S. 71) der Trägheitsradius für die Axe senkrecht der Längsaxe 9,41 cm und für eine um 30° dazu geneigte Axe 8,29 cm beträgt, so wird man ungefähr annehmen können, dass der Trägheitsradius für die Y-Axe im Fuss nahezu die Grösse von 7 cm besitzt. Hätte man beispielsweise auch für den Oberschenkel nur den Trägheitsradius von 9,98 cm für die Axe bestimmt, welche um 30° gegen die Senkrechte zur Längsaxe geneigt ist, so würde man durch dasselbe Verfahren auf den abgerundeten Werth von 11 cm für die Senkrechte zur Längsaxe beim Oberschenkel gekommen sein, was sich von der wirklichen Grösse 11,22 cm nicht sehr entfernt. Es ist nun sehr wahrscheinlich, dass dieser Werth von 7 cm für den Trägheitsradius des Fusses das Maximum ist; andererseits wird man sich auch wohl nicht sehr von der Wahrheit entfernen, wenn man in dem Trägheitsradius $\varkappa_z$ für die Z-Axe, d. h. also für die Längsaxe des Fusses das Minimum sieht. Demnach würden die drei Trägheitsradien $\varkappa_x$, $\varkappa_y$, $\varkappa_z$ die drei Hauptträgheitsradien für den Fuss repräsentiren. Schätzt man den Trägheitsradius $\varkappa_z$, für dessen Grösse man noch weniger Anhalt besitzt als für die von $\varkappa_y$, nach Analogie der Verhältnisse beim Unterschenkel etwa auf ein Drittel des durchschnittlichen Werthes der anderen beiden Trägheitsradien, also abgerundet auf 2 cm, so würde sich zur Bestimmung des Trägheitsradius $\varkappa$ für jede beliebige Axe durch den Schwerpunkt des Fusses, welche mit den drei Hauptträgheitsaxen die Winkel α, β, γ bildet, die allerdings nur approximativ gültige Relation ergeben:

$$\varkappa^2 = 36 \cos^2\alpha + 49 \cos^2\beta + 4 \cos^2\gamma,$$

wobei der Werth von $\varkappa_x$ auf 6 cm abgerundet ist. Wenn diese Relation auch nicht genau die thatsächlichen Verhältnisse wiedergeben wird, so kann sie doch wenigstens, so lange keine genaueren

Bestimmungen vorliegen, ein ungefähres Bild der Vertheilung der Trägheitsmomente des Fusses geben.

Für den Kopf haben wir noch weniger Daten durch directe Messung gewonnen. Wir kennen nur den Trägheitsradius für die bei gerader Haltung des Kopfes horizontal und gleichzeitig frontal verlaufende Axe durch den Schwerpunkt. Man wird indess keinen zu grossen Fehler begehen, wenn man vorläufig den Kopf in Bezug auf die Trägheitsmomente als homogene Kugel behandelt und in Folge dessen alle Trägheitsradien für die Axen des Schwerpunktes gleich gross annimmt.

Anders verhält es sich mit dem Rumpf. Auch bei diesem haben wir nur das Trägheitsmoment für eine Axe bestimmt, nämlich für diejenige durch den Schwerpunkt, welche parallel der Hüftaxe gerichtet ist. Es reicht diese Bestimmung aus, wenn es sich um die Drehung des Rumpfes um die Hüftaxe selbst handelt, sie genügt aber nicht, sobald z. B. die relative Bewegung des Rumpfes zum Kopf in Betracht kommt. Da der Rumpf derjenige Körpertheil ist, welcher am meisten unter den von uns isolirt untersuchten Abschnitten des Körpers Deformationen und Veränderungen der Lagerung der Massentheilchen im Innern unterworfen ist, so würde sich ein allgemeines Gesetz über das Grössenverhältniss der verschiedenen Trägheitsmomente des Rumpfes auch nur innerhalb gewisser Grenzen aufstellen lassen. So lange keine Untersuchung der Veränderung der Trägheitsmomente bei den Gestaltsveränderungen des Rumpfes vorliegt, wird man die den Resultaten gesteckten Genauigkeitsgrenzen wahrscheinlich nicht überschreiten, wenn man annimmt, dass beim Rumpf in Folge seiner Gestalt dasselbe Gesetz gilt, wie bei den grösseren Extremitätenabschnitten, dass nämlich mit gewisser Annäherung die Trägheitsmomente für alle durch den Schwerpunkt hindurchgehenden Axen, welche senkrecht auf der Längsaxe des Rumpfes stehen, gleich sind. Das Trägheitsmoment für die Längsaxe selbst wird wieder kleiner sein als alle übrigen und man wird daher wieder als Trägheitsellipsoid für den Schwerpunkt ein Rotationsellipsoid besitzen, dessen Rotationsaxe mit der Längsaxe des Rumpfes zusammenfällt. Bedenkt man nun, dass beim Rumpf der Unterschied zwischen der mittleren Dicke und der Länge nicht so gross ist, wie bei den Extremitätenabschnitten, so muss man annehmen, dass auch der Unter-

schied zwischen dem Trägheitsradius für die Längsaxe und dem für eine zur Längsaxe senkrechte Axe durch den Schwerpunkt kleiner ist. Es wird der erstere vielleicht ungefähr halb so gross wie der letztere sein, während bei den Extremitätenabschnitten der Werth dieses Verhältnisses im Durchschnitt $\frac{1}{3}$ war.

Der Trägheitsradius $\varkappa_0'$ für die Axe senkrecht zur Längsaxe beträgt nach der Tabelle auf S. 50 $\varkappa_0' = 16{,}73$ cm, daher wird der Trägheitsradius für die Längsaxe abgerundet den Werth $\varkappa_0'' = 8{,}5$ cm besitzen. Für jeden anderen Trägheitsradius $\varkappa_0$ in Bezug auf eine Axe durch den Schwerpunkt würde dann annähernd die Relation folgen:

$$\varkappa_0^2 = 280 \sin^2\gamma + 72 \cos^2\gamma ,$$

wobei γ den Winkel zwischen der Axe und der Längsaxe des Rumpfes bedeutet.

Wenn wir uns auch bewusst sind, dass die über Fuss, Kopf und Rumpf gemachten Annahmen zunächst nur ganz annähernde Gültigkeit beanspruchen können und noch sehr der Bestätigung durch weitere Versuchsreihen bedürfen, so gewähren doch die aus diesen Annahmen abgeleiteten Resultate zusammen mit den für die Extremitäten auf rein empirischem Wege gewonnenen und daher bis zu gewissem Grade sicheren Resultaten einen orientirenden Ueberblick über die Grössenvertheilung der Trägheitsmomente in allen grösseren Abschnitten des menschlichen Körpers. In dieser Hinsicht dürften wohl auch die Resultate für Fuss, Kopf und Rumpf, so lange nichts Sichereres an ihre Stelle gesetzt ist, einen gewissen Werth beanspruchen können.

Ableitung der Trägheitsmomente für jede beliebige Axe des Raumes.

Nachdem die Trägheitsmomente für alle Axen durch den Schwerpunkt eines jeden Körpertheils bestimmt worden sind, lassen sich dieselben auch für alle Axen des Raumes, welche nicht durch den Schwerpunkt hindurchgehen, angeben. Man hat zu diesem Zwecke nur den auf S. 16 und ff. abgeleiteten Satz anzuwenden, dass das Trägheitsmoment T für irgend eine Axe des Raumes, welche vom Schwerpunkte des Körpers die Entfernung e besitzt, durch das Trägheitsmoment T_0 für die zu ihr parallele Axe ausgedrückt wird vermöge der Relation

$$T = T_0 + Me^2,$$

unter M die Gesammtmasse des Körpers verstanden. Bezeichnet $\varkappa$ den Trägheitsradius für T, während $\varkappa_0$ den Trägheitsradius für T_0 ausdrücken soll, so besteht zwischen diesen beiden Trägheitsradien und der Entfernung e der Axe vom Schwerpunkt die Relation:

$$\varkappa^2 = \varkappa_0^2 + e^2.$$

Es ist also das Trägheitsmoment und der Trägheitsradius für irgend eine Axe ausserhalb des Schwerpunktes immer grösser als für die dazu parallele Axe durch den Schwerpunkt.

Bei der Bewegung der einzelnen Glieder des menschlichen Körpers zu einander kommen nun hauptsächlich die Trägheitsmomente in Betracht, welche sich auf Gelenkaxen beziehen. Da der Schwerpunkt in der Längsaxe eines jeden Gliedes liegt, so erfährt das Trägheitsmoment für die Längsaxe keine Aenderung, wenn man vom Schwerpunkte zu dem Mittelpunkt eines der das Glied begrenzenden Gelenke übergeht. Dagegen werden alle anderen Trägheitsmomente grösser. Es sind nun wieder alle Trägheitsmomente gleich, welche zu solchen Gelenkaxen gehören, die senkrecht auf der Längsaxe des Gliedes stehen. Denn alle diese Axen besitzen denselben Abstand vom Schwerpunkt, nämlich die Strecke vom Schwerpunkt bis zum Gelenkmittelpunkt. Bezeichnet man den Trägheitsradius für eine Gelenkaxe, welche senkrecht zur Längsaxe steht, mit

$\varkappa'$, den für die Längsaxe mit $\varkappa''$, während $\varkappa_0'$ und $\varkappa_0''$ wie früher die Trägheitsradien für zwei zu diesen parallele Axen durch den Schwerpunkt bedeuten sollen, so ist

$$\varkappa'^2 = \varkappa_0'^2 + e^2 \quad \text{und} \quad \varkappa''^2 = \varkappa_0''^2$$

(die Axen für $\varkappa''$ und $\varkappa_0''$ sind ein und dieselbe, nämlich die Längsaxe des Gliedes).

Da der Satz über die Gewinnung des Trägheitsradius für irgend eine durch einen Punkt gehende Axe aus den Werthen der drei oder zwei Hauptträgheitsradien dieses Punktes für jeden beliebigen Punkt, nicht blos für den Schwerpunkt des Körpers gilt, so erhält man den Trägheitsradius $\varkappa$ für irgend eine Axe, welche mit der Längsaxe des Gliedes den Winkel γ bildet, auf dieselbe Weise wie früher durch die beiden Hauptträgheitsradien. Nach dem oben Gesagten sind aber $\varkappa'$ und $\varkappa''$ diese Hauptträgheitsradien für den Gelenkmittelpunkt, wie ihrerseits $\varkappa_0'$ und $\varkappa_0''$ die Hauptträgheitsradien für den Schwerpunkt darstellten. Es ist daher

$$\varkappa^2 = \varkappa'^2 \cdot \sin^2\gamma + \varkappa''^2 \cdot \cos^2\gamma,$$

oder bei Benutzung der Hauptträgheitsradien des Schwerpunktes

$$\varkappa^2 = (\varkappa_0'^2 + e^2)\sin^2\gamma + \varkappa_0''^2 \cos^2\gamma\,.$$

Da $\varkappa_0'^2 \sin^2\gamma + \varkappa_0''^2 \cos^2\gamma = \varkappa_0^2$, wo $\varkappa_0$ den $\varkappa$ entsprechenden Trägheitsradius für die parallele Axe durch den Schwerpunkt bedeutet, so kann man der Relation auch die Form geben

$$\varkappa^2 = \varkappa_0^2 + e^2 \sin^2\gamma\,,$$

eine Form, welche sich besonders dann mit Vortheil verwenden lässt, wenn man vorher die Trägheitsradien für alle Axen durch den Schwerpunkt berechnet hat.

Um ein Beispiel für die Aenderung der Trägheitsmomente beim Uebergang zu einem Gelenkmittelpunkt zu geben, haben wir die Trägheitsradien des Oberarms für den Mittelpunkt des Humeruskopfes berechnet. Da dieser Gelenkmittelpunkt vom Schwerpunkte des Oberarms nach der Tabelle auf S. 50 im Mittel die Entfernung 11,84 besitzt, so hat man demnach zur Berechnung der Trägheitsradien $\varkappa$ für den Humeruskopfmittelpunkt die Formel

$$\varkappa = \sqrt{(7{,}87^2 + 11{,}84^2)\sin^2\gamma + 2{,}77^2\cos^2\gamma},$$

Zum Schlusse soll noch ein Beispiel für die Anwendung der gefundenen Resultate herausgegriffen werden.

Anknüpfend an die letzte Bemerkung wählen wir dazu: **die Bestimmung der Schwingungsdauer des ganzen Beins bei verschiedenem Beugegrade im Kniegelenk.**

In beifolgender Figur 7 bedeutet wie in Fig. 3

H den Mittelpunkt des Hüftgelenks,
K den des Kniegelenks,
S_1 den Schwerpunkt des Oberschenkels,
S_2 den vom System Unterschenkel — Fuss,
s_1 die Länge der Strecke $\overline{KS_1}$,
s_2 die der Strecke $\overline{KS_2}$,
$\varkappa_1$ den Trägheitsradius des Oberschenkels,
$\varkappa_2$ den vom System Unterschenkel — Fuss,
beide bezogen auf je eine zur Knieaxe parallele Axe durch den Schwerpunkt S_1 resp. S_2,
m_1 die Masse des Oberschenkels,
m_2 die des Systems Unterschenkel — Fuss,
l die Länge des Oberschenkels und
ω den Beugungswinkel im Kniegelenk.

Figur 7.

Der Schwerpunkt S_1 besitzt dann vom Hüftgelenkmittelpunkt H die Entfernung $l - s_1$, der Schwerpunkt S_2 dagegen von H die Entfernung

$$\sqrt{l^2 + s_2^2 - 2ls_2\cos\omega}.$$

Infolgedessen ist, unter Voraussetzung einer festen Knieaxe, welche genau senkrecht zu der Ebene der drei Punkte S_1, K, S_2 steht, für die zur Knieaxe parallele Axe durch den Hüftgelenkmittelpunkt H

das Trägheitsmoment des Oberschenkels:

$$m_1[\varkappa_1^2 + (l - s_1)^2],$$

und das Trägheitsmoment vom System Unterschenkel + Fuss:

$$m_2[\varkappa_2^2 + l^2 + s_2^2 - 2ls_2\cos\omega].$$

folglich das Trägheitsmoment des ganzen Beines in Bezug auf diese frontale Axe des Hüftgelenks:

$$m_1[\varkappa_1^2 + (l - s_1)^2] + m_2[\varkappa_2^2 + (l^2 + s_2^2 - 2ls_2 \cos\omega)]$$

oder

$$m_1\varkappa_1^2 + m_2\varkappa_2^2 + m_1(l - s_1)^2 + m_2(l^2 + s_2^2 - 2ls_2 \cos\omega),$$

wobei $m\varkappa_1^2$ und $m_2\varkappa_2^2$ die schon bestimmten Trägheitsmomente vom Oberschenkel einerseits und »Unterschenkel + Fuss« andererseits für zur Hüftaxe parallele Schwerpunktsaxen sind.

Die Schwingungsdauer τ des um die frontale Axe des Hüftgelenks schwingenden Beines ist in Folge dessen für kleine Amplituden nach den bekannten Pendelgesetzen (vgl. S. 34)

$$\tau = \pi \sqrt{\frac{m_1\varkappa_1^2 + m_2\varkappa_2^2 + m_1(l - s_1)^2 + m_2(l^2 + s_2^2 - 2ls_2 \cos\omega)}{g[m_1(l - s_1) + m_2\sqrt{l^2 + s_2^2 - 2ls_2 \cos\omega}]}} .$$

Benutzt man die auf S. 50 angegebenen Werthe für die linke untere Extremität, so hat man in diese Formel einzusetzen für

$m_1 = 4810$, $\varkappa_1 = 11,43$, $s_1 = 20,75$, $l = 36,65$,
$m_2 = 2800$, $\varkappa_2 = 15,10$, $s_2 = 21,94$, $g = 981,11$ (für Leipzig).

In der folgenden Tabelle sind die auf diese Weise berechneten Werthe der Schwingungsdauer τ des ganzen Beins von 5° zu 5° von der Streckstellung ($\omega = 180°$) bis zur rechtwinkligen Beugestellung ($\omega = 90°$) niedergelegt worden.

Schwingungsdauern des ganzen linken Beins bei verschiedener Beugestellung im Kniegelenk (für kleine Amplituden).

Beugungswinkel ω	Schwingungsdauer τ (in Secunden)	ω	τ	ω	τ
180° (Streckstellung)	0,711	150°	0,701	115°	0,664
		145°	0,697	110°	0,657
175°	0,711	140°	0,693	105°	0,6495
170°	0,710	135°	0,688	100°	0,641
165°	0,709	130°	0,683	95°	0,633
160°	0,7065	125°	0,677	90° (rechtw. Beugestellung)	0,624
155°	0,704	120°	0,671		

Wie vorauszusagen war, wird die Schwingungsdauer um so kleiner, je kleiner der Beugungswinkel des Kniegelenks ist. Diese

Abnahme der Schwingungsdauer bei abnehmendem Beugungswinkel geht aber sehr langsam vor sich; im Ganzen beträgt sie für den Uebergang aus der äussersten Streckstellung in die rechtwinklige Beugestellung nicht ganz $\frac{1}{10}$ Secunde. Diese Werthe gelten allerdings nur für kleine Amplituden; handelt es sich um grössere Schwingungamplituden, wie beispielsweise beim Gang, so müssen die Schwingungsdauern noch einer Correction unterworfen werden. Bedeutet α den Elongationswinkel des Pendels, d. h. den Winkel, welchen die Ebene durch die Schwingungsaxe und den Schwerpunkt in ihrer grössten Ausweichung mit der Verticalebene durch die Schwingungsaxe bildet, so drückt sich der genaue Werth τ' der Schwingungsdauer durch den angegebenen und nur für kleine Amplituden geltenden Werth τ aus vermöge der Relation:

$$\tau' = \tau\left[1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2\frac{\alpha}{2} + \left(\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}\right)^2 \sin^4\frac{\alpha}{2} + \left(\frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}\right)^2 \sin^6\frac{\alpha}{2} + \cdots\right]$$

Von der Genauigkeit, mit welcher der Werth von τ hat bestimmt werden können, hängt es ab, bis zu welchem Gliede in der Klammer man bei der Rechnung zu gehen hat.

Rückblick.

Die Einleitung giebt eine eingehende Definition des Trägheitsmomentes und erläutert seine wichtige Bedeutung für eine Dynamik des menschlichen Körpers. Die Kenntniss der Masse und Schwerpunktslage eines Körpertheils genügt nicht, um auch dessen Verhalten gegenüber Kräften voraussagen zu können, welche ihn um eine Axe herumzudrehen streben. Erst durch die, der Bestimmung von Masse und Schwerpunktslage sich anschliessende Bestimmung der Trägheitsmomente für jede beliebige Axe des Raumes wird der Körper ein bekanntes Object der Bewegung; denn zwei Körper, welche in diesen drei Bestimmungsstücken übereinstimmen, sind im Sinne der Dynamik äquivalent, mögen sie auch noch so grosse Unterschiede in Gestalt und Zusammensetzung aufweisen. Es ergiebt sich daraus, dass die Ermittelung der Trägheitsmomente des menschlichen Körpers und seiner Theile ebenso nothwendig ist, wie z. B. die Bestimmung der Wirkungsweise der einzelnen Muskeln.

Für die Abschnitte des menschlichen Körpers lassen sich die Trägheitsmomente nicht durch Rechnung allein finden, sondern sie müssen auf epirischem Wege abgeleitet werden. Die von uns angewendete Methode bestand zunächst darin, dass wir die Schwingungsdauer für den um eine Gelenkaxe pendelnden Körpertheil bestimmten und gleichzeitig die Masse desselben und die Entfernung seines Schwerpunktes von der Schwingungsaxe ermittelten. Diese drei Bestimmungsstücke genügen für die Bestimmung des Trägheitsmomentes für eine der Schwingungsaxe parallele Gerade durch den Schwerpunkt. Da die directe Messung der Schwerpunktsentfernung von aussen nicht genau genug für die Bestimmung der Trägheitsmomente ist, so haben wir für eine zweite Versuchsreihe die Methode dahin abgeändert, dass wir die Schwingungsdauern in Bezug auf zwei parallele Axen bestimmten, deren Ebene den Schwerpunkt des Körpers enthielt. Diese beiden Schwingungsdauern in Verbindung mit der Entfernung der beiden Axen und der Masse des Körpertheils genügen ebenfalls zur Ermittelung des Trägheitsmomentes

in Bezug auf die parallele Axe durch den Schwerpunkt, sie ermöglichen aber gleichzeitig eine sehr genaue Bestimmung der Entfernung des Schwerpunktes von den parallelen Schwingungsaxen.

Wir haben die Trägheitsmomente von allen grösseren Abschnitten des menschlichen Körpers im Allgemeinen für zwei Axen durch den Schwerpunkt ermitttelt, und zwar für je eine Axe senkrecht zur Längsaxe des Gliedes und für die Längsaxe selbst. Es genügte die Bestimmung für nur eine Axe senkrecht der Längsaxe, da sich herausgestellt hatte, dass im Allgemeinen die Trägheitsmomente für alle Schwerpunktsaxen senkrecht der Längsaxe mit grosser Annäherung einander gleich sind.

Es ergaben sich nun folgende Resultate:

»Bei allen Gliedern des menschlichen Körpers ist das Verhältniss zwischen dem Trägheitsradius in Bezug auf irgend eine zur Längsaxe senkrechten Axe durch den Schwerpunkt und zwischen der Länge des Gliedes dasselbe, und zwar besitzt es nahezu den constanten Werth 0,30.«

»Beim Oberschenkel, Unterschenkel, Oberarm (und voraussichtlich auch beim Unterarm) ist das Verhältniss zwischen dem Trägheitsradius in Bezug auf die Längsaxe und zwischen der mittleren Dicke des Gliedes dasselbe und besitzt annähernd den constanten Werth 0,35.«

Durch diese beiden Sätze ist man in den Stand gesetzt, auch am Lebenden die Grösse des Trägheitsmomentes zu bestimmen: Bezeichnet μ das annähernd constante Verhältniss der Masse eines Körpertheils zur Gesammtmasse M, l die Länge und d die mittlere Dicke dieses Körpertheils, so hat das Trägheitsmoment T_0' desselben in Bezug auf irgend eine Schwerpunktsaxe senkrecht zur Längsaxe des Körpertheils den Werth

$$T_0' = 0{,}30^2\,\mu M l^2$$

und das Trägheitsmoment T_0'' in Bezug auf die Längsaxe selbst den Werth

$$T_0'' = 0{,}35^2\,\mu M d^2\,,$$

wobei die Gesammtmasse M des menschlichen Körpers und die Grössen l und d sich am Lebenden direct messen lassen.

Aus diesen zwei Trägheitsmomenten kann man (mit Ausnahme des Fusses) jedes andere Trägheitsmoment für eine beliebige Axe berechnen. Bildet diese Axe mit der Längsaxe den Winkel γ, so besitzt das zugehörige Trägheitsmoment T_0 den Werth

$$T_0 = T_0' \sin^2\gamma + T_0'' \cos^2\gamma .$$

Zur Bestimmung aller Trägheitsmomente für die Schwerpunktsaxen des Fusses sind drei Trägheitsmomente erforderlich, von denen das eine T_0' sich auf die Axe bezieht, welche bei mittlerer Haltung des Fusses senkrecht auf der Ebene der Längsaxen von Fuss und Unterschenkel steht, das zweite T_0'' auf die Axe, welche in dieser Ebene selbst liegt und dabei senkrecht auf der Längsaxe des Fusses steht, und das dritte T_0''' zu der Längsaxe des Fusses selbst gehört. Bedeuten α, β, γ die Winkel, welche eine andere Axe durch den Schwerpunkt bezüglich mit den Axen dieser drei Trägheitsmomente bildet, so ist das Trägheitsmoment T_0 für diese Axe:

$$T_0 = T_0' \cos^2\alpha + T_0'' \cos^2\beta + T_0''' \cos^2\gamma .$$

Es sind für Oberschenkel, Unterschenkel, Oberarm und das System »Unterarm + Hand« die Trägheitsmomente für alle um 5° von einander abstehenden Axen des Schwerpunktes berechnet und die Längen der zugehörigen Trägheitsradien in den Figuren auf Tafel I bis IV eingetragen worden. Daraus ist zu ersehen, dass das Trägheitsmoment für die Längsaxe eines der Glieder unter allen Trägheitsmomenten in Bezug auf Schwerpunktsaxen den kleinsten Werth besitzt.

Aus den Trägheitsmomenten für die Axen des Schwerpunktes lassen sich die für alle anderen Axen des Raumes ableiten. Ist e die Entfernung einer Axe A vom Schwerpunkte und T_0 das Trägheitsmoment des Körpers für die dazu parallele Schwerpunktsaxe, so ist das Trägheitsmoment T für die Axe A

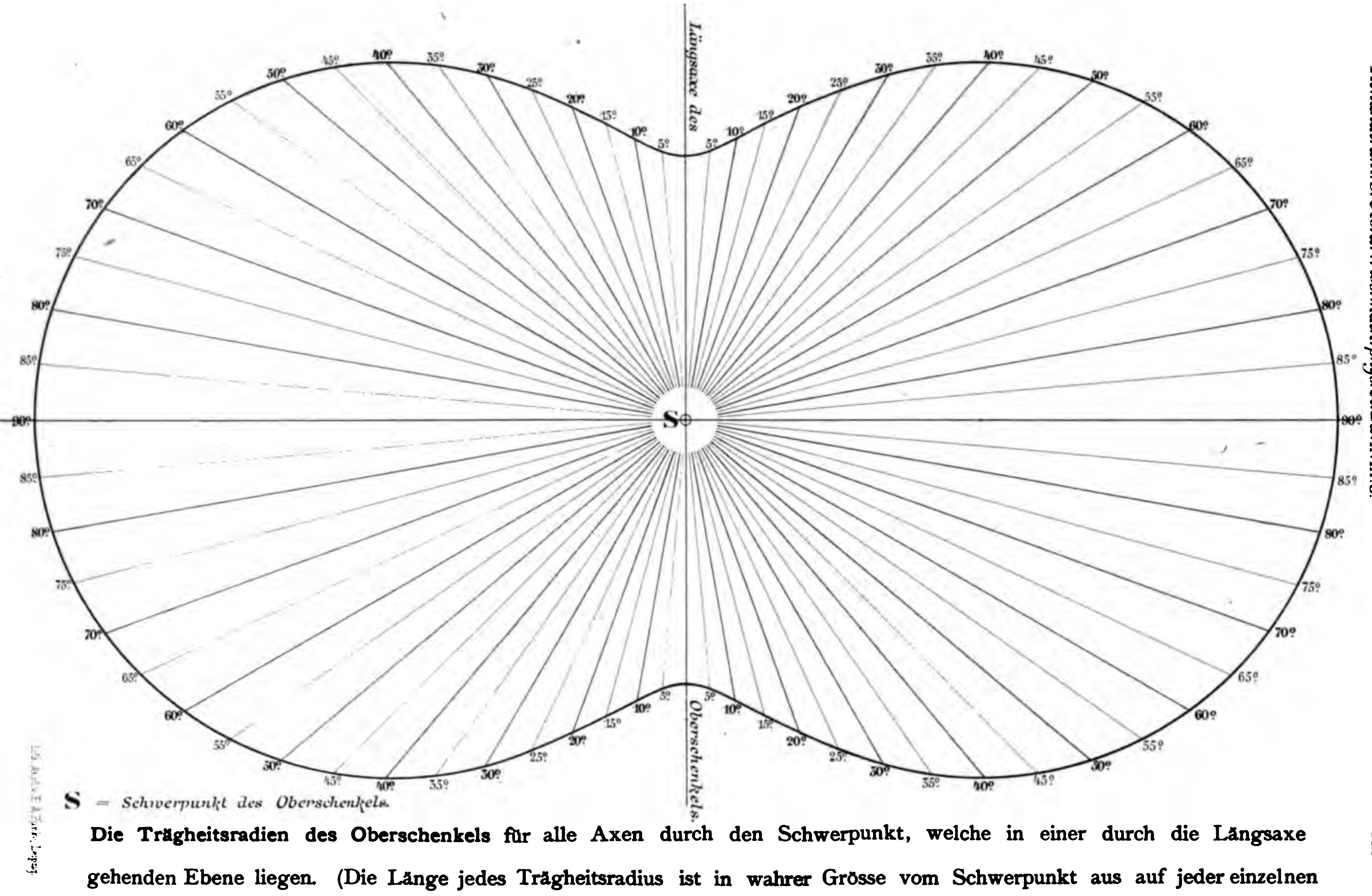
$$T = T_0 + me^2 ,$$

wo m die Masse des Körpertheils bedeutet. Als Beispiel sind die Trägheitsmomente des Oberarms für alle um 5° von einander abstehenden Axen des Schultergelenks berechnet und die zugehörigen Trägheitsradien in die Figur auf Tafel V eingezeichnet worden. Das Trägheitsmoment für die Längsaxe des Gliedes behält bei dem Uebergange vom Schwerpunkte zum Gelenkmittelpunkte seinen Werth bei, während alle anderen Trägheitsmomente für dieselbe Axenrichtung

grösser werden. Es ist daher das Trägheitsmoment für die Längsaxe eines Gliedes überhaupt das kleinste, welches das Glied besitzt. Daraus erklärt sich, dass die Beugemuskeln und Streckmuskeln, welche gleichzeitig eine rotirende Wirkung um die Längsaxe eines Gliedes ausüben, eine so geringe Componente für die Rotation und daher ein verhältnissmässig so geringes Rotationsmoment für die Längsaxe besitzen, und dass ferner die Muskeln, welche allein eine Rotation um die Längsaxe hervorbringen, nur verhältnissmässig geringe Masse aufweisen.

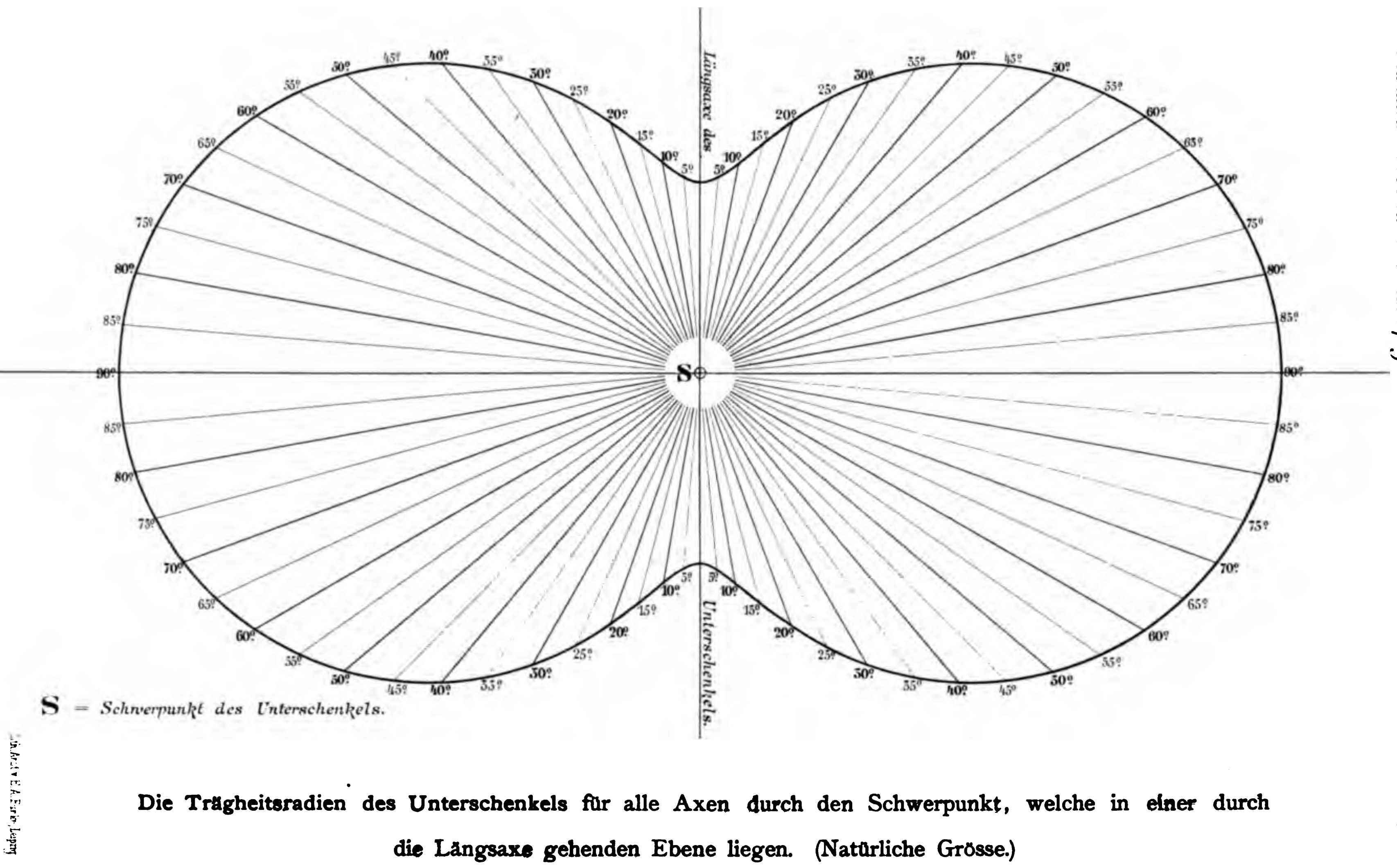
Als Beispiel für die Anwendung der gefundenen Trägheitsmomente ist zum Schlusse die Schwingungsdauer des ganzen Beines bei verschiedenem Beugegrade im Kniegelenk berechnet worden.

Inhalt.



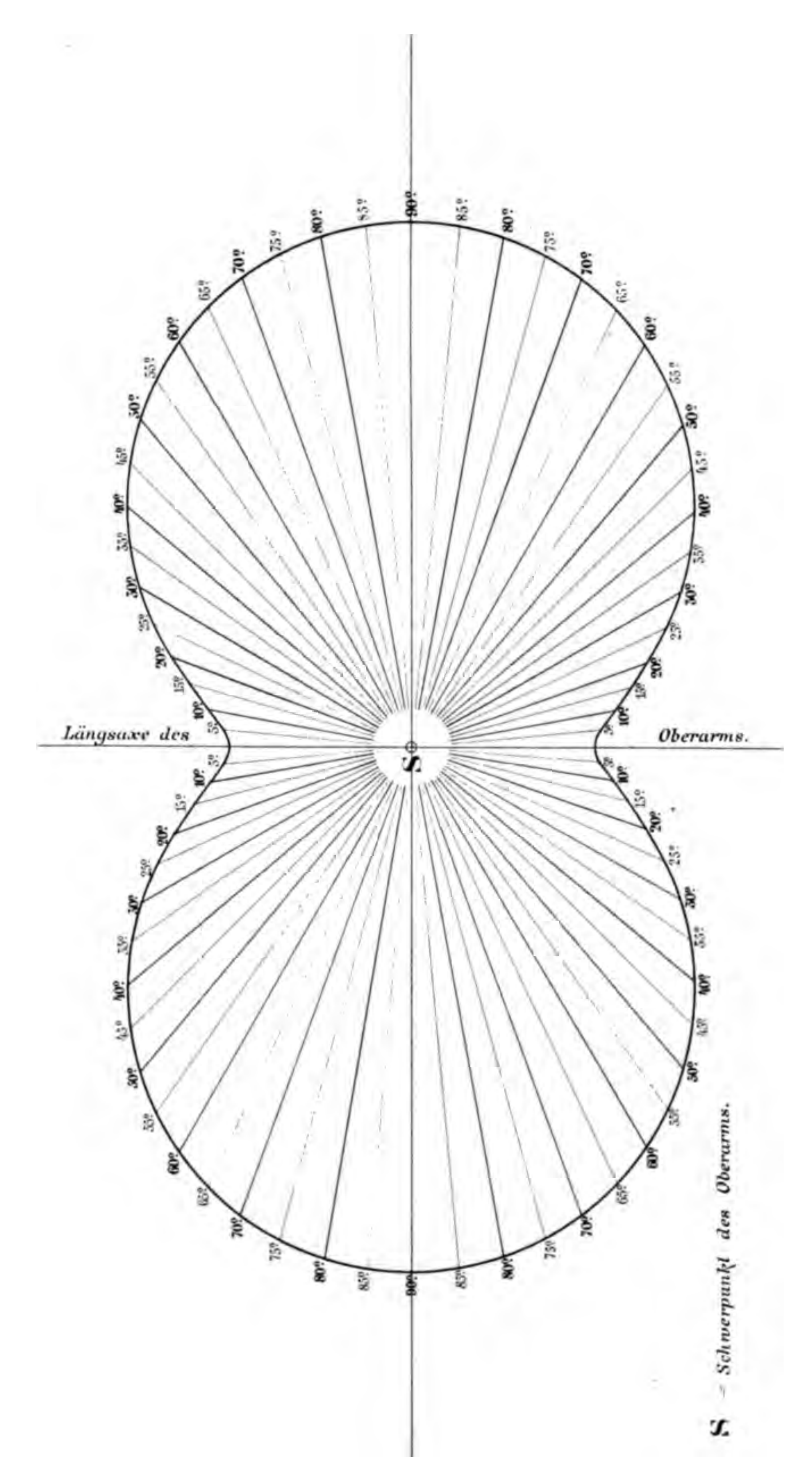
Die Trägheitsradien des Oberschenkels für alle Axen durch den Schwerpunkt, welche in einer durch die Längsaxe gehenden Ebene liegen. (Die Länge jedes Trägheitsradius ist in wahrer Grösse vom Schwerpunkt aus auf jeder einzelnen Axe aufgetragen worden.)

Lith. Anst. v. E. A. Funke, Leipzig.



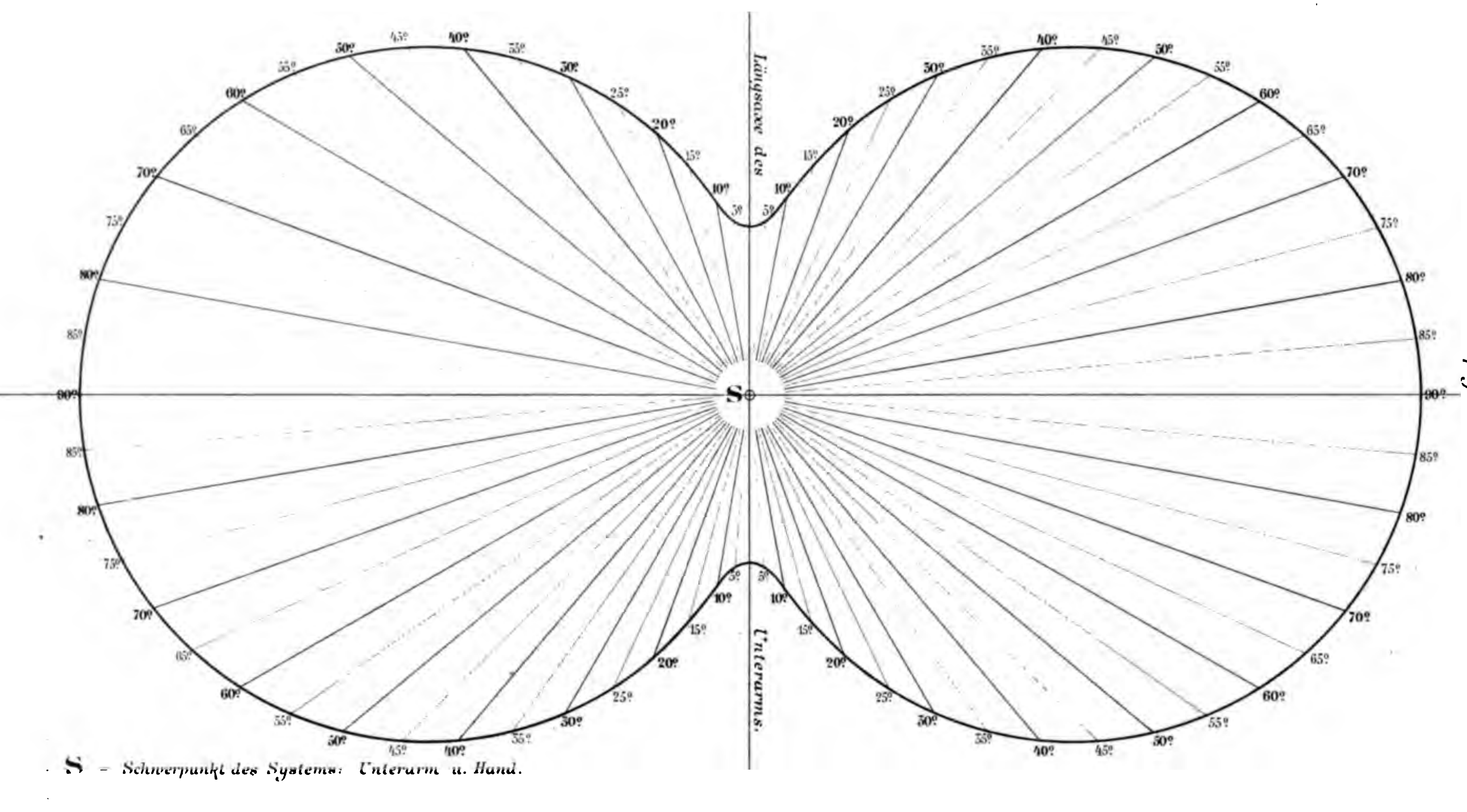
Die Trägheitsradien des Unterschenkels für alle Axen durch den Schwerpunkt, welche in einer durch die Längsaxe gehenden Ebene liegen. (Natürliche Grösse.)

Lith. Anst. v. E. A. Funke, Leipzig

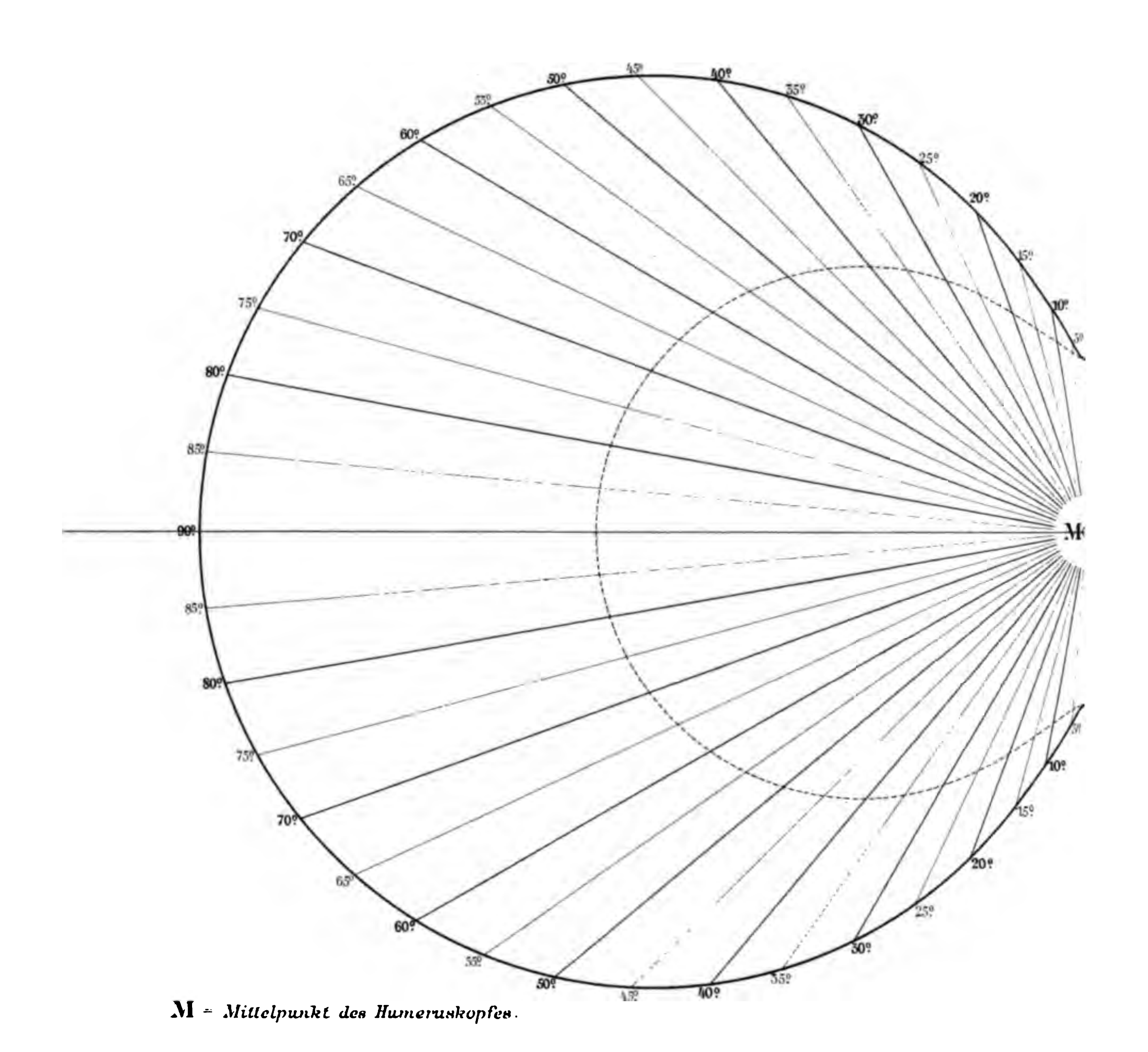


Die Trägheitsradien des Oberarms für alle Axen durch den Schwerpunkt, welche in einer durch die Längsaxe gehenden Ebene liegen. (Natürliche Grösse.)





Die Trägheitsradien für das System: Unterarm und Hand für alle Axen durch den Schwerpunkt des Systems, welche in einer durch die Längsaxe des Unterarms gehenden Ebene liegen. (Natürliche Grösse.)

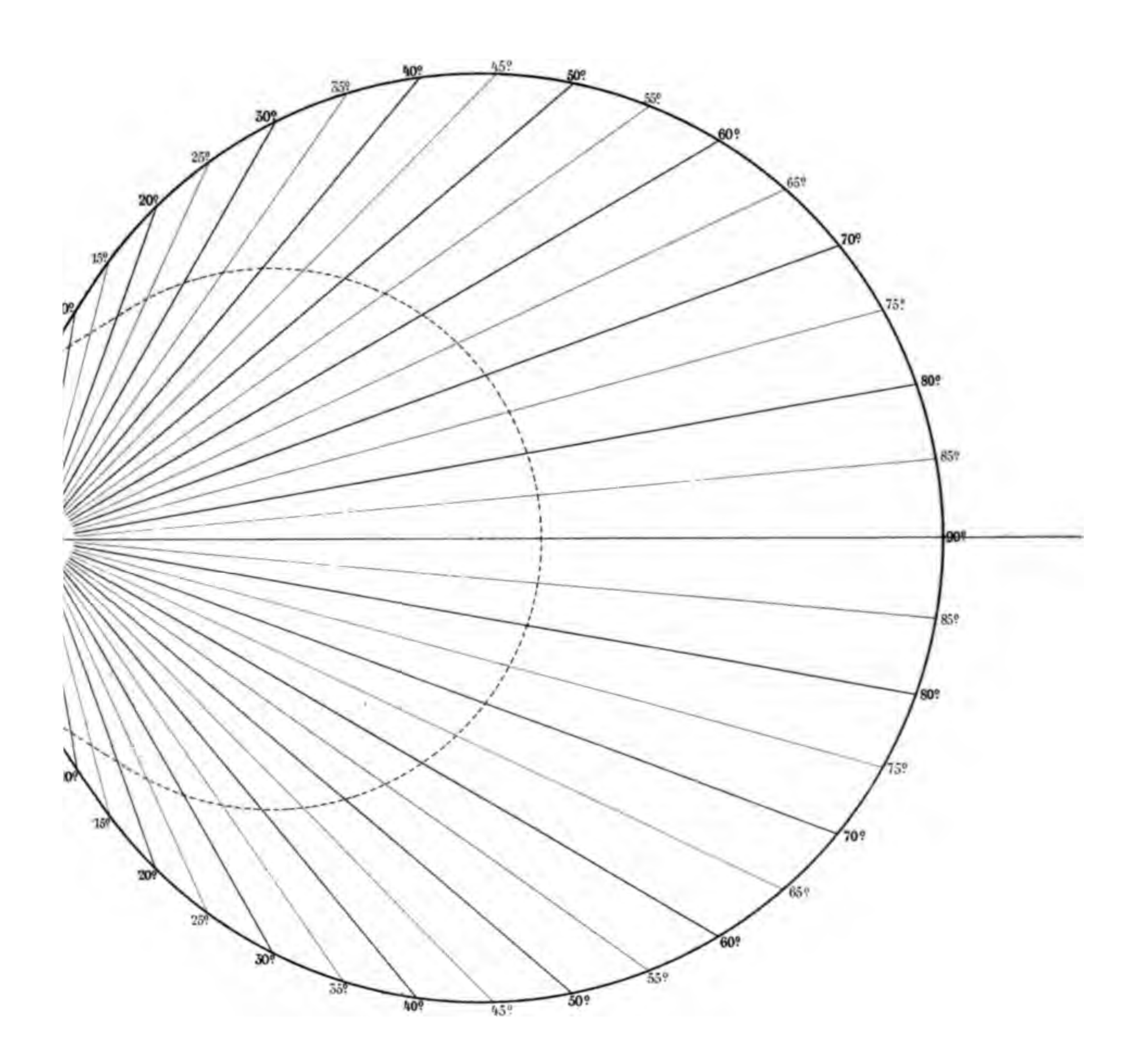


M = *Mittelpunkt des Humeruskopfes.*

Die Trägheitsradien des Oberarms für alle Axen durch den Mittelpunkt des

[Zum Vergleich mit den Trägheitsradien des Oberarms für die Axen durch den S

worden.] (Nat



meruskopfes, welche in einer durch die Längsaxe gehenden Ebene liegen. werpunkt sind die Endpunkte dieser durch die punctirte Curve angedeutet che Grösse.)

